DO PIZZOFALCONE

25-4-10

11316
BIBLIOTECA PROVINCIALE
Armadio
Palchetto
Num° d' ordine

NAZIONALE
B. Prov.
11
558
NAPOLI
R. BIBLIOTECA
VITT. EM. III

B. Bd.
i.
557

Digitized by Google

ESSAI

SUR LA MANIERE LA PLUS AVANTAGEUSE

DE CONSTRUIRE

LES MACHINES HYDRAULIQUES,

ET EN PARTICULIER

LES MOULINS A BLED.

609730 SPN

ESSAI

SUR LA MANIERE LA PLUS AVANTAGEUSE DE CONSTRUIRE LES MACHINES HYDRAULIQUES, ET EN PARTICULIER LES MOULINS A BLED;

Ouvrage entièrement fondé ſur la théorie modifiée par l'expérience, & terminé par un Traité pratique où l'on a mis les principes de la Conſtruction à la portée des Conſtructeurs, auxquels on ne ſuppoſe d'autres connoiſſances que celles de l'arithmétique ordinaire.

PAR M. FABRE,

Correſpondant de l'Académie Royale des Sciences, Ingénieur Hydraulique du Pays de Provence, ancien Profeſſeur de Mathématiques & de Phyſique à l'Univerſité d'Aix.

A PARIS,

rue Dauphine, à l'entrée à droite près du Pont-Neuf,

Chez ALEX. JOMBERT JEUNE, Libraire pour l'Artillerie & le Génie.

M. DCC. LXXXIII.

AVEC APPROBATION, ET PRIVILEGE DU ROI.

Digitized by Google

A MONSEIGNEUR
DE BOISGELIN,

Archevêque d'Aix, premier Procureur-né du Pays, & Préſident des trois Ordres des Etats de Provence, Abbé Commendataire des Abbayes de Saint-Gilles, Chaâlis & Saint-Maixant, & l'un des Quarante de l'Académie Françoiſe.

MONSEIGNEUR,

DANS un ſiecle où tous les projets ſont conſacrés au bien public, où l'amour de l'humanité & la juſtice

qu'on rend aux talents ſoutiennent les Artiſtes dans leurs travaux, & les encouragent à faire des découvertes, je ne devois offrir cet Ouvrage qu'à vous, MONSEIGNEUR, qui l'avez fait naître. Avide de toutes les connoiſſances, fait pour les apprécier, vous parcourez d'un pas égal la carriere des Beaux-Arts & celle des Sciences exactes. L'Hiſtoire, l'Eloquence, la Politique, l'art de gouverner, ſont les amuſements de votre eſprit. Cette étendue de lumieres ſuffiroit ſeule pour exciter notre admiration : mais vous voulez encore gagner nos cœurs par la bienfaiſance. Il eſt dans notre Province un monument qui éterniſera votre mémoire, & qui apprendra à nos neveux que vous avez ſu allier le zele d'un vrai Patriote à la gloire des Lettres.

Si ce foible Eſſai que je vous préſente a le bonheur de vous plaire, je ſerai parfaitement ſatisfait. La plus flatteuſe récompenſe de mes travaux, je la place dans l'acceptation que vous daignez faire de mon Ouvrage. Et quoiqu'en ce genre le deſir de bien faire

ne puiſſe ſuppléer aux talents, j'oſe prétendre à vos ſuffrages par le motif qui m'anime.

Je ſuis, avec un profond reſpect,

MONSEIGNEUR,

DE VOTRE GRANDEUR,

Le très humble & très obéiſſant ſerviteur, FABRE.

Digitized by Google

Extrait des Regiſtres de l'Académie Royale des Sciences, le vingt-neuf Juillet 1780.

Meſſieurs l'Abbé Boſſut & Vandermonde, Commiſſaires chargés d'examiner un Ouvrage de M. Fabre, intitulé: *Eſſai ſur la Maniere de conſtruire les Machines Hydrauliques, &c.* en ayant fait le rapport, l'Académie a jugé cet Ouvrage digne de ſon approbation, & de paroître ſous ſon Privilege. En foi de quoi j'ai ſigné le préſent Certificat. A Paris, ce 5 Août 1780.

Signé, LE MARQUIS DE CONDORCET,
Secrétaire perpétuel.

DISCOURS PRÉLIMINAIRE.

Il eſt néceſſaire que les différentes parties d'une machine, conſtruite ſelon les meilleures proportions, ainſi que celles qui compoſent un corps bien organiſé, aient une relation déterminée non ſeulement entre elles, mais encore avec le principe moteur & l'effet qui en réſulte : effet dont la valeur & la bonté doivent être les plus grandes poſſibles. Qu'on augmente, ou qu'on diminue les dimenſions de quelque partie, l'harmonie qui regnoit dans le ſyſtême ſera détruite; l'effet éprouvera néceſſairement une altération, & les fonctions de la machine ne ſe feront plus avec la même régularité; peut-être même ſeront-elles entiérement ſuſpendues. Si l'on exprime cette relation par des formules générales qui, moyennant quelques modifications, puiſſent être appliquées à tous les cas particuliers, on aura la véritable théorie des machines.

Pour peu qu'on examine les éléments qui influent ſur la production de l'effet, on ſe convaincra aiſément combien ce ſujet eſt difficile à traiter. Les machines, conſidérées dans l'état naturel ſont peſantes, & leurs parties ne peuvent ſe mouvoir ſans éprouver un réſiſtance relative à leur poids, ainſi qu'à la figure & à la nature des pieces qui les ſupportent. Ces mêmes parties agiſſant les unes ſur les autres dans les machines compoſées, ſe gênent mutuellement dans leurs mouvements. D'ailleurs toutes les machines ſe rapportant au levier ou à un ſyſtême de leviers, ſelon qu'elles ſont ſimples ou compoſées, la force motrice ne peut les mettre en mouvement ſans preſſer chaque point d'appui & ſans y produire une réſiſtance dont l'expreſſion ne peut, ainſi que celle de la force deſtinée à la vaincre, être évaluée autrement que par la ſommation des termes d'une ſérie décroiſſante à l'infini; quelle que ſoit l'eſpece de l'effet qu'on veut produire, il eſt rare que par ſa nature il ne ſoit aſſujetti à un

degré de vîteſſe, déterminé. Tous ces éléments ne peuvent être exprimés généralement ſans des calculs exceſſivement longs, même dans les machines les plus ſimples : à cela près il n'y aura point de difficulté, puiſqu'on pourra toujours facilement connoître le degré de frottement des pieces & la vîteſſe convenable à l'effet.

Il n'en ſera pas de même des éléments qui entrent dans l'expreſſion de l'action de la force motrice, lorſque les machines ſeront mues par l'impulſion de l'eau. Tous les filets du fluide moteur n'ont pas la même vîteſſe. Leur action s'exerce à la fois ſur pluſieurs plans qui ſe meuvent circulairement autour d'un centre. Cette action varie ſelon la direction & la vîteſſe du courant par rapport aux ſurfaces choquées, & ſelon que ce même courant eſt plus ou moins défini. Enfin les réſultats ſont preſque toujours différents de ceux qui ſont donnés par la théorie ordinaire du mouvement & du choc des fluide. Cette théorie eſt donc inſuffiſante dans la pratique, & l'on ne peut faire uſage de ſes principes qu'après les avoir modifiés par l'expérience. Auſſi parmi les Auteurs qui ont traité des machines hydrauliques, les uns voyant les grandes difficultés qu'il y avoit à donner des regles pour la conſtruction, ſe ſont bornés à remplir leurs ouvrages des deſcriptions d'un grand nombre d'engins la plupart impraticables par la multiplicité des engrénages qu'ils y ont prodigués & dont la réſiſtance abſorbe une grande partie de la force motrice. Les autres ont appliqué le calcul à la meſure de l'effet produit par quelques machines déjà conſtruites. Mais les formules qu'ils en ont déduites manquant de cette généralité ſi précieuſe dans les ſciences, & étant d'ailleurs défectueuſes par la maniere erronée dont les réſiſtances des frottements & l'impulſion du fluide moteur ſont évaluées, ne peuvent être d'aucun uſage dans la conſtruction. Point de diſtinction entre les fluides définis & les fluides indéfinis, ni entre la théorie abſolue & la théorie modifiée. Point de rapport entre la force motrice & les différentes

parties du ſyſtême. De ſorte que l'effet qui ſeroit produit par une machine conſtruite d'après ces formules dépendroit toujours autant du haſard que des principes.

La véritable théorie des machines hydrauliques doit donc être regardée comme neuve à bien des égards. Les vrais principes de la bonne conſtruction ſont encore inconnus : mais nous avons les moyens néceſſaires pour les fixer. Une nombreuſe ſuite d'expériences ſur le mouvement & l'impulſion de l'eau, exécutées avec le plus grand ſoin par des perſonnes que la vaſte étendue de leurs connoiſſances, les précieuſes découvertes dont ils nous ont enrichis, & leur zele pour le progrès des ſciences, rendent infiniment recommendables, nous met en état d'établir une théorie sûre d'après laquelle on pourra juger avec certitude de l'effet que doit produire une machine. C'eſt ce que je tâche de faire dans cet ouvrage. Je n'ai pas la témérité de croire que j'ai parfaitement réuſſi : mais je me flatte que l'on ne me ſaura pas mauvais gré d'avoir fait des tentatives, & que mes eſſais pourront n'être pas inutiles à ceux qui voudront courir la même carriere. L'on en jugera par l'expoſition du plan que j'ai ſuivi & des principales queſtions que j'ai traitées.

Je ſuppoſe la connoiſſance des loix du mouvement des fluides que M. l'Abbé Boſſut a expoſées dans ſon excellent traité d'Hydrodynamique avec cet ordre & cette clarté qui caractériſent toutes les productions de ſon génie. C'eſt à cet Ouvrage que je renverrai pour la démonſtration des propoſitions élémentaires dont je ferai uſage, & ſi je traite quelque queſtion qui y ait été réſolue, ce ne ſera que pour l'enviſager ſous un point de vue relatif à mon plan. J'emploierai les expériences que le même M. Boſſut a publiées dans la ſeconde partie du traité que je viens de citer pour trouver les véritables loix du mouvement de l'eau ; & je me ſervirai de celle qu'il a faites conjointement avec M. d'Alembert & M. le Marquis de Condorcet pour fixer la valeur de l'impulſion.

Je diviſe cet eſſai en trois Parties dont la premiere qui eſt la plus conſidérable, traite des machines hydrauliques en général mues par la ſeule impulſion de l'eau. Cette Partie renferme trois Sections. Dans la premiere j'établis les loix générales & effectives du mouvement & de l'action de l'eau, & les principes néceſſaires pour l'intelligence des autres Sections. La vîteſſe naturelle de l'eau qui ſort d'un baſſin eſt toujours exprimée par les ordonnées d'une parabole dont le parametre eſt double de la viteſſe engendrée par la gravité naturelle. En ſuppoſant que l'eau qui s'échappe latéralement d'un réſervoir, ſoit reçue dans un canal horizontal & ſans frottement, & que l'effet de la contraction affecte uniformément toute la maſſe, ce qui eſt admiſſible, je démontre que la vîteſſe effective des filets d'eau dans ce canal ſera encore exprimée par les ordonnées d'une parabole qui aura pour parametre le double de l'effet de la gravité naturelle modifiée.

La réſiſtance du frottement dans les courſiers mérite un examen particulier. Cette réſiſtance ſe fera d'autant moins ſentir ſur la maſſe, que la force de cette maſſe ſera plus grande & que la partie frottante de ſa ſection ſera moindre, toutes choſes d'ailleurs égales. Ajoutons à ce principe que dans la pratique la force néceſſaire pour mouvoir une uſine doit en général être plus grande que celle de l'eau employée par M. l'Abbé Boſſut dans ſes expériences ſur le même ſujet, & nous conclurons 1°. que la force accélératrice le long d'un canal dont les parois latérales ſont paralleles doit être variable; 2°. que dans la pratique ſi les côtés du courſier ſont ſuppoſés paralleles, la réſiſtance doit être moindre que la dixieme partie de la gravité abſolue; 3°. qu'en donnant une légere déviation aux côtés du courſier pour mettre ſa largeur dans un rapport donné avec la profondeur de l'eau, ſoit au haut, ſoit au bas de la chûte, ce qui eſt néceſſaire dans la conſtruction, on peut, ſans craindre d'erreur ſenſible, admettre le réſultat trouvé par M. l'Abbé Boſſut &

Digitized by Google

ſuppoſer la réſiſtance conſtante & égale à la dixieme partie de la gravité abſolue. Ainſi la gravité effective de l'eau ſera égale à la gravité naturelle modifiée par la réſiſtance du frottement & par le rapport de la hauteur à la longueur du courſier.

La bonne conſtruction exigeant que l'impulſion ſe faſſe ſelon une direction donnée, j'indique le moyen qu'il faut employer pour changer la direction du courant ſans diminuer ſa vîteſſe. Il ſeroit également pernicieux de donner trop ou trop peu d'inclinaiſon au courſier. Je fais voir que l'angle qu'il doit faire avec la verticale, peut être fixé à 25° 50′, le coſinus & le ſinus étant alors, à peu de choſe près, dans le rapport de 9 à 4. Ainſi, dans la conſtruction, la vîteſſe de l'eau le long d'un courſier ſera encore exprimée par les ordonnées d'une parabole ordinaire qui aura pour axe la verticale, ſon ſommet au point le plus haut de la chûte, & un parametre égal au double de la vîteſſe produite par la gravité naturelle multipliée par la fraction $\frac{4}{9}$. D'après ce principe on pourra trouver avec facilité tout ce qui eſt relatif au mouvement de l'eau dans un courſier. J'applique cette théorie à divers objets & ſur-tout à la maniere de meſurer la dépenſe d'un canal.

Pour établir les vrais principes de l'impulſion il étoit néceſſaire d'examiner les fluides définis & indéfinis & de faire connoître la différence qui ſe trouve entre leurs effets. Après avoir fait à cet égard les obſervations convenables. Je conclus que l'on doit employer des courſiers dans toutes les machines, même dans celles qui ſont placées ſur des rivieres. Je fais remarquer juſqu'à quel point dans la pratique les propoſitions néceſſaires pour la meſure de l'impulſion, doivent être modifiées. J'évalue, en livres poids de marc, l'impulſion directe de l'eau mue avec un pied de vîteſſe par ſeconde contre un plan immobile d'un pied quarré, en ſuppoſant le fluide ſucceſſivement défini & indéfini; & je me ſers de cette grandeur comme d'un terme de comparaiſon dans la méthode que je donne pour déterminer

la force du choc, ſoit direct ſoit oblique, ſur toutes ſortes de ſurfaces planes immobiles ou mues parallélement à elles-mêmes & ſelon telle direction que l'on voudra par rapport à celle du courant. Je démontre que l'impulſion ſur une ſurface courbe eſt moindre que celle qui auroit lieu ſur la ſurface plane correſpondante.

J'expoſe en peu de mots & d'une maniere fort ſimple comment on doit enviſager l'action d'un courant, & j'en déduis ce principe général, que l'*effet produit par une machine hydraulique quelconque conſidérée ſans frottement, eſt en raiſon compoſée de la ſurface choquée, du quarré de la viteſſe relative du courant, & de ſa viteſſe réſidue.* D'après ce principe je trouve des formules générales qui font connoître le rapport des effets produits par divers courants ſelon des directions données.

Le réſultat de la théorie de cette ſection eſt, que dans les roues horiſontales la direction du courant au point d'impulſion doit être horiſontale, & la poſition de l'aîle, verticale; que, pour le plus grand effet, le choc ſur les aîles d'une roue quelconque, horiſontale ou verticale, doit ſe faire au point le plus bas & ſelon l'horiſontale; que, dans la dérivation des eaux pour le mouvement d'une uſine, le courſier doit partir du plus haut point poſſible; & enfin qu'on doit éviter autant qu'on le pourra d'employer des écluſes.

Dans la ſeconde Section, je traite de l'action de l'eau ſur les aîles des roues, de la conſtruction des roues & du calcul de l'effet des machines. Par le moyen de l'équation comparative entre les moments des impulſions directes & obliques correſpondantes, je prouve que l'impulſion eſt d'autant plus avantageuſe, que l'arc plongé dans l'eau eſt d'un moindre nombre de degrés; & comparant cette même équation aux réſultats donnés par l'expérience, je conclus que, quand la flêche de l'arc plongé eſt peu conſidérable, l'impulſion peut être ſenſiblement regardée comme la même que celle qui auroit lieu ſur une

ſeule aîle perpendiculaire. L'examen de l'action de l'eau ſur les roues fait voir par un ſimple raiſonnement, qu'en général le nombre d'aîles doit être le plus grand poſſible, ce qui eſt conforme à l'expérience.

L'expreſſion générale du moment d'impulſion ſur l'aîle d'une roue verticale ou horiſontale étant trop compliquée, je ſuppoſe une viteſſe commune à tous les filets d'eau, & rapportant leur action à l'impulſion directe, qui auroit lieu ſur cette aîle, mue parallélement à elle-même dans la direction du courant, avec une viteſſe égale à celle du point du milieu, qui devient alors le centre d'impulſion, je trouve que dans les roues horiſontales, la viteſſe commune à toute la maſſe, ſera celle de la ſuperficie du courant; qu'il en ſera de même dans les roues verticales, lorſque la hauteur due à cette viteſſe excédera les $\frac{3}{4}$ du rayon extérieur; mais qu'au deſſous on fera bien de prendre celle du filet du milieu. Ainſi l'impulſion d'un courant ſur les aubes d'une roue ſe rapporte aux principes établis dans la premiere Section.

Lorſque les courants dont on a à diſpoſer pour mouvoir une machine ont peu de viteſſe, comme la plupart des rivieres, & qu'on ſe ſert de roues verticales, pour ſe procurer une plus grande impulſion on eſt dans l'uſage de donner beaucoup de hauteur aux aîles. C'eſt évidemment un défaut, puiſqu'alors l'eau qui eſt vers la ſurface peut être pouſſée par les aîles; au lieu de les pouſſer j'exprime par une équation le rapport qui doit regner entre le rayon de la roue, ſa viteſſe, celle du courant & la hauteur des aubes afin que l'eau ne puiſſe pas être refoulée. Je donne en même temps la maniere de meſurer la viteſſe des eaux de la ſurface d'une riviere, & le moyen de trouver la viteſſe moyenne, d'après laquelle on doit faire le calcul de l'impuſion.

L'expérience & la réflexion nous donnent divers moyens d'augmenter la force d'impulſion d'un courant ſur une roue.

M. l'Abbé Boſſut a fait voir qu'on doit incliner les aîles, par rapport à la direction du courant. Elles produiroient encore un meilleur effet ſi elles étoient taillées en biſeau. Mais lorſqu'on a à diſpoſer d'une chûte d'eau, il n'y a pas de moyen plus propre à en retirer le plus grand avantage, que d'empêcher qu'aucun filet ne s'échappe par le jeu de la roue, ſans avoir choqué les aubes. Pour cela, il ſuffit de pratiquer un petit reſſaut au fonds du courſier à l'endroit où ſe fait l'impulſion, & de faire enſorte que les aîles débordent tant ſoit peu le fonds ſupérieur & les parois latérales. Cette conſtruction qui eſt tout-à-fait ſimple, donne ſans aucun calcul, la ſolution de ce Problême : *Trouver le rapport le plus avantageux des côtés d'une aîle rectangulaire.* Mais cette ſolution ne pouvant pas s'appliquer à la pratique, je fixe les limites de ce rapport dans les roues horiſontales & verticales, ſoit que ces dernieres ſoient mues par une chûte d'eau, ou par une riviere.

Dans une machine quelconque l'arbre ſur lequel le poids agit, devant tourner avec une vîteſſe déterminée, & la hauteur des aîles ayant d'ailleurs des limites par rapport au rayon de la roue; il s'enſuit qu'il y aura des cas où la chûte du courant ſera trop petite pour imprimer au poids le degré de vîteſſe que ſa nature exige, ſans employer des engrénages. Je donne l'expreſſion générale de cette chûte qui ſert de limites entre les cas où l'on doit faire uſage des machines ſimples, & ceux où l'on doit ſe ſervir des machines à engrénages.

Les machines peuvent aſſez généralement être diviſées en quatre principales claſſes. Car l'arbre ſur lequel le poids agit, peut être vertical ou horiſontal, & dans l'un & l'autre cas il peut être mû ſans engrénage ou avec engrénage. Il y a peu de machines qui, par le moyen de quelques modifications, ne ſe rapportent à quelqu'une de ces claſſes. Suppoſant à l'arbre dont je viens de parler, une vîteſſe déterminée, j'exprime par des formules générales la relation entre les éléments de la force

motrice

motrice & l'action du poids enlevé jointe à la réſiſtance de tous les frottements. Ces formules étant trop compliquées pour être utiles à d'autres qu'à ceux qui ſont fort verſés dans le calcul algébrique, je néglige les réſiſtances dont la valeur eſt très-petite, & qui ne peuvent influer ſur l'effet que d'une maniere preſque inſenſible. Enſuite ſubſtituant aux lettres leurs valeurs numériques relatives au plus grand effet, je trouve de nouvelles formules tout-à-fait ſimples, & à la portée de ceux qui ne connoiſſent que les premiers éléments de l'algebre. Ces formules expriment les dimenſions néceſſaires à certaines pieces de la machine, pour imprimer le degré de vîteſſe propoſé au poids enlevé, dont elles ſont auſſi connoître la valeur approchée, ſoit que la machine ſoit mue par une chûte d'eau, ou par une riviere, & dans ce dernier cas, ſoit que l'on emploie un courſier ou non. Je termine cette Section, par l'application des principes précédents à l'examen de quelques machines déjà conſtruites, & je fais voir en même temps, comment on peut ſans une expérience directe, trouver à-peu-près la dépenſe & la chûte d'un courant néceſſaires pour mouvoir convenablement la moindre machine qu'on puiſſe employer dans un genre propoſé.

La troiſieme Section traite des engrénages, des canaux, des courſiers & des écluſes. Dans les engrénages, le nombre de dents & celui des fuſeaux doivent être reſpectivement comme les rayons de la roue & de la lanterne. La plupart des Auteurs qui en ont parlé ne faiſant pas attention que les dents & les fuſeaux doivent avoir une épaiſſeur relative à la réſiſtance, ont donné diverſes regles ſouvent impraticables ſur le nombre qu'il en falloit employer : j'examine ce ſujet d'une maniere que je crois neuve. Je donne le moyen de trouver ce nombre exactement, ou par approximation, ſelon que la choſe ſera poſſible ou impoſſible, & je preſcris les regles néceſſaires à la conſtruction de cette partie des machines.

Dans la pratique, on donne ordinairement trop de pente aux canaux de conduite. Je démontre que par ce procédé on ſe prive réellement, & à pure perte, d'une partie de la chûte, & qu'en général on ne doit donner que la pente néceſſaire à l'écoulement. Je fais voir qu'un ſurcroît d'eau peut détériorer & quelquefois même anéantir l'effet d'une machine, tandis qu'une diminution ne peut affecter que ſa quantité ſans altérer ſa bonté. Cela me fournit l'occaſion d'examiner les variations des ſources & l'état où il faudroit les prendre, afin que l'effet produit dans le courant d'une année entiere fût le plus grand poſſible. Après quelques diſcuſſions qui font connoître la difficulté de la ſolution, je conclus qu'il faut conſtruire la machine d'après la dépenſe dans les plus baſſes eaux, & que pour mettre à profit les eaux ſuperflues dans le temps des crues, on doit les employer à mouvoir une machine à écluſe. Dans les machines placées ſur les rivieres, c'eſt à la vîteſſe dans les baſſes eaux qu'il faut les proportionner. Si pendant les crues la vîteſſe de la machine devient trop grande, on éloignera le courſier, afin que le courant étant moins défini, ſon action ſoit moins forte, toutes choſes d'ailleurs égales.

Lorſque les rones ſont mues par la chûte d'un courant, pour empêcher que les eaux après l'impulſion ne gênent le mouvement, on doit les recevoir dans un courſier de décharge dont la pente ſoit aſſez conſidérable pour faciliter leur écoulement, & dont la largeur ſoit la plus grande qu'il ſera poſſible, afin que les eaux y ayant peu de profondeur, on puiſſe ſe procurer une plus grande chûte. Je donne à cet égard toutes les regles néceſſaires, & je preſcris ce qu'il faut obſerver relativement au canal de fuite ; d'où je déduis la regle générale pour trouver la chûte abſolue dont on peut diſpoſer.

Après avoir fixé les rayons des arcs de cercle qu'il faut employer pour changer la direction du courant, je donne les formules néceſſaires pour trouver la largeur du courſier au haut &

au bas de la chûte, en ſuppoſant cette largeur dans tel rapport que l'on voudra avec la profondeur de l'eau au même endroit ; & j'en déduis le moyen de trouver la chûte relative, d'après laquelle on doit faire le calcul d'une machine. Les courſiers deſtinés à être placés ſur des tivieres, doivent être conſtruits différemment des autres. J'explique leur conſtruction, & enſuite je fais voir comment on doit employer un grand volume d'eau pour mouvoir pluſieurs machines de front.

Une machine uſuelle quelconque doit avoir une grandeur déterminée. Lorſque la force de l'eau n'eſt pas capable de mouvoir ſans interruption la moindre machine qu'on puiſſe employer dans un genre propoſé, il faut ſe ſervir d'une écluſe. Pour diſtinguer ce cas, on n'a beſoin que de connoître le produit de la dépenſe du courant par ſa chûte. Je démontre que la machine doit être conſtruite en ſuppoſant la ſurface de l'eau arrivée au point le plus haut, & que, pour empêcher que ſon mouvement ne languiſſe, outre le grand baſſin, on doit en employer un petit à la porte de l'écluſe. La profondeur du grand baſſin doit être la moindre poſſible ; à cela près, elle eſt arbitraire ; au lieu que celle du petit eſt égale à deux fois $\frac{1}{2}$ la profondeur de la partie ſupérieur du courſier. La dépenſe de l'écluſe a des limites que je fais connoître. Je donne la méthode pour trouver les dimenſions de l'orifice, & pour ramener la conſtruction d'une machine à écluſe à celle d'une machine ſans écluſe, & enfin le moyen de déterminer l'effet qu'on en doit attendre. Je termine cette Section & la premiere Partie par un problême général dont la ſolution fait voir l'uſage des principes précédents pour la conſtruction des machines hydrauliques.

Dans la ſeconde Partie, j'établi la véritable théorie des moulins à bled, ſujet qui intéreſſe tous les pays où l'on mange du pain & qui n'a jamais été traité comme il auroit dû l'être. Je diviſe cette Partie en trois Sections dont la premiere ren-

ferme tout ce qui regarde les meules & leur action ſur le bled. Après une courte deſcription de ces machines, je démontre que les ſurfaces frottantes des meules doivent être âpres & raboteuſes ; que cette âpreté doit produire un mouvement d'oſcillation dans la meule tournante ; que le palliet doit être élaſtique, & que, toutes choſes d'ailleurs égales, ſa ſection doit être proportionnelle au poids de l'équipage de la meule tournante. Je fais voir que la réſiſtance du bled ſous la meule, peut ſe rapporter à celle du frottement ordinaire ; que le poids de la meule tournante diminuant, on pourroit produire le même effet qu'auparavant en augmentant ſa viteſſe, mais qu'il vaut mieux pour cela lui conſerver le même poids & la même viteſſe ; que le degré de preſſion convenable à la bonne farine doit être invariable, que la réſiſtancee du bled & la couronne de preſſion ſont ſenſiblement comme la force horiſontale détruite, & que le poids de l'équipage de la meule tournante eſt comme la réſiſtance du bled. Je prouve que cette réſiſtance eſt indépendante de la viteſſe de la meule, & que toutes choſes d'ailleurs égales elle doit être moindre ſous une grande meule que ſous une petite.

Après avoir trouvé le bras de levier de la meule tournante, je cherche à quelle diſtance du centre le bled doit commencer à être écraſé. De la ſolution de cette queſtion je tire deux principes eſſentiels, ſavoir 1°. que le quarré du rayon de la meule doit être comme le poids de ſon équipage ; 2°. que le quarré de ce meme rayon doit être comme la force horiſontale détruite par les réſiſtances. Je fais voir auſſi d'après la même ſolution comment on doit tailler les meules pour produire le meilleur effet poſſible. J'examine enſuite les loix de la diminution des meules ; ce qu'il faut obſerver en les piquant, & la maniere de conſerver le même poids à la meule ſupérieure. Si la meule tourne avec trop de viteſſe, la bonté de la farine ſera altétée par la chaleur. Je cherche donc la loi gé-

nérale de la chaleur produite par le frottement, & j'en conclus que pour produire la meilleure farine poſſible le nombre de révolutions de la meule dans un temps donné doit être en raiſon inverſe de ſon rayon.

Il eſt évident qu'une meule d'un rayon donné doit avoir un équipage d'un poids déterminé. Après avoir preſcrit la maniere de trouver ce poids, je démontre que dans un moulin quelconque lorſqu'une meule produira le plus grand & le meilleur effet poſſible, ſon rayon ſera comme la racine quarrée du poids de ſon équipage. J'indique le moyen de trouver le poids de l'équipage de la moindre meule qu'on puiſſe employer, & enfin je termine cette ſection en faiſant voir que dans les meilleurs moulins les effets ſont comme les quarrés des rayons des meules & comme les poids de leurs équipages.

La ſeconde Section traite de la théorie générale des moulins. Cette Section ne renferme que des formules générales relatives aux moulins ſimples & aux moulins compoſés, ſoit que ces derniers ſoient mûs par une chûte d'eau ou par une riviere, & ſoit qu'ils aient une ou pluſieurs meules tournantes.

La troiſieme Section renferme les diverſes expériences que j'ai exécutées & l'application de leurs réſultats aux formules de la ſeconde. Par ce moyen je fixe la véritable théorie des moulins, & j'établis les regles néceſſaires non ſeulement pour connoître les dimenſions d'un moulin quelconque, ſimple ou compoſé, à une ou à pluſieurs meules tournantes, mû par une chûte d'eau ou par une riviere, & qui produit le plus grand & le meilleur effet poſſible, mais encore pour trouver à-peu-près la valeur de cet effet. Je détermine la chûte au-deſſous de laquelle il faut ſe ſervir d'un engrénage, ſi l'on veut que la meule n'ait que le degré de vîteſſe convenable au meilleur effet; & je donne un moyen ſimple de connoître les cas où il faut employer une écluſe. Je termine cette Section par des applications à pluſieurs exemples.

Il eſt rare que les Conſtructeurs aient aſſez de connoiſſances pour faire uſage des formules algébriques même les plus ſimples. J'ai donc cru que mon Ouvrage ſeroit imparfait ſi je n'ajoutois en leur faveur une troiſieme Partie ſur la pratique des principes précédents. Ce traité pratique eſt dépouillé de tout air ſcientifique, &, pour l'entendre, il ſuffit de connoître l'arithmétique ordinaire. Je le diviſe en trois Sections. Dans la premiere, qui eſt fort courte, je traite des connoiſſances néceſſaires à l'intelligence des regles que je donne dans les autres. Ces regles ſouvent fondées ſur des calculs par décimales, m'ont engagé à établir quelques principes relatifs à cette ſorte de numération que j'ai eu ſoin de préſenter ſous la forme des fractions ordinaires, les ſeules connues des Conſtructeurs. Ainſi je donne la maniere de transformer une fraction ordinaire en une autre peu différente dont le dénominateur ſoit l'unité accompagnée d'un certain nombre de zéros ; & après avoir expliqué comment on éleve un nombre quelconque à une puiſſance propoſée, je preſcris la méthode pour en extraire la racine quarrée & ſa racine cubique, ſoit exactement lorſque la choſe eſt poſſible, ſoit par approximation quand la racine n'eſt pas exacte. J'apprends à trouver la circonférence d'un cercle, ſa ſurface, celle d'une couronne, d'un triangle & d'un polygone quelconque; le volume des corps dont la figure ſe rapporte à celle des différentes parties d'une machine, & le poids de ces mêmes corps par la connoiſſance du poids d'un pied cube de même matiere que j'enſeigne à déterminer.

La ſeconde Section contient les regles néceſſaires pour la conſtruction des machines hydrauliques en général. Cette Section n'eſt que le développement de la théorie établie dans la premiere Partie de cet Ouvrage. J'expoſe d'abord les principes les plus généraux ſur le mouvement des eaux & ſur la maniere de les employer, principes que je mets à la portée de tout le monde, lorſque cela eſt poſſible. Enſuite je donne

les regles néceſſaires pour meſurer la dépenſe d'un courant, pour conſtruire les canaux & les courſiers, & pour connoître ſi l'on doit ſe ſervir d'une écluſe dont j'explique la conſtruction. Je rapporte ce qu'il faut obſerver dans la conſtruction des roues à aubes mues par une chûte d'eau ou par une riviere, & dans celle des engrénages. Je fais connoître les loix des groſſeurs des pivots & des tourrillons, la maniere de trouver le poids de toutes les parties d'une machine, & celle de déterminer les dimenſions & les effets des machines dont j'ai parlé dans la premiere Partie. Je termine cette Section par des applications à tous les cas.

La troiſieme Section contient la pratique des moulins à bled mûs par l'impulſion de l'eau. Après avoir expliqué tout ce qui eſt relatif aux meules, la maniere de les tailler, celle de connoître la quantité de farine qu'on peut attendre dans une heure, ce qu'il faut obſerver par rapport aux arbres des meules, aux pivots & aux palliers, je donne les regles qu'on doit ſuivre pour faire produire le plus grand & le meilleur effet poſſible aux moulins dont nous avons traité dans la ſeconde Partie, mûs par une chûte d'eau, par une riviere ou avec le ſecours d'une écluſe; je fini par l'application des regles précédentes à la conſtruction des moulins dans tous les cas que nous avons examinés.

A la ſuite de chaque regle j'ai eu ſoin d'indiquer le principe qui lui ſert de baſe; ou la formule dont elle eſt le développement. Par ce moyen les perſonnes inſtruites pourront vérifier les méthodes que je donne. Et comme les exemples ſont beaucoup plus propres que les regles pour inſtruire ceux dont les connoiſſances ſont peu étendues, chaque regle eſt accompagnée d'un exemple numérique qui en fait voir l'uſage.

Il me ſemble que mon Ouvrage, compoſé d'après ce plan, pourra être utile à tout le monde. Ceux qui ſont verſés dans le calcul algébrique trouveront des formules, compliquées à

la vérité, mais d'ailleurs auſſi exactes qu'il eſt poſſible qu'elles le ſoient dans l'état naturel. Ces mêmes formules ſont ſimplifiées en faveur de ceux qui ne connoiſſent que les éléments de l'algebre. Enfin elles ſont développées & converties en regles générales à la portée des Conſtructeurs auxquels je ne ſuppoſe que la connoiſſance du méchaniſme de l'arithmétique ordinaire.

Je m'étois propoſé de faire entrer dans cet Eſſai la théorie des moulins à vent, celle des machines mues par le poids de l'eau, &c. Mais j'ai préféré de ne traiter ces ſujets qu'autant que cet Ouvrage aura le bonheur d'être au gré des Savants au jugement deſquels je le ſoumets.

ESSAI

SUR LA MANIERE DE CONSTRUIRE LES MACHINES HYDRAULIQUES, ET EN PARTICULIER LES MOULINS A BLED.

PREMIERE PARTIE.

De la conſtruction des Machines Hydrauliques.

1. Nous diviſerons cette Partie en trois Sections. Dans la premiere nous traiterons du mouvement & de l'action de l'eau en général. Dans la ſeconde nous appliquerons cette action aux aîles des roues dont nous expoſerons la conſtruction la plus avantageuſe, & nous donnerons la maniere de faire le calcul de l'effet qu'une machine peut produire. Dans la troiſieme nous parlerons de la conſtruction des engrenages, des canaux, des courſiers & des écluſes.

SECTION I.

Du mouvement & de l'action de l'eau en général.

2. *La viteſſe d'un filet quelconque de liqueur qui s'échappe d'un réſervoir eſt la même que celle qu'acquerroit un corps en tombant d'une hauteur égale à celle de la ſurface du fluide au-deſſus de l'orifice.* Propoſition fondamentale. Fig. 1.

Voyez la démonſtration de cette propoſition aux n. 237, 238 & 243 de l'Hydrodynamique de M. l'Abbé Boſſut.

3. Soit AB (*fig.* 1.) la ſurface de l'eau dans le réſervoir ABCD. Nommons *h* l'eſpace quelconque BF pris au-deſſous La viteſſe naturelle des filets d'eau eſt exprimée

par les ordonnées d'une parabole. Fig. 1.

de AB, v la vîteſſe qu'acquerroit un corps en tombant librement le long de cet eſpace, & p l'intenſité de la gravité naturelle qui ſe meſure par la vîteſſe qu'elle engendre dans un temps donné. Ce temps eſt ici d'une ſeconde, & par conſéquent $p = 30$, 2 pieds, ou en négligeant la fraction $p = 30$. Suivant la théorie de la chûte des graves, le quarré de la vîteſſe acquiſe au bout d'un eſpace donné eſt égal au produit de cet eſpace par le double de l'intenſité de la peſanteur. Donc on aura $v^2 = 2ph$. Si nous regardons les quantités h & v comme variables, cette équation appartiendra à une parabole ordinaire dont le parametre ſera $= 2p$ ou 60 pieds & le ſommet en B. Décrivons la parabole BGE telle que ſon axe ſoit BC, ſon ſommet en B, & ſon parametre $= 2p$: ſes ordonnées FG & CE exprimeront les différentes vîteſſes d'un corps qui tombera librement de la ſurface AB, & qui arrivera en F & C; par conſéquent (2) ces mêmes ordonnées exprimeront auſſi les vîteſſes des filets d'eau correſpondans.

Valeur de la dépenſe naturelle par un orifice rectangulaire vertical. Fig. 1.

4. Par les extrémités C & H de l'orifice CH menons les ordonnées CE & HI; elles exprimeront les eſpaces parcourus dans une ſeconde par les globules correſpondans, ou plutôt les ſommes de globules qui s'échapperont dans cet intervalle de temps par les points correſpondants C & H. Il en ſera de même des autres ordonnées intermédiaires telles que FG. Donc la ſomme de toutes ces ordonnées ſera celle des globules qui s'échapperont dans une ſeconde par l'orifice vertical & infiniment étroit CH; & puiſque le même raiſonnement s'applique à tous les éléments verticaux dont l'orifice total eſt compoſé, nous conclurons que *la dépenſe naturelle que fait dans une ſeconde, par un orifice rectangulaire vertical, un réſervoir conſtamment entretenu plein, eſt égale au produit du ſegment parabolique correſpondant CHIE par la largeur de l'orifice.*

Nous n'examinons ici que les orifices rectangulaires verti-

caux, parcequ'ils ſont les ſeuls dont nous ferons uſage. Si l'on vouloit avoir la dépenſe par des orifices triangulaires ou circulaires, on pourroit conſulter l'Hydrodynamique de M. Boſſut, n. 252-258.

Contraction de la veine fluide.

5. La dépenſe, telle que nous venons de la conſidérer, eſt ce qu'on appelle *dépenſe naturelle*, & elle auroit lieu ſi tous les filets ſortoient du réſervoir ſelon des directions paralleles entre elles & perpendiculaires à l'orifice. Mais dans l'état naturel il n'y a que les filets qui répondent au milieu de l'ouverture qui aient une pareille direction. Tous les autres tendent à ſortir par des directions d'autant plus obliques, qu'ils ſont plus voiſins des bords de l'orifice. De ſorte que le fluide s'échappe ſous la forme d'une pyramide tronquée dont la grande baſe eſt l'orifice, & la petite ſe trouve à une certaine diſtance au-dehors. C'eſt *la contraction de la veine fluide.*

Rapport de la dépenſe naturelle à la dépenſe effective.

6. Les directions des filets faiſant des angles entre elles, il eſt néceſſaire que *la dépenſe effective* ſoit moindre que *la dépenſe naturelle*; ce qui eſt conforme au réſultat des expériences de M. Boſſut. Le même Auteur a remarqué que la contraction varioit ſelon les différentes manieres dont l'eau ſortoit du baſſin. Il en diſtingue ſur-tout deux eſpeces, dont la premiere a lieu quand l'eau ſort par un orifice pratiqué dans une mince paroi, & la ſeconde lorſqu'on emploie un tuyau additionnel dont la longueur eſt fort petite & la groſſeur uniforme. La contraction de la premiere eſpece eſt plus forte que celle de la ſeconde; ce qui ſe connoît par la différence des dépenſes. Car l'orifice étant le même, *la dépenſe naturelle, la dépenſe par un tuyau additionnel & la dépenſe par un orifice percé dans une mince paroi, ſont à-peu-près comme les nombres* 16, 13 & 10. Voyez l'Hydrodynamique de M. Boſſut, n. 384.

7. La vîteſſe des différents filets ne ſera pas la même; elle ſera moindre pour ceux qui ſeront voiſins des bords de l'orifice que pour ceux qui répondront aux environs du centre. Il ſeroit très

difficile d'exprimer par une équation la vîteſſe effective d'un filet quelconque au ſortir de l'orifice. Cependant ſi l'on fait attention que les particules ayant une certaine adhéſion les unes aux autres, celles qui ſeront plus retardées recevront une partie de la vîteſſe de celles qui le ſeront moins, & les retarderont d'autant, l'on verra que dans la pratique on peut ſuppoſer, ſans craindre d'erreur ſenſible, que l'altération de la vîteſſe eſt la même pour chaque filet. D'après cette hypotheſe, voyons quelle ſera la loi des vîteſſes effectives au ſortir du baſſin.

La vîteſſe effective de l'eau peut être exprimée par les ordonnées d'une parabole. FIG. 1.

8. Que la dépenſe naturelle ſoit à la dépenſe effective :: 1 : a. Nous pouvons ſuppoſer que chaque filet $= v$ ſe réduit à av. Faiſons $av = z$; nous aurons $v = \frac{z}{a}$ & $v^2 = \frac{z^2}{a^2}$. Mais (3) nous avions $v^2 = 2ph$. Donc nous aurons auſſi $\frac{z^2}{a^2} = 2ph$, & $z^2 = 2a^2ph$, équation à la parabole ordinaire dont le ſommet & l'axe ſeront les mêmes que pour la parabole B I E, & dont le parametre ſera $= 2a^2p$, c'eſt-à-dire celui de B I E multiplié par le quarré du rapport de la dépenſe effective à la dépenſe naturelle.

Dépenſe effective par un orifice rectangulaire vertical. FIG. 1.

9. Conſtruiſons la parabole B I′ E′ dont le parametre $= 2a^2p$: ſes ordonnées C E′ & H I′ pourront exprimer les vîteſſes effectives des filets correſpondants, &, par un raiſonnement ſemblable à celui du n. 4, nous conclurons que *la dépenſe effective par un orifice rectangulaire vertical d'un baſſin conſtamment entretenu plein, eſt égale au ſegment parabolique correſpondant C H I′ E′ par la largeur de l'orifice.*

Dépenſe d'un canal rectangulaire horiſontal. FIG. 1.

10. Suppoſons que l'eau en ſortant du baſſin par l'orifice C H ſoit reçue dans un canal horiſontal de même largeur que l'orifice, & ſans frottement : les vîteſſes des filets correſpondants aux différents points C, F, H, ſuivront la même loi qu'auparavant, c'eſt-à-dire qu'elles ſeront exprimées par les ordonnées d'une parabole. Réciproquement ſi un courant ſe meut dans un

pareil canal, nous pourrons ſuppoſer qu'il ſort par un orifice C H d'un baſſin A B C D conſtamment entretenu plein à la hauteur H B due à la vîteſſe des filets de la ſuperficie. Car dans les deux cas la vîteſſe à la ſurface étant la même, il n'y a point de raiſon pour croire que celle des filets inférieurs ſuit des loix différentes. Donc *la dépenſe d'un canal horiſontal eſt égale au produit de ſa largeur par le ſegment parabolique C H I E dont les ordonnées expriment les vîteſſes des filets du courant.*

Moyens d'avoir les dépenſes précédentes quand la hauteur due eſt conſidérable. FIG. 1.

11. Dans la parabole le rayon de courbure augmente de plus en plus à meſure qu'on s'éloigne du ſommet. Donc lorſqu'on en ſera à une certaine diſtance B H, on pourra, ſans erreur ſenſible, regarder l'arc parabolique I G E comme une ligne droite; & l'on aura d'autant moins à craindre que B H ſera plus grande par rapport à H C. Suppoſant donc I G E une droite: le ſegment C H I E pourra être regardé comme un trapeze dont la ſurface ſera égale au produit de la hauteur C H de l'orifice par l'ordonnée F G, menée à égales diſtances de C & de H, ou moyenne arithmétique entre les ordonnées extrêmes C E, H I. Ce que nous diſons de la parabole B I E doit auſſi s'entendre de l'intérieure B I' E'. Donc *lorſque la hauteur B H de la ſurface de l'eau au-deſſus du bord ſupérieur de l'orifice ſera conſidérablement plus grande que la hauteur H C de ce même orifice, la dépenſe ſera égale au produit de l'orifice par la vîteſſe moyenne arithmétique entre les vîteſſes extrêmes;* & s'il s'agit d'un canal, *elle ſera égale au produit de la ſection perpendiculaire par la vîteſſe des filets du milieu, ou par la moyenne arithmétique entre les vîteſſes extrêmes, lorſque la hauteur due aux eaux de la ſuperficie ſera conſidérablement plus grande que la profondeur du canal.*

Dépenſe d'un canal lorſque la vîteſſe des eaux de la ſurface eſt nulle. FIG. 1.

12. Suppoſons que la vîteſſe à la ſurface d'un canal ſoit nulle, & que les eaux ne s'écoulent qu'en vertu de la preſſion des ſupérieures; pour en avoir la dépenſe dans une ſeconde, il n'y a qu'à regarder l'orifice C H comme devenant C B. Pour lors

la dépenſe, par un élément vertical, ſera exprimée par la demi-parabole B C E, & la dépenſe totale ſe trouvera en multipliant la ſurface B C E par la largeur du canal. On ſait que $BCE = \frac{2}{3} BC \times CE$.

Réflexions ſur les réſiſtances dans les courſiers. FIG. 2.

13. Juſqu'ici nous avons fait abſtraction de la réſiſtance des frottements; mais comme elle influe très ſenſiblement ſur le mouvement des fluides, voyons de quelle maniere elle agit, & comment nous devons la faire entrer dans nos calculs. Soit A B (*fig.* 2.) un courſier horiſontal; qu'un courant commence à s'y mouvoir en B avec une certaine vîteſſe, le frottement le retardera à chaque inſtant, & ſa vîteſſe diminuera continuellement. Faiſons tourner ce canal autour du point A, de façon qu'il prenne toutes les poſitions poſſibles dans l'angle droit B A Q. Lorſqu'il aura une inclinaiſon, la gravité abſolue ſe décompoſera en force de preſſion ſur le plan, & en gravité relative qui pouſſera le fluide vers A. Si la force du frottement eſt plus grande que la gravité relative, le courant ſera retardé, mais moins que dans la poſition A B, & d'autant moins que ces deux forces approcheront plus de l'égalité. Nous reconnoîtrons cette égalité lorſque la vîteſſe du fluide ſera la même dans toute l'étendue du canal. Suppoſons que cette poſition ſoit celle de A C. Nous appellerons l'angle B A C *angle du frottement.* Que la verticale H F repréſente la gravité abſolue. Abaiſſons la perpendiculaire H G ſur le plan; F G ſera la graviré relative, & elle meſurera la réſiſtance du frottement. Les triangles ſemblables A C D, F G H nous donnent A C : C D :: H F : F G. Suppoſons que l'on ait A C : C D :: 1 : q, & nommons p la gravité abſolue H F; nous aurons 1 : q :: p : G F = pq. C'eſt l'expreſſion de la force du frottement. Qu'enfin le canal prenne la poſition A N. Nous aurons la gravité relative $LM = KL \times \frac{NP}{AN}$; & à cauſe que $KL = p$, $LM = p \times \frac{NP}{AN}$. C'eſt l'action de la gravité à chaque inſtant le long du plan; & puiſqu'elle eſt con-

traite à celle du frottement, la force accélératrice parallelement au plan sera $= p \times \frac{NP}{AN} - pq$, ou $= p\left(\frac{NP}{AN} - q\right)$.

14. Cette force accélératrice sera-t-elle variable ou non? L'angle N A P étant constant, $\frac{NP}{AN}$ le sera aussi; ainsi tout dépend de la grandeur q. Mais l'angle N A P étant plus grand que l'angle du frottement C A D, la force sera accélératrice, la vîtesse du fluide augmentera, & la résistance du frottement diminuera, ainsi qu'on va voir. Ce seroit le contraire si l'angle N A P étoit moindre que l'angle du frottement. Dans le premier cas q diminuera continuellement, & elle augmentera dans le second. Par conséquent la force $p\left(\frac{NP}{AN} - q\right)$ ne sera constante que quand on supposera que c'est un solide qui glisse le long d'un plan incliné; & même la chose n'est pas reçue par certains Auteurs qui prétendent, avec quelque fondement, que la vîtesse doit entrer dans l'évaluation de la résistance des frottements de tous les corps.

15. M. Bossut a trouvé (*Hydrod.* 641.) que la résistance du frottement est la dixieme partie de la gravité absolue. Supposons que cette résistance affecte uniformément toute la masse d'eau qui passe dans un canal. Il est évident que l'âpreté des surfaces étant constante, la résistance du frottement sera d'autant moins sensible que la surface frottée sera moindre, & la force de la masse plus grande. Nommons l la largeur, & l' la profondeur du canal supposé rectangulaire, m la masse d'eau, & v sa vîtesse moyenne. Puisque $l\,l'\,v = m$, nous aurons $l' = \frac{m}{lv}$, & la partie frottée sera $= \frac{2m}{lv} + l$. Le frottement sera donc proportionnel à $\frac{\frac{2m}{lv} + l}{m\,v} = \frac{2m + l'v}{lmv}$; c'est-à-dire que la quantité q par laquelle il faudra multiplier la gravité pour avoir le frottement, sera proportionnelle à cette grandeur. Soit a la partie frot-

tée diviſée par la force de la maſſe d'eau dans l'expérience du n. 632 de l'Hydrodynamique de M. Boſſut, & $b = \frac{1}{10}$. Nous aurons $a : b :: \frac{2m+lv^2}{lmv^2} : q = \frac{b}{a} \times \frac{2m+lv^2}{lmv^2}$. Si nous repréſentons par P la force accélératrice le long du plan au point où la vîteſſe du fluide $= v$, nous aurons $P = p\left(\frac{NP}{AN} - \frac{b}{a} \times \frac{2m+l^2v}{lmv^2}\right)$. Or il eſt évident qu'à moins que l'on ne choiſiſſe l'angle du frottement qui convient à la force de la maſſe, la vîteſſe variera à chaque inſtant. Donc le facteur $\frac{NP}{AN} - \frac{b}{a} \times \frac{2m+l^2v}{lmv^2}$ ſera variable, & par conſéquent la force P ne ſera pas accélératrice ou retardatrice conſtante; elle ſera croiſſante lorſque l'angle d'inclinaiſon ſera plus grand que l'angle du frottement *qui lui convient :* & lorſque cet angle ſera moindre, elle ſera décroiſſante.

16. Nous venons de dire que la force P accélératrice ſera croiſſante quand l'angle d'inclinaiſon ſera plus grand que l'angle du frorrement *qui lui convient.* En effet, il eſt aiſé de voir par le n. précédent, que ſi l'on exécutoit les expériences des n. 632 - 639 de l'Hydrodynamique de M. Boſſut, en faiſant varier d'une maniere beaucoup plus ſenſible les hauteurs dues & les dépenſes, on trouveroit à chaque expérience des angles de frottement ſenſiblement différents les uns des autres. Ces angles ſeroient d'autant plus conſidérables que les périmetres des ſections du fluide ſeroient plus grands, & que la force de la maſſe ſeroit moindre; au conrraire ils ſeroienr d'autant plus petits que les périmetres de ces mêmes ſections ſeroient moindres, & que la force de la maſſe ſeroit plus grande. On s'en convaincra pleinement en examinant le cours des rivieres. Pour peu de force qu'ait une riviere, malgré les inégalirés & les ſinuoſités de ſon lit, elle n'a beſoin, pour la conſerver, que d'une inclinaiſon d'autant moindre que la dixieme parrie de la longueur de ſon cours, que la maſſe de ſes eaux & ſa vîteſſe

ſont

ſont plus conſidérables. Il faut donc de nouvelles expériences plus variées & exécutées plus en grand pour s'aſſurer de la vérité de ce que nous venons de dire & de l'exactitude de la proportion du n. précédent. Ces expériences pourroient d'ailleurs être très utiles pour la conſtruction des canaux. Cependant elles ne détermineront que l'angle du frottement convenable à chaque cas, ſans déterminer d'une maniere exacte la loi des variations de la force accélératrice P. Cette loi ne peut être fixée que par un calcul compliqué qui la rendroit peut-être inutile dans la pratique. Puiſqu'il s'agit donc de ſimplifier les opérations, examinons s'il ne ſeroit pas poſſible de trouver, par le moyen des expériences déjà faites, un degré d'exactitude qui pût ſuffire à l'objet que nous nous propoſons.

17. Nous avons dit (7) qu'après la contraction il ne reſtoit qu'une partie de la viteſſe. Il eſt donc eſſentiel d'éviter la contraction lorſqu'on introduit de l'eau dans un courſier pour mouvoir une machine, & pour cela il n'y a qu'à donner au canal qui amene l'eau à la machine une largeur égale à celle de la partie ſupérieure du courſier, ou du moins, la largeur, dans le cours du canal, pouvant être plus grande, on aura ſoin de la diminuer inſenſiblement & de rapprocher les parois latérales à meſure qu'on approchera du courſier, juſqu'à ce qu'enfin au point de réunion du canal & du courſier, leurs largeurs ſoient égales. Mais pour peu que la dépenſe du canal & la chûte ſoient conſidérables, ſi l'on veut donner au courſier la même largeur dans toute ſon étendue; comme la viteſſe s'accélere, & que par conſéquent la ſection du courant diminue de plus en plus à meſure qu'on s'approche du point le plus bas, pour conſerver aux côtés de cette ſection un rapport déterminé, ainſi que nous verrons plus bas; il faudroit ſouvent que la profondeur du haut du courſier fût exceſſive par rapport à ſa largeur, ce qui ſeroit incommode & ne manqueroit pas de produire un excès de frottement capable de compenſer ce qu'on auroit pu gagner

d'ailleurs. Ajoutons à cela que la détermination de cette largeur relativement à la dépenſe & à la chûte du courant, & au rapport des côtés de ſa ſection au point le plus bas, ne pourroit être que des plus compliquées, & par conſéquent impraticable. Il faut donc abſolument renoncer aux courſiers dont la largeur eſt conſtante, & ſe ſervir de ceux dont les parois latérales AB, CD (*fig.* 3) ſe rapprocheſt continuellement l'une de l'autre vers le point le plus bas. Par cette forme on évite la contraction & la trop grande profondeur des eaux à l'entrée du courſier. Nous verrons dans la ſuite que par ce moyen on peut aiſément mettre les côtés de la ſection du courant en BD dans tel rapport qu'on voudra, & que l'angle de déviation ABE eſt très petit. Il nous ſuffira de faire voir ici qu'on peut regarder la force accélératrice de l'eau le long du courſier comme conſtante & dans un rapport déterminé avec la gravité abſolue.

Fig. 3. 18. Menons BE & DF paralleles à la véritable direction du courant. Les filets renfermés dans l'eſpace BEFD ne rencontrant pas les parois latérales AB, CD, n'éprouveront de leur part aucun déchet de viteſſe. Mais il n'en ſera pas de même de ceux qui ſeront compris dans les angles ABE, CDF. Un filet quelconque tel que *ab* tombant ſur AB ſe réfléchira d'abord, & étant entraîné par le filet voiſin, il tombera une ſeconde fois ſur AB qui le réfléchira de nouveau. Après cette ſeconde réflexion, entraîné par un autre filet, il en eſſuiera une troiſieme & pluſieurs autres enſuite, dont l'examen nous meneroit trop loin. Ne conſidérons donc qu'une ſeule réflexion pour un filet quelconque, & ſuppoſons qu'après cette réflexion il ſe mêle avec le fluide renfermé dans la partie BEFD. Que le filet *ab* choque AB avec une viteſſe exprimée par *ab*. Abaiſſons la perpendiculaire *ac* à AB, *bc* ſera ſa viteſſe le long de AB après le choc. Menons *cd* perpendiculaire à *ab*, la viteſſe *cb* ſera décompoſée en *bd* parallele, & en *cd* perpendiculaire à BE, la perte de viteſſe du filet *ab* ſera donc *ad*. Dans le

triangle abc rectangle en c nous avons : $\div ab : ac : ad$, & par conſéquent $ab : ad :: \overline{ab}^2 : \overline{ac}^2 :: \overline{AB}^2 : \overline{AE}^2$; c'eſt-à-dire que la vîteſſe abſolue du filet ab, avant le choc, ſera à ſa vîteſſe perdue par le choc, dans le rapport de $\overline{AB}^2$ à $\overline{AE}^2$. Mais AB eſt incomparablement plus grande que AE, &, à plus forte raiſon, $\overline{AB}^2$ eſt $> \overline{AE}^2$. Donc la vîteſſe perdue du filet ab ſera extrêmement petite.

Que ce même filet ſe mêle à préſent dans le courant direct BEFD. Ayant moins de vîteſſe que les autres, il eſſuieta un choc de leur part, & ſa vîteſſe augmenteta aux dépens de la leur. Le coutant direct perdra donc une partie de ſa vîteſſe pour la communiquer au filet ab, & cette partie communiquée ſera évidemment moindre que la vîteſſe ad perdue par ab. Le même raiſonnement s'applique aux autres filets renfermés dans les angles ABE, CDF. Mais 1°. la partie perdue ad eſt extrêmement petite ; 2°. la maſſe du courant direct BEFD eſt beaucoup plus grande que les maſſes latérales compriſes dans les angles ABE, CDF. Donc la diminution de la vîteſſe du courant total à chaque inſtant ſera extrêmement petite, & nous pourrons la regarder comme détruiſant à chaque inſtant l'accroiſſement de la force accélératrice P (15). Ainſi nous pouvons ſuppoſer cette force conſtante, & dans l'expreſſion $p\left(\frac{NP}{AN} - q\right)$ (*fig.* 2.) regarder de même la quantité q. Il ne reſte plus qu'à voir quelle valeur nous pouvons donner à cette derniere.

19. Il ſeroit difficile de ſe ſervir pour le mouvement d'une machine hydraulique d'une force auſſi petite que celle de l'eau employée par M. Boſſut aux expériences des n. 632-639 ; par conſéquent d'après ce que nous avons dit (15, 16) on peut aſſurer qu'en général, toutes choſes d'ailleurs égales, on aura $q < \frac{1}{10}$. Cependant comme les ſurfaces pourroient n'avoir pas le même degré de poli que celles de l'expérience, que la réſiſ-

Dans les courſiers, la réſiſtance du frottement eſt la dixieme partie de la gravité abſolue.

tance occaſionnée par l'obliquité des parois latérales des courſiers peut, dans certains cas, être plus grande que nous ne l'avons ſuppoſée, & qu'enfin quand il y a de l'arbitraire dans l'évaluation des forces, il convient de ne prendre que leur *minimum*; je crois que, ſans craindre d'erreur, nous pouvons ſuppoſer $q = 0,1$; ainſi que M. Boſſut l'a trouvée, quelle que ſoit d'ailleurs l'inclinaiſon du courſier dans lequel le courant ſe mouvra. Nommant donc c le rapport de la hauteur à la longueur du courſier, on aura la force accélératrice le long du courſier, ou $P = p\,(c - 0,1)$.

Expreſſion générale de la gravité abſolue dans le ſyſtême des frottements des fluides.

20. Soit AB (*fig.* 4.) un courſier incliné tel que $\frac{AC}{AB} = c$. La force accélératrice le long de ce plan, c'eſt-à-dire P, ſera $= p\,(c - q)$. Rapportons cette force à la verticale AC, & déterminons la valeur de la gravité abſolue dans le ſyſtême qui lui convient. Nommons P′ la gravité abſolue qui, agiſſant librement le long de la verticale, répondroit à la gravité relative P qui agit le long du plan incliné. Par la théorie de la chûte des graves, quelle que ſoit l'intenſité de la gravité, on a toujours: la hauteur du plan eſt à ſa longueur, ce que la gravité relative eſt à la gravité abſolue. Nous aurons donc ici AC : AB :: P : P′, & par conſéquent l'intenſité de la force accélératrice abſolue P′ dans le ſyſtême des mouvements accélérés des fluides & accompagnés de frottements ſera $= P \times \frac{AB}{AC} = p \times \frac{c-q}{c}$.

FIG. 4.

21. Sur AC, comme axe, & d'un parametre $= 2P'$ décrivons la parabole ADE dont le ſommet ſoit en A; ſes ordonnées exprimeront les vîteſſes des particules d'eau, lorſqu'elles y ſeront parvenues, ſoit que ce ſoit par AB ou par AC: par exemple, DF ſera leur vîteſſe quand elles ſeront parvenues en F ou en G. Car la vîteſſe acquiſe en F ſera $= \sqrt{2P' \cdot AF} = DF$; & puiſque P′ : P :: AB : AC, ou :: AG : AF, par la théorie de la chûte des graves, la vîteſſe en F ſera la même que la vîteſſe en G.

Comment on rend horiſontale

22. Prolongeons l'horiſontale BC vers E, & ayant pris

BH = BK décrivons un arc de cercle HK qui touche ces deux lignes en H & K reſpectivement. Suppoſons que le frottement ſur l'arc HK ſoit le même que ſur HB; ce qui eſt très approchant de la vérité. Le fluide arrivé à l'horiſontale KE aura acquis la même viteſſe que s'il fût arrivé en B par la ligne AB, ou en C par la verticale AC. Car le fluide ne perd rien de ſa viteſſe en paſſant de la tangente AH dans l'arc HK, ni de l'arc HK dans l'autre tangente KE. D'ailleurs l'accélération ſe fait par l'arc HK de la même maniere que par la partie correſpondante HB du courſier. Donc arrivé en K, il ſe mouvra ſur KE avec une viteſſe = CE, viteſſe qu'il eût acquiſe en B par AB animé de la gravité relative P, ou en C par AC animé de la gravité abſolue P'. Nous verrons dans la ſuite qu'il eſt néceſſaire de ramener la direction du courant à l'horiſontale, à cauſe que c'eſt ſelon cette ligne que doit ſe faire l'impulſion. Si l'on employoit le courſier briſé ABE, le choc qui ſe feroit en B détruiroit une partie de la force de l'eau; ce qui n'arrivera pas en ſe ſervant du moyen que nous venons de donner. Nous aurons lieu dans la ſuite de revenir au même ſujet.

La direction du courant, ſans altérer ſa viteſſe. FIG. 4.

23. La viteſſe du courant étant la même en K & en B, elle ſera exprimée dans l'un & l'autre point par $\sqrt{2P'.AC}$. Or la dépenſe de la ſource étant conſtante, nous démontrerons (77) que les effets ſont comme les quarrés des viteſſes. Donc, pour produire le plus grand effet, il faut que la quantité $2P' \times AC$, ou plutôt P' ſoit la plus grande poſſible. (20) Nous avons $P' = p \times \frac{c-q}{c} = p\left(1 - \frac{q}{c}\right)$. Cette quantité croîtra à meſure que la fraction $\frac{q}{c}$ diminuera. Mais q étant conſtante (19), $\frac{q}{c}$ diminuera lorſque c augmentera. Ainſi l'intenſité de la gravité P' croîtra avec la quantité $c = \frac{AC}{AB}$; d'où l'on pourroit conclure que pour le plus grand effet il faut que le courſier AB ſoit vertical. Mais nous ne devons pas abuſer des réſultats que le calcul

Inclinaiſon du courſier, & valeur de la gravité abſolue. FIG. 4.

donne ; car alors la tendance verticale des gouttes d'eau jointe à la réſiſtance de l'air, l'emporteroit ſur leur adhéſion mutuelle ; les particules, forcées à ſe ſéparer, tomberoient en forme de pluie, & le choc n'en ſeroit que plus foible. Pour éviter tous les inconvénients, il faut avoir ſoin que le courſier s'approche de la verticale le plus qu'il ſera poſſible, pourvu qu'il faſſe toujours avec elle un angle B A C d'une grandeur ſenſible. Je crois que dans la pratique on pourra regarder cet angle comme conſtant & $= 25^d\ 50'$ ou à peu-près. Je prends cet angle par préférence, à cauſe que A B étant $= 1$, l'on a A C $= 0{,}90$ & B C $= 0{,}43$, ou ſeulement A C $= 0{,}9$ & B C $= 0{,}4$; ce qui devient fort ſimple pour les conſtructeurs dont il faut ſur-tout avoir en vue la commodité. Alors on aura $c = 0{,}9$ & $\frac{c-g}{c} = \frac{8}{9}$. Faiſons $\frac{c-g}{c} = B$. Dans la conſtruction, la gravité abſolue P′ ſera regardée comme conſtante & $= Bp = \frac{8}{9} \times 30$ pieds $= \frac{80}{3}$ pieds.

Comment on exprime la viteſſe de l'eau aux différents points du courſier. FIG. 5.

24. Soit A B (*fig.* 5.) le fond d'un canal horiſontal, ou à-peu-près, qui conduit l'eau au courſier, dont le fond eſt repréſenté par la ligne mixte A C D. La ſurface de l'eau qui, à quelque diſtance de A, s'élevoit juſqu'à la ligne horiſontale ponctuée E F, doit s'affaiſſer en s'approchant de la chûte, & prendre la poſition E G. En cet endroit l'eau ſe précipitant dans le courſier, & augmentant continuellement ſa vîteſſe, la ſection perpendiculaire à ſon cours doit toujours décroître juſqu'à l'horiſontale. Ainſi la ſection longitudinale ſera repréſentée par la figure A C D H I G. Suppoſons que le fluide, dans ſa chûte, ſuive depuis la ligne E F la même loi que le long de A C ; ce qui ne peut pas être éloigné de la vérité. Sur la verticale F K, comme axe, & d'un parametre $= 2$ P′, décrivons la parabole F M D, dont le ſommet ſoit en F ; ſes ordonnées, telles que L M, exprimeront la viteſſe des particules d'eau arrivées à cette ligne. Cela ſe voit évidemment par ce que nous avons dit (21).

Comment on meſure la dépenſe du courant arrivé au bas du courſier.
FIG. 5.

25. Par la ſuperficie H du fluide arrivé au bas du courſier menons l'ordonnée HN. Suivant ce que nous avons dit (10), la dépenſe en D ſera égale au produit du ſegment parabolique correſpondant DHNK, multiplié par la largeur du courſier en cet endroit. Et puiſque (11) quand la portion correſpondante KN de l'axe eſt peu conſidérable en comparaiſon de l'abciſſe NF, le ſegment parabolique devient ſenſiblement un trapeze; la dépenſe en D ſera pour lors égale au produit de la ſection du fluide par l'ordonnée correſpondante au milieu de NK ou moyenne arithmétique entre KD & NH.

La viteſſe effective au bas de la chûte eſt plus grande en dérivant l'eau de la ſurface d'un baſſin, qu'en la dérivant d'un point inférieur.
FIG. 4.

26. Qu'on dérive les eaux du baſſin AA'C'C (*fig.* 4.) par le moyen d'un orifice pratiqué en F, & qu'après leur contraction on les conduiſe à l'horiſontale BC par un canal FQ' parallele à AB. Il eſt clair que l'eau mue le long de FQ' doit ſuivre les mêmes loix que ſi elle ſe mouvoit le long de AB, c'eſt-à-dire que ſa viteſſe aux différens points de FQ' ſera exprimée par les ordonnées d'une parabole tout-à-fait la même que ADE, avec cette ſeule différence que ſon ſommet pourra n'être pas au même point. Cherchons à quelle hauteur h au-deſſus du point F il doit ſe trouver. La viteſſe naturelle en F (3) ſera $= \sqrt{2p.AF}$, & (8), après la contraction, elle ſera $= a\sqrt{2p.AF}$. La viteſſe engendrée au même point par la gravité abſolue P', correſpondante à celle dont l'eau eſt animée le long de FQ', ſera $= \sqrt{2P'.h}$. Ainſi on aura $a\sqrt{2p.AF} = \sqrt{2P'.h}$; d'où l'on tirera $h = AF \times \frac{a^2 p}{P'}$, ou en ſubſtituant pour P' ſa valeur $p \times \frac{c-q}{c}$, $h = AF \times \frac{a^2 c}{c-q}$.

Cela poſé, examinons les cas où la viteſſe de l'eau arrivée à l'horiſontale CE ſera plus grande par AB que par FQ'. La viteſſe acquiſe en B eſt $= \sqrt{2P'.\overline{AF+FC}}$, & la viteſſe acquiſe en Q' eſt $= \sqrt{2P'(AF.\frac{a^2 c}{c-q} + FC)}$. Ainſi la premiere

eſt à la ſeconde :: $\sqrt{AF+FC} : \sqrt{AF \times \frac{a^2 c}{c-q} + FC}$. Afin que la vîteſſe en B ſoit plus grande que la vîteſſe en Q', il faut que l'on ait $\sqrt{AF+FC} > \sqrt{AF \times \frac{a^2 c}{c-q} + FC}$, ou $AF > AF \times \frac{a^2 c}{c-q}$, ou enfin $c > \frac{q}{1-a^2}$. Comme q eſt conſtante &=0,1, prenons le cas où le dénominateur eſt le moindre poſſible, celui où a répond à la contraction de la ſeconde eſpece (6), & eſt $= \frac{13}{16}$. En ſubſtituant, nous aurons $\frac{q}{1-a^2} = 0{,}29$. Donc il faudra que c ou $\frac{FC}{FQ'}$ ſoit > 0,29. Or nous avons vu (23) que le rapport $\frac{FC}{FQ'}$ doit être regardé comme conſtant & = 0,9; & que, ſi l'on devoit le regarder comme variable, il ne devroit jamais approcher d'une valeur auſſi petite que 0,29. Donc la vîteſſe acquiſe ſera plus grande en B qu'en Q'. Il eſt viſible que la différence ſeroit encore plus grande ſi l'angle Q'FC étoit plus grand que BAC; & comme il ne doit pas être moindre, nous pouvons généralement conclure que *ſi l'on dérive l'eau d'un baſſin par deux courſiers, dont l'un parte de la ſuperficie, & l'autre d'un point pris au-deſſous, l'eau arrivée à une même horiſontale aura acquis plus de vîteſſe par le premier que par le ſecond.*

Expreſſion de la vîteſſe moyenne de l'eau arrivée au bas de la chûte. Fig. 5.

27. Connoiſſant la chûte FK (*fig.* 5.) & la hauteur KN de la ſection du courant au bas du courſier, on trouvera la vîteſſe moyenne $cd = \sqrt{2P'.Fc}$. Mais $Fc = FK - \frac{1}{2}KN$. Donc la vîteſſe moyenne ſera $= \sqrt{2P'.\overline{FK-\frac{1}{2}KN}} = \sqrt{\frac{160}{3}.\overline{FK-\frac{1}{2}KN}}$. Si l'on faiſoit abſtraction du frottement, on trouveroit cette même vîteſſe $= \sqrt{60.\overline{FK-\frac{1}{2}KN}}$. Ces deux vîteſſes ſeroient donc :: $\sqrt{\frac{160}{3}} : \sqrt{60}$ :: 7,3 : 7,7 :: 73 : 77; ce qui fait voir le peu de cas qu'on doit faire des tables de vîteſſes données par l'Auteur de l'*Architecture Hydraulique.*

28.

28. Connoiſſant la vîteſſe cd à un point quelconque c, il eſt aiſé de trouver ſa hauteur due effective F c; car (3) la propriété de la parabole nous donne $\overline{cd}^2 = 2P'.Fc$, & par conſéquent $Fc = \frac{\overline{cd}^2}{2P'}$. S'il n'y avoit point de frottement, on auroit la hauteur due $Fc = \frac{\overline{cd}^2}{2P}$, & la premiere ſeroit à la ſeconde :: $\frac{1}{P'} : \frac{1}{P}$, ou :: $60 : \frac{80}{3}$, ou enfin :: 9 : 8.

Connoiſſant la vîteſſe de l'eau, trouver ſa hauteur due effective. Fig. 5.

29. Nous avons vu (12) que la dépenſe d'un canal horiſontal dont les eaux de la ſuperficie n'avoient point de vîteſſe ſe meſuroit par la demi-parabole correſpondante multipliée par la largeur du canal. Donc la dépenſe du canal ABEF ſera égale au produit de la demi-parabole FAO par la largeur du canal, & en nommant cette largeur l & la dépenſe m, nous aurons $m = l \times FAO$. Or (13) la force accélératrice le long du plan AN (*fig.* 2.) eſt $= p\left(\frac{NP}{AN} - q\right)$. Donc puiſque le plan AB (*fig.* 5.) eſt horiſontal, la force accélératrice d'un filet quelconque ſera $= p(1 - 0{,}1) = 30 \times 0{,}9 = 27$ pieds. AO ſera $= \sqrt{54 . AF}$, & $FAO = \frac{2}{3} AF.\sqrt{54 . AF} = 4{,}88 . \overline{AF}^{\frac{3}{2}}$; par conſéquent $m = 4{,}88\, l . \overline{AF}^{\frac{3}{2}} = 4{,}88\, l . \overline{BE}^{\frac{3}{2}}$. Si l'on faiſoit abſtraction du frottement, on trouveroit cette dépenſe $= 5{,}16\, l . \overline{BE}^{\frac{3}{2}}$, ce qui nous fait voir que la dépenſe effective eſt à la dépenſe naturelle :: 4,88 : 5,16 :: 122 : 129, à-peu-près.

Formule pour trouver la dépenſe d'un canal. Fig. 5.

30. Pour meſurer la dépenſe, on conduira la ſource à un endroit où il y ait une chûte, par exemple, à celui où l'on veut établir la machine, à moins qu'il ne ſoit trop éloigné. On lui conſtruira un courſier de quelques toiſes de longueur ſenſiblement horiſontal & poli intérieurement le plus qu'on pourra. On prendra la ſection du fluide à l'endroit où la ſurface commencera à avoir un mouvement ſenſible, par exemple, de

Précautions à prendre pour avoir cette dépenſe.

demi-pied par ſeconde ; & on fera les opérarions indiquées par la formule que nous venons de donner.

Maniere plus exacte d'avoir la dépenſe d'une ſource. FIG. 5.

31. Il eſt poſſible, par les raiſons rapportées (14, 17 & 30.) que la mérhode que nous avons donnée (29, 30.) pour meſurer la dépenſe d'une ſource ne donne pas un réſultat auſſi exact qu'on pourroit le deſirer. Quel qu'il ſoit on fera bien de s'y conformer dans la conſtruction du courſier. Le courſier conſtruit, ſi l'on veut avoir la dépenſe d'une maniere plus préciſe pour connoître avec plus de juſteſſe les autres dimenſions & l'effet de la machine, on meſurera la profondeur NK du courant au bas de la chûte ; on la mulripliera par la largeur du courſier en cet endroit, & la ſurface qui en réſultera ſera multipliée par la vîteſſe moyenne $cd = \sqrt{\frac{140}{1}(FK - \frac{1}{4}KN)}$ (27). Ce dernier produit ſera la dépenſe exprimée avec plus d'exactitude que par les autres méthodes.

Au reſte, cette mérhode, à la prendre à la rigueur, n'eſt qu'une méthode d'approximation ; mais elle eſt plus que ſuffiſante dans la pratique où les à-peu-près ſuffiſent. Je me réſerve à traiter ailleurs ce ſujet avec plus d'étendue.

Défaut du Régulateur de Guglielmini.

32. Quoique le moyen que nous avons donné pour meſurer la dépenſe d'une ſource ait quelque rapport avec le Régulateur de *Guglielmini*, il en differe néanmoins en ce que nous n'employons point de vanne pour faire enfler les eaux dans la partie ſupérieure. Cette vanne eſt un défaut dans le moyen propoſé par cet Auteur, à cauſe qu'elle doit néceſſairement occaſionner une contraction irréguliere. En effet, il eſt viſible que les filets ſe contracteront ſeulement dans la partie ſupérieure de l'orifice, & que, d'après cette contraction partielle, il ſeroit très difficile de déterminer la dépenſe de la ſource, à cauſe que nous n'avons pas des obſervarions ſur cette eſpece de contraction.

Définition de

33. On verra bientôt que la conſtruction d'une machine

hydraulique deſtinée à être mue par une ſource ne dépend que de la dépenſe & de la chûte de cette ſource. Il eſt donc eſſentiel de déterminer ces deux grandeurs avec le plus de préciſion qu'il eſt poſſible. Nous avons donné la maniere d'avoir la dépenſe. Quant à la chûte, on en diſtingue deux, la chûte abſolue & la chûte relative. La premiere eſt la différence de niveau entre le point le plus haut & le point le plus bas, & elle ſe détermine par le nivellement. La ſeconde n'eſt que la différence de niveau entre le point le plus haut & celui de la vîteſſe moyenne de l'eau arrivée au bas du courſier. Cette derniere ne ſe détermine que par le calcul, ainſi que nous verrons ailleurs. Dans la définition que nous venons de donner de la chûte relative, nous avons ſuppoſé qu'il n'y avoit point de contraction à l'entrée du courſier. Si cette ſuppoſition n'avoit pas lieu, comme cela arrive quand on emploie des écluſes, la chûte relative ſeroit moindre que celle dont nous venons de parler. En traitant des courſiers & des écluſes, nous verrons comment on la détermine dans l'un & l'autre cas. On doit obſerver que quand nous parlerons de la chûte en général, il faut entendre la chûte relative; car ſi nous voulions parler de la chûte abſolue, nous la ſpécifierions.

la chûte abſolue & de la chûte relative.

34. Soit ABCD (*fig. 6*) la ſection du coffre d'un courſier dans lequel ſe meut un courant dont la ſurface s'éleve juſqu'à la ligne AD. Que ce courant rencontre un plan EFGH qui s'oppoſe à ſon paſſage : la partie correſpondante du fluide le choquera avec une certaine force, & enſuite elle s'échappera par les eſpaces libres. Qu'on rapproche les côtés du courſier, le fluide choquant étant le même qu'auparavant, & ayant moins de facilité de s'échapper par les eſpaces libres devenus moindres, doit agir avec plus de force ſur le plan, & ſon effort ſera d'autant plus grand, qu'il y aura moins d'eſpace à côté & au-deſſous du plan par où il puiſſe s'échapper. L'on voit auſſi, par la même raiſon, que ſi l'on éloigne les côtés du courſier, & que le cou-

Réflexions ſur les fluides définis & indéfinis.
FIG. 6.

rant s'éleve conſtamment juſqu'à la ligne AD, le choc diminuera de plus en plus juſqu'à un certain point, paſſé lequel la diminution ceſſera, ou du moins ſera inſenſible. Lorſque la diminution ceſſera d'être ſenſible, le fluide ſera ce qu'on appelle *indéfini :* au contraire, il ſera *défini* ou *limité* lorſque le choc variera pat le plus ou le moins de proximité des parois du courſier.

35. Il réſulte de-là 1°. qu'il y a un terme au-delà duquel le fluide eſt conſtamment indéfini, & l'impulſion ſur la même ſurface conſtante, à moins que la viteſſe ne variât : 2°. qu'endeçà de ce terme le fluide eſt, à la vérité, conſtamment défini, mais que néanmoins l'impulſion n'eſt pas conſtante, & que par conſéquent on peut admettre différents degrés dans le *défini ;* ce qu'on ne peut pas faire pat rapport à *l'indéfini* : 3°. que, toutes choſes d'ailleurs égales, le choc d'un fluide indéfini doit être moindre que celui d'un fluide défini : 4°. que le choc du fluide défini doit être d'autant plus grand, que l'intervalle compris entre les parois du courſier & la ſurface choquée ſera moindre. Les expériences faites pat MM. d'Alembert, le Marquis de Condotcet & l'Abbé Boſſut, prouvent la vérité de ce raiſonnement. Qu'on liſe les *numéros 5-9 du Chapitre VI des nouvelles expériences ſur la réſiſtance des fluides*, & l'on verra la confirmation de tout ce que nous venons de dire.

36. Suppoſons la ſection ABCD conſtante, & faiſons variet la grandeur du plan EFGH ; s'il augmente, le fluide choquant augmentera auſſi, tandis que les eſpaces libres diminueront : ainſi, toutes choſes d'ailleurs égales, le choc doit augmenter. Au contraire, que le plan diminue, les eſpaces libres augmenteront, tandis que le fluide choquant diminuera. Cette portion du fluide aura donc plus de liberté de s'échapper, & par conſéquent le choc diminuera. Il diminuera d'autant plus que le plan EFGH deviendra moindre. Cependant il eſt naturel de croire que quand il ſera arrivé à un certain degré de petiteſſe, le fluide choquant ayant toute la libetté néceſſaire pout fuir après

le choc, la diminution ceſſera d'être ſenſible, & l'impulſion ſur une portion déterminée du plan ſera conſtante. Ainſi ſi A E eſt la diſtance à laquelle ſe trouvent les limites qui ſéparent l'indéfini du défini, nous pouvons conclure que cette diſtance n'eſt pas conſtante, & qu'elle eſt proportionnelle à l'étendue de la ſurface choquée. Par exemple, le fluide ſera cenſé indéfini à 3 pieds par rapport à une ſurface d'un pied quarré, & il pourra être encore défini à 5 pieds ſi la ſurface a 4 pieds Mais on ne peut rien dire de précis à cet égard, à cauſe que les expériences manquent.

Réflexions ſur l'emploi des courſiers.

37. Puiſque dans le choc les fluides définis ont l'avantage ſur les indéfinis, & que les plus définis l'emportent ſur ceux qui le ſont moins, il ſuit 1°. que, toutes choſes d'ailleurs égales, les roues placées ſur un courſier qu'elles rempliſſent aſſez exactement ſont plus avantageuſes que celles qui ſont placées ſur des rivieres, à cauſe que dans les premieres l'eau n'a que peu d'eſpace pour s'échapper; au lieu que dans les ſecondes elle peut fuir latéralement & par-deſſous; & ſi elle eſt gênée latéralement, elle pourra toujours corroder le fond & ſe pratiquer une fuite aiſée au-deſſous de la roue; 2°. que l'on peut augmenter l'effet de ces dernieres en les faiſant tourner dans des courſiers.

Valeur abſolue de la force d'un fluide défini & de celle d'un fluide indéfini.

38. Les ſentiments des Auteurs ont été long-temps partagés au ſujet de la valeur abſolue du choc direct des fluides. Les uns prétendoient qu'on devoit le meſurer par le poids d'une colonne de même fluide qui auroit pour baſe la ſurface choquée & pour hauteur celle qui ſeroit due à la viteſſe du courant. Les autres penſoient que la hauteur de cette colonne devoit être double. Les *nouvelles expériences ſur la réſiſtance des fluides* ont réſolu la queſtion. Il eſt conſtant que *dans les fluides indéfinis, lorſqu'une ſurface eſt choquée directement par un courant, la force du choc eſt égale au poids d'une colonne de ce fluide qui auroit pour baſe la ſurface choquée, & pour hauteur la hauteur due à la viteſſe du courant*, comme on peut voir au

Chapitre V, n. 33 ; & *lorſque le courant eſt renfermé dans un courſier dont la capacité eſt aſſez exactement remplie par la ſurface choquée, la hauteur de la colonne eſt double de la hauteur due à la vîteſſe avec laquelle ſe fait l'impulſion* ; ainſi qu'on peut le déduire des n. 5-9 du Chapitre VI.

39. On pourroit conclure de-là que *les chocs directs des fluides ſont entre eux en raiſon compoſée des ſurfaces choquées, des quarrés des vîteſſes des fluides & de leurs denſités*, puiſque (2) la vîteſſe d'un filet de liqueur ſuit les loix des graves, & que les quarrés des vîteſſes ſont comme les hauteurs dues. Mais on peut voir la théorie de la percuſſion des fluides dans l'excellent Traité d'Hydrodynamique de M. l'Abbé Boſſut, n. 719-729, où elle eſt traitée d'une maniere qui ne laiſſe rien à deſirer. Je me contenterai de mettre ici l'énoncé des trois propoſitions qui ſervent de baſe au calcul de l'impulſion des fluides.

Propoſitions néceſſaires pour la meſure de l'impulſion des fluides.

1°. *Les chocs directs de deux fluides de même nature ſur deux plans différents, ſont entre eux en raiſon compoſée de ces plans & des quarrés des vîteſſes avec leſquelles ils ſont choqués.*

2°. *Si deux plans en repos ſont frappés, l'un perpendiculairement, & l'autre obliquement avec différentes vîteſſes par deux courants de même nature ; l'impulſion perpendiculaire ſera à l'impulſion oblique, comme le premier plan multiplié par le quarré de la vîteſſe du premier courant & par le quarré du ſinus total, eſt au ſecond plan multiplié par le quarré de la vîteſſe du ſecond courant & par le quarré du ſinus de l'angle ſous lequel ſe fait l'impulſion.*

3°. *Lorſque les chocs ſont obliques, ils ſont entre eux en raiſon compoſée des plans choqués, des quarrés des vîteſſes avec leſquelles ils ſont choqués, & des quarrés des ſinus des angles d'impulſion.*

Réflexions ſur ces propoſitions.

40. La théorie de ces propoſitions ſe démontre à la rigueur ; mais la pratique n'eſt pas toujours d'accord avec la théorie. Il

étoit donc néceſſaire de conſulter l'expérience pour ſavoir ſi l'on pouvoit les employer en toute sûreté, ou du moins quelles étoient les loix & les limites des modifications des réſultats. C'eſt ce qui a été exécuté avec le plus grand ſoin par les Auteurs des *nouvelles expériences ſur la réſiſtance des fluides.* En voici le réſultat.

1°. *Les réſiſtances qu'éprouve un même corps de figure quelconque mu avec différentes vîteſſes dans un fluide indéfini, ſont ſenſiblement proportionnelles aux quarrés des vîteſſes.*

2°. *Les réſiſtances perpendiculaires & directes de pluſieurs ſurfaces planes mues avec la même vîteſſe, ſont ſenſiblement proportionnelles aux étendues de ces ſurfaces.* Donc on peut faire uſage de la premiere propoſition ſans aucune reſtriction.

3°. *Les réſiſtances qui proviennent des mouvements obliques ne diminuent pas, à beaucoup près, toutes choſes d'ailleurs égales, dans la raiſon des quarrés des ſinus des angles d'incidence; par conſéquent ſur ce troiſieme point la théorie ordinaire de la réſiſtance des fluides doit être entiérement abandonnée lorſque les angles d'incidence ſont petits, puiſqu'alors elle donneroit néceſſairement des réſultats très fautifs... Mais pour les cas où les angles d'incidence ſeroient grands, comme dans l'intervalle de 50^d à 90^d, on peut, en attendant mieux, ſe ſervir de la théorie ordinaire pour déterminer les réſiſtances, en obſervant néanmoins qu'elle donnera pour ces réſiſtances des quantités un peu moindres qu'on ne les trouveroit par l'expérience, & d'autant moindres que les angles d'incidence s'éloigneront davantage de 90^d.* Ainſi, pour pouvoir ſe ſervir de la ſeconde & de la troiſieme propoſition, il faudra faire enſorte que les impulſions ſe faſſent ſous des angles qui approchent le plus qu'il ſera poſſible de l'angle droit. Voyez *le Chap. V, n. 35 des nouvelles expériences ſur la réſiſtance des fluides.*

Comment on trouve la force du choc direct de l'eau

41. Pour pouvoir faire uſage des propoſitions du n. 39, cherchons l'expreſſion de la valeur abſolue du choc perpendi-

sur une surface d'un pied quarré, & sous un pied de vîteſſe.

culaire de l'eau mue avec une vîteſſe déterminée contre une ſurface donnée. Prenons le pied & la livre poids de marc pour unités. Suppoſons que la ſurface donnée ſoit d'un pied quarré, la vîteſſe de l'eau d'un pied par ſeconde, & le fluide indéfini. Le choc abſolu ſera égal au poids d'une colonne d'eau d'un pied quarré de baſe, & dont la hauteur ſeroit due à la vîteſſe = 1 pied. Pour avoir le poids de cette colonne, il faudra multiplier ſon volume exprimé en pieds cubes, ou en parties de pieds cubes par 70 ℔, poids d'un pied cube d'eau. Le volume eſt égal à la ſurface choquée qui eſt = 1^2, multipliée par la hauteur due à l'unité, laquelle hauteur (3) eſt = $\frac{v^2}{2p} = \frac{1}{60}$. Donc le poids de cette colonne eſt = $1^2 \times \frac{1}{60} \times 70$ ℔ = $\frac{7}{6}$ ℔.

Nous avons vu (38) que quand le fluide eſt défini, la hauteur de la colonne eſt double. Donc dans ce dernier cas l'impulſion ſera = $\frac{7}{3}$ ℔.

Ainſi nous pouvons conclure que *ſi un courant d'eau indéfini mu avec un pied de vîteſſe par ſeconde, choque perpendiculairement une ſurface immobile d'un pied quarré, le choc équivaut à* $\frac{7}{6}$ ℔; *& qu'il eſt double, c'eſt-à-dire* = $\frac{7}{3}$ ℔ *lorſque le courant eſt renfermé dans un courſier dont la capacité eſt aſſez exactement remplie par la ſurface choquée.*

Repréſentons par K le poids de cette colonne. Dans le premier cas nous aurons K = $\frac{7}{6}$ ℔, & dans le ſecond K = $\frac{7}{3}$ ℔.

Moyen d'avoir l'impulſion directe ſur toutes ſortes de plans immobiles.

42. Cherchons la valeur de l'impulſion perpendiculaire d'un courant mu avec une vîteſſe = v contre un plan immobile = λ. Puiſque (39. 1°.) les chocs perpendiculaires ſont comme les ſurfaces choquées multipliées par les quarrés des vîteſſes, & (41) qu'un courant animé d'un pied de vîteſſe produit une impulſion = K ſur une ſurface d'un pied quarré, nous aurons l'impulſion cherchée en diſant : *Si une ſurface d'un pied quarré multipliée par le quarré de l'unité* (qui eſt la vîteſſe avec laquelle elle eſt choquée) *répond à un effort* = K, *le produit de la ſurface*

ſurface donnée λ *par le quarré* v^2 *de la vîteſſe du courant qui la choque, à quel effort répondra-t-il?* Nommons F l'effort cherché, & mettons ces quatre quantités en proportion; nous aurons $1^2 \times 1^2 : K :: \lambda \times v^2 : F$. Donc $F = K\lambda v^2$. Ce qui nous fait voir qu'*on aura l'impulſion directe ſur un plan immobile en multipliant par K le produit du plan par le quarré de la vîteſſe avec laquelle il eſt choqué.*

Par exemple, le fluide étant défini, ſi la ſurface propoſée étoit de 10 pieds quarrés, & qu'elle fût choquée avec 12 pieds de vîteſſe, on auroit $\lambda = 10$, $v = 12$, $K = \frac{7}{5}$ lb, & $F = \frac{7}{5} \times 1440$ lb $= 3360$ lb. Le choc ſeroit deux fois moindre & $=$ 1680 lb ſi le fluide étoit indéfini.

Expreſſion du quarré de la vîteſſe d'un fluide.

43. Nommons h la hauteur due à la vîteſſe v. Si le fluide eſt défini, le volume de la colonne dont le poids meſurera l'impulſion ſera $= \lambda \times 2h$, & ſon poids ſera $= \lambda \times 2h \times 70$ lb. Par la premiere propoſition du n. 39, nous dirons: Si une ſurface d'un pied quarré choquée avec un pied de vîteſſe donne un choc égal au poids d'une colonne d'eau de même baſe, & dont la hauteur eſt double de la hauteur due à la vîteſſe $= 1$ pied, la ſurface λ choquée avec une vîteſſe $= v$ doit donner un choc $= \lambda \times 2h \times 70$; ou en écrivant la proportion $1^2 \times 1^2 : K :: \lambda v^2 : \lambda \times 2h \times 70 :: v^2 : 2h \times 70$. D'où l'on tire $v^2 = \frac{2h \times 70}{K}$. Nous aurons ſouvent lieu de faire uſage de cette expreſſion.

Si le fluide étoit indéfini, on auroit $v^2 = \frac{h \times 70}{K}$; expreſſion qui reviendroit à la précédente, à cauſe que l'on auroit alors $K = \frac{7}{6}$.

Moyen d'avoir l'impulſion oblique ſur toutes ſortes de plans immobiles.

44. Si le choc ſe faiſoit obliquement ſous un angle dont le nombre de degrés fût $= N$, en vertu de la ſeconde propoſition du n. 39, nous dirions: Si un pied quarré multiplié par le quarré de la vîteſſe qui eſt l'unité, & par celui du ſinus total, répond à un effort $= K$; la ſurface donnée λ multipliée par le quarré v^2 de la vîteſſe & par celui de *ſin.* N, à quel effort répondra-t-elle? Nommons R le ſinus total & mettons toutes

ces grandeurs en proportion, nous aurons $1^2 \times 1^2 \times R^2 : K :: \lambda \times v^2 \times \overline{\sin.\ N}^2 : F$. Donc $F = K \lambda v^2 \times \frac{\overline{\sin.\ N}^2}{R^2}$. De cette expreſſion on déduit cette regle : *Calculez le choc de la même maniere que s'il étoit direct* (42), *& multipliez le réſultat par le rapport du quarré du ſinus de l'angle d'incidence au quarré du ſinus total.*

Suppoſons que les valeurs de λ & v étant les mêmes que dans l'exemple du n. 42, on ait $N = 60^d$, nous aurons $\frac{\overline{\sin.\ N}^2}{R^2} = \frac{\overline{\sin.\ 60^d}^2}{R^2}$. En opétant par logarithmes, nous trouverons celui de $\sin.\ 60^d = 9{,}9330656$, & celui du rayon $= 10$. Doublons le premier, & ajoutons 3 à la caractériſtique, la ſomme ſera $= 22{,}8661312$, de laquelle retranchant le double du logarithme du rayon, nous aurons pour reſte $2{,}8661312$; quantité qui répond à-peu-près à 734, & qui donne $0{,}734$ pour la valeur de $\frac{\overline{\sin.\ N}^2}{R^2}$, à cauſe que nous avions trois unités de trop au logarithme du numérateur. Multiplions par cette quantité les valeurs que nous avons trouvées (42) pour λv^2, c'eſt-à-dire 3360, & 1680, & nous aurons l'impulſion cherchée $= 2466{,}24$ lb quand le fluide ſera défini ; & quand il ſera indéfini, l'impulſion ſera $= 1233{,}12$ lb.

L'action du fluide s'exerce perpendiculairement au plan.

45. On doit remarquer que les impulſions que nous venons d'évaluer s'éxercent perpendiculairement à la ſurface donnée, ſoit que le choc ſoit perpendiculaire, ſoit qu'il ſoit oblique. Ainſi, dans tous les cas, elle s'exprime par une ligne perpendiculaire à cette ſurface.

Moyen d'avoir l'impulſion directe ſur un plan en mouvement.

46. Lorſqu'on emploie des fluides au mouvement des machines, leur action s'exerce ſur des ſurfaces en mouvement, & pour lors le choc ne ſe fait qu'en vertu de la vîteſſe relative. Suppoſons d'abord que la ſurface λ perpendiculaire à la direction du courant dont la vîteſſe $= v$ ſe meuve avec la vîteſſe $= u$ parallèlement à elle-même. Il eſt clair que fuyant devant le fluide avec la vîteſſe u, elle échappe d'autant à ſon action.

Le courant n'aura donc de priſe ſur elle qu'en vertu de ſon excès de viteſſe, lequel ſera $= v - u$. Ainſi il la choquera de la même maniere qu'il feroit ſi la ſurface étant en repos, ſa viteſſe étoit $= v - u$. Alors, par la premiere propoſition du n. 39, nous déterminerons l'impulſion par une proportion ſemblable à celle du n. 42, en diſant : $1^2 \times 1^2 : K :: \lambda \times \overline{v-u}^2 : F = K\lambda \times \overline{v-u}^2$. De cette expreſſion nous déduiſons cette regle : *Multipliez par K le produit de la ſurface choquée par le quarré de la différence des viteſſes, & vous aurez l'impulſion cherchée.*

Suppoſons que l'on ait $u = 3$, & que les autres quantités aient la même valeur que dans les exemples précédents; $v - u$ ſera $= 9$, & $\lambda \times \overline{v-u}^2 = 810$. Donc $K\lambda v^2 = 1890$ ℔ ou 945 ℔, ſelon que le fluide ſera défini ou indéfini.

47. Que la différence des viteſſes ſoit à celle de la ſurface choquée $:: s' : s$, on aura $v - u : u :: s' : s$, ou $v - u : v :: s' : s' + s$; d'où l'on tirera $v - u = \frac{s'}{s'+s} \times v$. Subſtituons cette expreſſion dans la formule $F = K\lambda \times \overline{v-u}^2$, & elle deviendra $F = \frac{s'}{s'+s} K\lambda v^2$. Expreſſion générale de cette impulſion.

48. Suppoſons qu'un courant agiſſe ſur la ſurface DE (*fig.* 7) dans la direction AB, & avec une viteſſe $=$ AG; & qu'en vertu de cette action la ſurface choquée ſe meuve dans la direction & avec la viteſſe repréſentées par la ligne AF. Il s'agit de déterminer la valeur de l'impulſion. Pour faciliter les calculs, faiſons le ſinus total $= 1$; *ſin.* BAC $=$ *ſin.* FAG $= p$; *cof.* BAC $=$ *cof.* FAG $= q$; *ſin.* EAF $= p'$; *cof.* EAF $= q'$. Soit la ſurface choquée DE $= \lambda$; AG $= v$, & AF $= u$. Joignons le point F au point G par la droite FG, & conſtruiſons ſur AF & FG le parallélogramme AFGH : la viteſſe AG ſera décompoſée en deux; ſavoir, AF & AH. La premiere étant la même que celle de la ſurface DE, ne produira aucun effet ſur cette ſurface. Le choc ſe fera donc en vertu de la ſeconde, dont il faut trouver la valeur & l'inclinaiſon ſur la ſurface choquée. Formule générale de l'impulſion oblique ſur un plan en mouvement.

Abaiſſons FL perpendiculaire à AG. Dans le triangle rectangle AFL, nous aurons *ſin. tot.* : *ſin.* FAL :: AF : FL, ou $1 : p :: u : FL = pu$; & *ſin. tot.* : *cof.* FAL :: AF : AL, ou $1 : q :: u : AL = qu$. Donc $GL = AG - AL = v - qu$, & $FG = \sqrt{\overline{FL}^2 + \overline{GL}^2} = \sqrt{p^2u^2 + v^2 - 2qvu + q^2u^2}$. Mais $p^2 + q^2 = 1$, & par conſéquent $p^2u^2 + q^2u^2 = u^2$. Donc $FG = \sqrt{v^2 - 2qvu + u^2} = AH$.

Les angles FAH, AFG étant ſuppléments l'un de l'autre, leurs ſinus ſeront égaux. Or dans le triangle AFG on a FG : AG :: *ſin.* FAG : *ſin.* AFG = *ſin.* FAH $= \frac{AG \times \textit{ſin.}\, FAG}{FG} = \frac{pv}{\sqrt{v^2 - 2qvu + u^2}}$. Donc *cof.* FAH $= \sqrt{1 - \textit{ſin.}\, FAH^2} = \sqrt{1 - \frac{p^2v^2}{v^2 - 2qvu + u^2}} = \frac{qv - u}{\sqrt{v^2 - 2qvu + u^2}}$ (à cauſe que $\overline{1 - p^2} \cdot v^2 = q^2v^2$). Mais le ſinus de la ſomme de deux angles eſt égal au ſinus du premier multiplié par le coſinus du ſecond, plus au ſinus du ſecond mulriplié par le coſinus du premier; le tout diviſé par le ſinus toral. Donc puiſque nous avons fait le ſinus total = 1, nous aurons *ſin.* HAE = *ſin.* FAH × *cof.* FAE + *ſin.* FAE × *cof.* FAH, quantité qui, par la ſubſtitution, deviendra $= \frac{\overline{pq' + p'q} \cdot v - p'u}{\sqrt{v^2 - 2qvu + u^2}}$.

Ayant l'expreſſion de la vîteſſe relative AH & du ſinus de l'angle d'incidence HAE, il n'y a qu'à faire la proportion de la ſeconde propoſition du n. 39, ne perdant pas de vue que le ſinus total eſt ici = 1. Nous dirons donc : $1^2 \times 1^2 \times 1^2 : K :: DE \times \overline{AH}^2 \times \textit{ſin.}\, \overline{HAE}^2 = \lambda \times \overline{v^2 - 2qvu + u^2} \times \frac{(\overline{pq' + p'q} \cdot v - p'u)^2}{v^2 - 2qvu + u^2} : F = K\lambda\,(\overline{pq' + p'q} \cdot v - p'u)^2$. C'eſt l'expreſſion de l'effort du fluide perpendiculairement à DE.

Regle générale pour trouver la valeur de cette impulſion.

FIG. 7.

49. Dans l'expreſſion que nous venons de trouver, la quantité $pq' + p'q$, ou, ſi l'on veut, $\frac{pq' + p'q}{1} = \frac{\textit{ſin.}\, BAC \times \textit{cof.}\, CAD + \textit{ſin.}\, CAD \times \textit{cof.}\, BAC}{\textit{ſin. tot.}}$

$=$ *ſin.* BAD ou *ſin.* GAE. Abaiſſons des points G & F ſur DE les perpendiculaires GN, FM; nous aurons dans le triangle GAN : 1 : *ſin.* GAN :: AG : GN $= \overline{pq' + p'q} \cdot v$; & dans le triangle AFM : 1 : *ſin.* FAM :: AF : FM $= p'u$. Menons FP parallele à DE : GP ſera $=$ GN $-$ FM $= \overline{pq' + p'q} \cdot v - p'u$; & par conſéquent l'impulſion ſur DE ſera $= K\lambda \times \overline{GP}^2$; ce qui ſignifie que pour lors il n'y a qu'*à décompoſer la vîteſſe du plan & celle du courant en deux, dont l'une ſoit parallele, & l'autre perpendiculaire au plan, & à calculer le choc comme on feroit s'il n'exiſtoit que la vîteſſe perpendiculaire, & que le plan ſe mût dans cette direction.* C'eſt ce qui paroîtra évident quand on fera atrention que des deux vîreſſes AM & MF, il n'y a que MF qui tranſporté le plan ſelon la perpendiculaire, & qu'il en eſt de même de GN par tapport à AG. Le plan ne ſera donc pouſſé dans certe direction qu'en vertu de la différence des vîteſſes GN & FM.

50. Suppoſons 1°. que le courant AB ſoit perpendiculaire à la ſurface choquée DE. L'angle BAE ſera droit, & par conſéquent les deux angles BAC, & FAE, ou CAD, ſeront compléments l'un de l'autre; ce qui nous donne $pq' + p'q = 1$, & l'impulſion $F = K\lambda (v - p'u)^2$. En effet, en raiſonnant comme ci-deſſus (49), l'impulſion eſt toujours $= K\lambda \times \overline{GN - FM}^2$. Mais ici l'angle GAN eſt droit; ce qui donne GN $=$ GA $= v$, & par conſéquent $F = K\lambda \times \overline{GA - FM}^2 = K\lambda \times \overline{v - pu}^2$. Premier cas.

51. Suppoſons 2°. que le courant AB étant oblique à DE, le mouvement de DE ſe faſſe dans la direction AB. Dans ce cas AF & AG coïncideront; ce qui anéantira l'angle FAG & ſon oppoſé au ſommet BAC. Donc alors $p = 0$, & $q = 1$, & l'impulſion $F = K\lambda (p'v - p'u)^2$. La ligne AG prend la poſition AG' & GN devient $G'N' = p'v$. Ainſi l'impulſion F eſt encore $= K\lambda \times \overline{G'N' - FM}^2 = K\lambda \times \overline{N'P'}^2$. Second cas.

Comment on réduit les ſinus algébriques à ceux des tables. FIG. 7.

52. Pour pouvoir commodément faire uſage des formules où le rayon eſt = 1, il faut ramener les ſinus algébriques à ceux des tables. Propoſons-nous, pour en donner un exemple, d'y réduire la formule du n. 48. Nommons R le rayon des tables: on trouvera p' par la proportion ſuivante: R : *ſin.* FAE :: 1 : p' = $\frac{\text{ſin. FAE}}{\text{R}}$. Par une ſemblable proportion, on trouvera, ſi l'on veut, les expreſſions de q', p & q. Nous nous bornerons ici à celle de $pq' + p'q$, qui eſt le ſinus algébrique de l'angle BAD. Nous l'aurons en diſant: R : *ſin.* BAD :: 1 : $pq' + p'q$ = $\frac{\text{ſin. BAD}}{\text{R}}$. Subſtituant, la formule du n. 48 deviendra F = $K\lambda\left(\frac{\text{ſin. BAD}}{\text{R}} \times v - \frac{\text{ſin. FAE}}{\text{R}} \times u\right)^2$.

On peut faire les ſubſtitutions convenables aux formules des n. 50 & 51. La premiere deviendra F = $K\lambda\left(v - \frac{\text{ſin. FAE}}{\text{R}}\right)^2$; & la ſeconde, F = $K\lambda\left(\frac{\text{ſin. FAE}}{\text{R}} \times \overline{v - u}\right)^2$.

Application à un exemple. FIG. 7.

53. Suppoſons que l'on ait la ſurface choquée λ = 0,21 pieds quarrés, v = 28,5; u = 23,8; BAC = 15° 25′, & FAE = 66° 15′. L'angle BAD = BAC + EAF = 81° 40′. La formule du n. 48 deviendra F = K × 0,21 $\left(\frac{\text{ſin. } 81^\circ\,40'}{\text{R}} \times 28{,}5 - \frac{\text{ſin } 66^\circ\,15'}{\text{R}} \times 23{,}8\right)^2$. Opérant par logarithmes, & faiſant les opérations indiquées, on trouvera F = 20,132 ℔ lorſque le fluide eſt défini, & F = 10,066 ℔ lorſqu'il ſera indéfini.

Si l'on applique les mêmes grandeurs à la formule du n. 50, l'on trouvera F = 22,127 ℔ ou la moitié ſeulement, ſuivant la valeur de K.

Pareillement par la formule du n. 51 on trouvera F = 9,048, ou la moitié de cette quantité, ſelon la nature du fluide.

Comment on trouve l'action du courant dans une direction donnée. FIG. 7.

54. Les impulſions que nous venons de calculer s'exercent perpendiculairement à la ſurface DE, ainſi que nous l'avons remarqué au n. 45, & par conſéquent elles ſont repréſen-

tées par une ligne A Q perpendiculaire à cette même ſurface. Si l'on veut avoir l'action du courant dans la direction AF, on menera QS perpendiculaire à AF. L'impulſion AQ ſera décompoſée en deux, ſavoir QS & AS. Il s'agit de trouver l'expreſſion de la derniere.

Dans le triangle AQS l'angle en A eſt le complément de l'angle FAE, ainſi que de l'angle AQS. Donc AQS = FAE, & par conſéquent *ſin.* AQS = p'; ce qui nous donne la proportion $1 : p' :: AQ : AS = p' \times AQ$. Mais (52) $p' = \frac{\text{ſin. FAE}}{R}$. Donc $AS = AQ \times \frac{\text{ſin. FAE}}{R}$; ce qui nous fait voir que l'*effort du courant ſelon la direction AF eſt égal à celui qu'il exerce perpendiculairement à la ſurface multipliée, par le rapport du ſinus de l'angle FAE au ſinus total.*

Si l'on vouloit avoir la valeur de QS, on la trouveroit en diſant : $1 : q' :: AQ : QS = q' \times AQ$. Mais (52) $q' = \frac{\text{cof. FAE}}{R}$. Donc $QS = AQ \times \frac{\text{cof. FAE}}{R}$.

On pourroit trouver la valeur numérique de chacun de ces efforts en ſuppoſant aux angles FAE & BAC, & aux viteſſes v & u les mêmes valeurs que ci-deſſus (53). En cela il n'y a point de difficulté.

55. La poſition de la ſurface DE oblique à la direction AF & à celle du courant AB eſt pour l'ordinaire celle des ailes d'une roue horiſontale. Ces ailes ſont le plus ſouvent courbes. Lorſque leur courbure eſt conſidérable, il eſt impoſſible de calculer exactement l'impulſion; mais il arrive ſouvent qu'elle eſt peu ſenſible, & pour lors on peut les ſuppoſer planes, ſur-tout quand la ſection du courant au point où ſe fait l'impulſion eſt fort petite. Nous aurons occaſion dans la ſuite de calculer l'impulſion ſur une roue de cette eſpece. Voyons à préſent ce qu'on doit penſer de la courbure qu'on a coutume de donner à leurs ailes.

Cette théorie s'applique aux roues horiſontales. FIG. 7.

Dans les roues les ailes courbes ſont déſavantageuſes. FIG. 8.

56. Soit ABD (*fig.* 8) la ſection d'une aîle courbe, & AD celle du plan qui lui ſert de baſe. Suppoſons que le filet d'eau BC perpendiculaire à AD tombe ſur la concavité de la courbe, & repréſentons ſa force par BE. Menons au point B la tangente BG & BF perpendiculaire à BG, & conſtruiſons le parallélogramme BGEF. Il eſt évident qu'il n'y aura que BF qui agiſſe ſur la courbe, tandis que la force entiere EB agira ſur AD. Et puiſque ſur la totalité des filets il n'y en aura qu'un qui ſoit perpendiculaire à la courbe & que tous les autres lui ſeront obliques, il s'enſuit qu'il n'y aura qu'un filet qui choque la courbe avec aurant d'avantage que le plan AD. Donc l'aîle courbe aura du déſavantage vis-à-vis l'aîle plane, & par conſéquent *l'aîle plane eſt préférable à l'aîle courbe.*

Impulſion directe de l'eau d'un canal ſur un plan en mouvement. FIG. 9.

57. Juſqu'ici nous avons ſuppoſé que tous les filets avoient la même vîteſſe. Prenons un canal dont la ſection longitudinale ſoit repréſentée par ABCD (*fig.* 9). Que AE ſoit la hauteur due à la ſuperficie. Conſtruiſons la parabole EFG dont le parametre ſoit $= 2p = 60$ pieds. Ses ordonnées ſeront les vîteſſes des différents filets aux profondeurs correſpondantes (10). Suppoſons que la ſurface dont le profil eſt repréſenté par AB ſe meuve parallélement à elle-même & dans la direction du courant avec une vîteſſe $AL = u$. Cherchons l'expreſſion de l'impulſion de l'eau ſur cette ſurface. Pour cet effet nommons AE, h; AB, a; la largeur du plan b; & EP, x. PP′ ſera $= dx$, PM $= \sqrt{2px}$, & la vîteſſe relative QM en vertu de laquelle le choc ſe fera $= \sqrt{2px} - u$.

D'après ce que nous avons vu (46), l'impulſion ſur l'élément PP′ ſera $= Kb \times PP' \times \overline{QM}^2 = Kbdx\,(\sqrt{2px} - u)^2$. L'intégrale de cette quantité eſt $= Kb \times (px^2 - \frac{4}{3}ux\sqrt{2px} + u^2x)$. Cette intégrale s'anéantira en A où x ſera $= h$, & elle recevra ſa valeur complete en B où x ſera $= h + a$. Ainſi l'impulſion totale ſur AB ſera $= Kb \times (p.\overline{h+a}^2 - \frac{4}{3}u\sqrt{2p}.\overline{h+a}^{\frac{3}{2}} +$

u^2

$u^2.\overline{h+a}) - Kb\times(ph^2 - \frac{4}{3}u\sqrt{2p}.h^{\frac{3}{2}} + u^2h) = K\,b\times$
$[p.\overline{2ah+a^2} + 4u\sqrt{2p}.(\overline{h+a}^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}}) + au^2]$.

58. Si l'on compare cette formule avec celle du n. 46, on verra que celle que nous venons de trouver eſt incomparablement plus compliquée. La ſimplicité de la premiere vient de ce que nous avons ſuppoſé tous les filets animés de la même vîteſſe. Celle-ci ſe ſimplifieroit auſſi, ſi l'on trouvoit une méthode ſimple de connoître la vîteſſe moyenne, ou ſi l'on veut, la profondeur à laquelle répond l'ordonnée qui donneroit un réſultat égal à celui que nous venons de trouver. Nous ne connoiſſons cette méthode que quand AE eſt beaucoup plus grande que AB : car alors (11) cette ordonnée répond ſenſiblement au milieu de AB. Hors ce cas il eſt preſque impoſſible de trouver une formule exacte moins compoſée. Ainſi en pareils cas pour connoître l'impulſion avec exactitude & avec facilité, il faudra *donner au plan choqué une hauteur beaucoup moindre que la hauteur due aux eaux de la ſuperficie, & ſuppoſer à tous les filets la vîteſſe de celui qui répond au milieu du plan.* Conſéquences qui en réſultent. Fig. 9.

59. Si la hauteur due AE devenoit AE′, la parabole EFG deviendroit E′F′G′. Que la ſurface AB ait toujours la même vîteſſe AL. L'on voit que cette vîteſſe ſera plus grande que celle de l'eau depuis A juſqu'en P, & que depuis ce point juſqu'en B elle ſera moindre ; par conſéquent la partie AP pouſſera l'eau au lieu d'en être pouſſée comme la partie BP. Cela ſe rencontre ſouvent dans les roues placées ſur une riviere dont la vîteſſe à la ſurface eſt peu conſidérable & quand on donne beaucoup de hauteur aux aîles. Car pour lors ſi le point inférieur B décrit dans une ſeconde un arc égal à la ligne BL′, quoique celui qui ſera décrit par le point ſupérieur A de l'aube ſoit moindre, à cauſe qu'il eſt plus près du centre ; cependant il arrivera ſouvent qu'il ſera plus grand que AF′, à cauſe de l'exceſſive diſproportion qu'il y aura entre les Fig. 9.

Digitized by Google

ordonnées extrêmes BG′ & AF′. En pareils cas le ſeul parti qu'il y ait à prendre eſt de rapprocher de l'égalité le rapport des arcs décrits par les poinrs extrêmes B & A, ainſi que celui des otdonnées extrêmes BG′ & AF′; ce qui ne peut ſe faire qu'en rendanr AB la moindre poſſible. Lorſque cela aura lieu, ſi l'arc décrit par le poinr B eſt dans un rapporr convenable avec BG′, celui qui ſera décrit par le point A s'éloignera peu du même rapport avec AF′. Ajoutons à cela la ſimplificarion du calcul d'impulſion (58), & ſur-tout le peu d'obliquité du choc dont nous avons déjà dit un mot (40) & dont nous parlerons plus amplemenr ailleurs. Nous dérerminerons plus bas la moindre haureur due aux eaux de la ſurface pour qu'elles ne ſoient pas refoulées.

Réflexions ſur la maniere dont les fluides exercent leur action.

60. Imaginons une ſurface expoſée au choc direct d'un courant & ſoutenue par un poids aſſez conſidérable pour réſiſter à la force abſolue de ce courant. Il eſt évident que la ſurface & le poids reſteront en repos. Qu'on diminue le poids par degrés : lorſqu'il ne ſera plus aſſez fort pour contrebalancer l'impulſion abſolue du courant, il ſera entraîné avec la ſurface, & il recevra un degré de viteſſe d'autant moindre que ſa quanriré de mariere ſera plus grande. Que l'on continue de le diminuer : ſa vireſſe, qui eſt la même que celle de la ſurface, augmentera de plus en plus juſqu'à ce qu'enfin elle deviendra égale à la viteſſe abſolue du courant; ce qui arrivera lorſque le poids ſera anéanti.

Pour bien ſentir comment la choſe ſe paſſe, concevons la viteſſe abſolue du courant décompoſée en deux parties dont l'une ſoir la même que celle de la ſurface ou du poids enlevé, & l'autre l'excès de ſa vireſſe abſolue ſur celle dont nous venons de parler. Dans quelque étar que ſoit le poids, en repos ou en mouvement, ſon inertie oppoſe toujours une réſiſtance proportionnelle à la quantité de mariere qui le compoſe, & il ne peut être mis en mouvement que quand cette réſiſtance eſt

en équilibre avec une autre force. Pour lors ſi une puiſſance quelconque agit ſur lui avec une certaine vîteſſe, il n'oppoſera plus de réſiſtance, & ils ſe mouveront enſemble avec la vîteſſe de la puiſſance. C'eſt ainſi que tout ſe paſſe à l'égard du poids enlevé par le courant. La réſiſtance qu'il oppoſe à chaque inſtant doit être ſurmontée par une impulſion qui le mette en état d'obéir comme un corps parfaitement libre à toute autre force qui agira ſur lui & qui lui imprimera ſa vîteſſe. Cette réſiſtance eſt ſans ceſſe vaincue par le choc qui s'opere en vertu de la viteſſe relative du courant; & alors le poids n'en oppoſant plus aucune, ſe meut avec la vîteſſe réſidue du fluide.

61. L'on voit par ce que nous venons de dire que ce n'eſt pas par l'impulſion ſeule qu'on doit juger de l'effet d'un courant; car l'impulſion ne fait connoître que la maſſe avec laquelle elle eſt en équilibre, ou qu'elle met en état d'être mue. Or l'effet n'eſt pas ſeulement l'aptitude au mouvement: c'eſt le mouvement même; c'eſt la maſſe dont l'impulſion détruit la force d'inertie, c'eſt, dis-je, cette maſſe mue avec une certaine vîteſſe; & cet effet ſera le plus grand poſſible lorſque la maſſe ſera la plus grande poſſible, & qu'elle ſera enlevée avec la plus grande vîteſſe poſſible. Ainſi, pour comparer les effets que peuvent produire deux courants donnés, il faut prendre les expreſſions de ces effets, je veux dire les produits des maſſes enlevées par leurs vîteſſes, & les comparer.

Loix des effets produits par l'action des fluides.

62. Nommons λ la ſurface choquée, u ſa vîteſſe, v celle du courant, & π le poids enlevé. Par le n. 46, l'impulſion ſera $= K\lambda.\overrightarrow{v-u}$; par le n. 60, cette expreſſion ſera égale au poids enlevé π; & par le n. 61, l'effet eſt égal au poids multiplié par ſa vîteſſe, c'eſt-à-dire $= \pi u$. Donc nous aurons $\pi u = K\lambda.\overrightarrow{v-u}.u$. Repréſentons par les mêmes caractetes majuſcules les mêmes grandeurs priſes dans un autre coutant; nous aurons pareillement l'effet $\Pi U = K\Lambda.\overrightarrow{V-U}.U$; par conſéquent

$\pi u : \Pi U :: \lambda \times \overset{\cdot}{\overline{v - u}} \times u : \Lambda \times \overset{\cdot}{\overline{V - U}} \times U$; c'eſt-à-dire que *quand les maſſes enlevées ont une vîteſſe égale à la vîteſſe abſolue du courant diminuée de ſa vîteſſe relative, les effets ſont en raiſon compoſée des ſurfaces choquées, des quarrés des vîteſſes relatives & de celles des maſſes enlevées.*

FIG. 10. 63. Suppoſons que le poids π ſoit ſuſpendu à une corde qui ſe roule autour d'un tambour (*fig.* 10). La vîteſſe du poids ne ſera pas alors la même que dans le cas précédent. Cherchons l'expreſſion de l'effet. Conſervant les mêmes dénominations, & nommant de plus R le rayon de la roue, & r celui du rambour, nous aurons l'impulſion ſur l'aîle $= K\lambda . \overset{\cdot}{\overline{v - u}}$. Afin que cette force faſſe équilibre au poids π, il faut que leurs moments ſoient égaux, ou que $\pi r = K\lambda . \overset{\cdot}{\overline{v - u}} . R$; ce qui donne $\pi = K\lambda . \overset{\cdot}{\overline{v - u}} . \frac{R}{r}$.

La vîteſſe qui reſte au courant après le choc, ou, ſi l'on veut, la vîteſſe aux aîles de la roue $= u$. Donc puiſque la roue & le tambour font leurs révolutions en même temps, les vîteſſes à leurs circonférences ſeront comme leurs rayons. Ainſi la vîteſſe du poids π ſera le quatrieme terme de cette proportion : $R : r :: u : \frac{ru}{R}$.

Multiplions l'expreſſion du poids π par celle de ſa vîteſſe ; & nous aurons celle de l'effet qui ſera $= K\lambda . \overset{\cdot}{\overline{v - u}} . \frac{R}{r} . \frac{ru}{R} = K\lambda . \overset{\cdot}{\overline{v - u}} . u$.

Exprimons par des lettres majuſcules les grandeurs variables employées au n. précédent, & donnons telles dénominations que nous voudrons aux rayons d'une autre roue & de ſon rambour ; nous trouverons pour l'expreſſion de l'effet correſpondant $K\Lambda . \overset{\cdot}{\overline{V - U}} . U$. Ainſi le premier eſt au ſecond $:: \lambda \times \overset{\cdot}{\overline{v - u}} \times u : \Lambda \times \overset{\cdot}{\overline{V - U}} \times U$; c'eſt-à-dire que *les effets ſont en raiſon*

compoſée des ſurfaces choquées, de leurs vîteſſes, & des quarrés des vîteſſes relatives.

64. Suppoſons à préſent trois toues (*fig.* 11) dont les rayons ſoient reſpectivement R, R′ & R″. Les deux premieres portent des hériſſons dont les dents engrenent les fuſeaux des lanternes des deux dernieres. La premiere eſt à aubes, & la derniere porte un tambour autour duquel ſe roule la corde à laquelle eſt ſuſpendu le poids π. L'impulſion ſur les aîles de la premiere ſera $= K\lambda . \overline{\overline{v - u}}^{2}$; par conſéquent pour qu'elle ſoit en équilibre avec le poids π, il faut que l'on ait $\pi r r' r'' = K\lambda . \overline{\overline{v-u}}^{2} . R R' R''$; d'où l'on tire $\pi = K\lambda . \overline{\overline{v-u}}^{2} . \frac{R R' R''}{r r' r''}$. Cherchons la viteſſe de ce poids ou celle de la circonférence du tambour. Suivant ce que nous avons remarqué (63), la viteſſe des dents du premier hériſſon ſera $= \frac{ru}{R}$; ce ſera auſſi celle des fuſeaux de la premiere lanterne, &, par la même raiſon, la vîteſſe des dents du ſecond hériſſon ſera $\frac{ru}{R} \times \frac{r'}{R'}$. Cette vîteſſe ſera auſſi celle des fuſeaux de la ſeconde lanterne. Donc celle de la circonférence du tambour, ou celle du poids, ſera $= \frac{ru}{R} \times \frac{r'}{R'} \times \frac{r''}{R''}$.

Fig. 11.

Multiplions, ainſi que nous avons fait (63), l'expreſſion du poids π par celle de ſa viteſſe; & nous aurons pour expreſſion de l'effet la quantité $K\lambda . \overline{\overline{v-u}}^{2} . \frac{R R' R''}{r r' r''} \cdot \frac{u r r' r''}{R R' R''} = K\lambda . \overline{\overline{v-u}}^{2} . u$.

Donnons encore les dénominations que nous voudrons aux rayons d'un autre pareil engrénage quelconque, & conſervons celles que nous avons employées au n. 63, nous trouverons pour l'expreſſion de l'effet qui leur répondra, la quantité $K\Lambda . \overline{\overline{V-U}}^{2} \times U$.

Comparons ces deux effets; & nous trouverons qu'ils ſont encore $:: \lambda : \overline{\overline{v-u}}^{2} \times u : \Lambda : \overline{\overline{V-U}}^{2} \times U$; c'eſt-à-dire dans le même rapport qu'aux n. précédents.

65. Puiſque les rayons des machines n'entrent pour rien dans l'expreſſion des effets produits par des courants, nous conclurons généralement que *ſi un courant agit ſur une machine quelconque, ſimple ou compoſée, l'effet ſera toujours en raiſon compoſée de la ſurface choquée, du quarré de la vîteſſe relative & de la vîteſſe du courant après le choc, ou de celle de ſa machine, & que ſa valeur doit ſe déterminer ainſi que nous avons vu* (62), *c'eſt-à-dire de la même maniere que ſi l'on n'employoit aucune machine.* Cette concluſion ne paroîtra ſurprenante qu'à ceux qui ignorent que les machines, quelles qu'elles ſoient, ne font autre choſe que modifier les effets, ſans les augmenter ni les diminuer.

Pour le plus grand effet la vîteſſe de la ſurface choquée doit être les $\frac{1}{3}$ de celle du courant.

66. De ce que l'effet produit par un courant eſt comme la ſurface choquée multipliée par le quarré de la vîteſſe relative & par la vîteſſe réſidue, il s'enſuit que ſi la ſurface choquée eſt conſtante, ainſi que cela eſt dans le même courant, l'effet ſera ſeulement, comme le quarré de la vîteſſe reſpective multiplié par la vîteſſe du courant après le choc, ou par celle de la ſurface choquée; c'eſt-à-dire comme $\overline{v-u}\times u$, en conſervant les dénominations du n. 62; par conſéquent il ſubira les mêmes variations que le produit de ces deux grandeurs, & il deviendra le plus grand ou le moindre poſſible, lorſque ce produit ſera un *maximum* ou un *minimum*. Suppoſons donc v conſtante & u variable, & faiſons ſa différentielle $\overline{v-u}.du-2udu$. $\overline{v-u}=0$; nous aurons $u=\frac{1}{3}v$; c'eſt-à-dire que *quand la ſurface choquée ſe meut parallèlement à elle-même, pour le plus grand effet ſa vîteſſe doit être le tiers de celle du courant.*

Mais, dans la pratique, les ſurfaces choquées ſont les aîles des roues qui n'ont qu'un mouvement de rotation autour du centre; par conſéquent elles ne doivent pas avoir une pareille vîteſſe pour le plus grand effet, ainſi que les expériences le démontrent. Car M. l'Abbé Boſſut a trouvé que cette vîteſſe, au lieu d'être le tiers de la vîteſſe abſolue du courant, doit en être les $\frac{3}{4}$ (Hydrod.

n. 808). C'eſt donc ce dernier rapport qu'il faut adopter, & non pas celui que donne le calcul précédent.

Expreſſion générale de l'effet produit par l'action directe d'un fluide.

67. Suppoſons encore, ainſi que nous avons fait au n. 47, que l'on ait $v-u : u :: s' : s$; nous aurons $u = \frac{sv}{s'+s}$, & $v-u = \frac{s'v}{s'+s}$. Ainſi dans l'expreſſion $K\lambda \cdot \overline{v-u}^{2} \cdot u$ du n. 62, qui repréſente un effet quelconque, ſubſtituons les valeurs de $v-u$ & de u, & nous aurons $K\lambda \cdot \frac{s'^2 s}{s'+s} \cdot v^3$ pour l'expreſſion générale de l'effet qu'un courant produit en choquant directement une ſurface $= \lambda$. Quand il s'agira du plus grand effet, on ſuppoſera $s = 2$, & $s' = 3$, conformément au réſultat donné par l'expérience; & ſi l'on vouloit ſavoir celui qui répond au *maximum* donné par la théorie, on feroit $s = 1$ & $s' = 2$.

Comparaiſon des effets produits par différentes actions directes des fluides.

68. Si nous employons les mêmes caracteres majuſcules, nous trouverons que l'effet produit par un autre courant dont la viteſſe eſt $= V$, ſera exprimé par la quantité $K\Lambda \cdot \frac{S'^2 S}{S'+S} \cdot V^3$. En comparant cette expreſſion avec celle du n. précédent, nous trouverons tout de ſuite les rapports des effets produits dans tous les cas, quelles que ſoient les ſurfaces choquées, leurs viteſſes & celles des courants.

69. Suppoſons que les ſurfaces choquées ſoient égales & placées ſur le même courant. On aura $\lambda = \Lambda$, & $v = V$; & par conſéquent le premier effet ſera au ſecond $:: \frac{s'^2 s}{s'+s} : \frac{S'^2 S}{S'+S}$. Ce rapport peut ſervir à faire connoître l'effet que produiroit une machine dont la viteſſe eſt trop grande ou trop petite, ſi elle étoit rectifiée, ou qu'elle reçût une viteſſe convenable.

Comparaiſon des plus grands effets ſelon la théorie & ſelon la pratique.

Ce même rapport peut auſſi faire connoître celui des plus grands effets, ſelon la théorie & ſelon la pratique. Suppoſons pour cela que le premier terme réponde au plus grand effet ſelon la théorie, & le ſecond au plus grand effet ſelon la pratique. Suivant ce que nous avons dit (67), on aura $s = 2$,

$s = 1$, $S' = 3$, $S = 2$. Après avoir ſubſtitué, on trouvera que *le plus grand effet ſelon la théorie eſt au plus grand effet ſelon l'expérience* :: 250 : 243.

Rapport de la ſection à la viteſſe du courant pour le plus grand effet.

70. Si les deux courants produiſoient l'un & l'autre le plus grand & le même effet, nous aurions $\lambda v^3 = \Lambda V^3$; d'où nous tirerions la proportion $\lambda : \Lambda :: V^3 : v^3$; c'eſt-à-dire que *les ſections des courants ſont réciproquement comme les cubes des viteſſes, lorſqu'ils produiſent les plus grands effets & des effets égaux.*

Degrés de viteſſe imprimés à une même colonne d'eau ſelon la théorie & ſelon la pratique.

71. Nommons h la hauteur due à la viteſſe v. Nous avons vu (43) que l'on aura $v^2 = \frac{2h.70}{K}$. Subſtituons cette valeur dans la formule du n. 67, & elle deviendra $\frac{s's}{s'+s} \times \nu\lambda.2h.70$. Suppoſons qu'elle exprime encore le plus grand effet ſelon la théorie; on aura $\frac{8}{17} \nu \times \lambda h.70$. Mais $\lambda h.70$ exprime le poids d'une colonne d'eau dont la baſe eſt la ſurface choquée λ, & la hauteur la même que la hauteur h due à la viteſſe v. Donc *le plus grand effet que pourroit produire un courant ſelon la théorie, ſeroit d'imprimer les $\frac{8}{17}$ de la viteſſe à une colonne d'eau dont la baſe eſt égale à la ſection, & dont la hauteur eſt due à ſa viteſſe abſolue.*

Si cette formule exprimoit le plus grand effet ſelon la pratique, elle ſe réduiroit à $\frac{36}{115} \nu.\lambda h.70$. D'où l'on concluroit que *dans la pratique le plus grand effet d'un courant ſeroit d'imprimer les $\frac{36}{115}$ de ſa viteſſe abſolue à la maſſe précédente.*

Comparaiſon générale des effets exprimés par la dépenſe & par la chûte.

72. Dans la formule $\frac{s's}{s'+s}.\nu\lambda.2h.70$, le facteur $\nu\lambda$ exprime la dépenſe du courant évaluée en pieds cubes (11). Nommons m cette dépenſe, &, après la ſubſtitution, la formule deviendra $\frac{s's}{s'+s}.140\,h\,m$. Nommons pareillement M la dépenſe du courant du n. 68, & H la hauteur due à ſa viteſſe V.

L'expreſſion

L'expreſſion de ſon effet deviendra $\frac{S'^2 S}{S'+S}$. 140 H M. D'où nous concluons que l'effet du premier courant eſt à celui du ſecond : : $\frac{s'^2 s}{s'+s} . hm : \frac{S'^2 S}{S'+S} .$ H M.

73. Suppoſons que l'un & l'autre de ces deux courants produiſe le plus grand effet. Nous aurons l'effet du premier, qui ſera par rapport à l'effet du ſecond : : hm : H M; c'eſt-à-dire que *les plus grands effets de deux courants ſont en raiſon compoſée de leurs dépenſes & de leurs chûtes.*

Les plus grands effets ſont comme les dépenſes par les chûtes des courants.

74. S'il s'agiſſoit du même courant, dans la proportion précédente on auroit $m = M$, & par conſéquent *les effets produits ſous différentes chûtes, proportionnels à ces mêmes chûtes.* Par où l'on voir que dans la conſtruction d'une machine hydraulique, pour produire le plus grand effet avec une quantité d'eau donnée, il faut ſe procurer la plus grande chûte poſſible.

Conſéquences qui en réſultent.

75. Si les deux courants produiſoient le plus grand & le même effet, on auroit $hm =$ H M; d'où l'on tireroit $m : M : : H : h$, proportion qui nous fait voir que *pour produire le plus grand & le même effet, les dépenſes des courants doivent être en raiſon inverſe des chûtes.*

76. Plus la durée de l'action de l'eau ſera grande, plus auſſi l'effet ſera grand. Nommons donc t & T les temps de ces durées relativement aux deux formules du n. 72; nous aurons le plus grand effet produit par le premier courant, qui ſera au plus grand effet produit par le ſecond : : hmt : H M T; c'eſt-à-dire qu'*en général les plus grands effets produits par divers courants ſont en raiſon compoſée de la dépenſe, de la chûte & de la durée de leur action.*

Rapport des plus grands effets produits en différents temps par différents courants.

77. Dans la formule du n. 67, ſubſtituons ſeulement m à λv, & elle deviendra K . $\frac{s'^2 s}{s'+s} . m v^2$. Par une ſemblable ſubſtitution la formule du n. 68 deviendra K . $\frac{S'^2 S}{S'+S} .$ M V^2. D'où nous

Les plus grands effets ſont auſſi comme les dépenſes par les quarrés des viteſſes.

pourrons conclure que le plus grand effet du premier courant eſt au plus grand effet du ſecond :: $mv^2 : MV^2$; & ſi $m = M$, ces deux effets ſeront entre eux :: $v^2 : V^2$. C'eſt-à-dire que *les plus grands effets de deux courants ſont en raiſon compoſée des dépenſes & des quarrés des vîteſſes ; & s'il s'agit d'un même courant animé ſucceſſivement de différentes vîteſſes, que les plus grands effets produits ſous ces vîteſſes ſont comme les quarrés de ces mêmes vîteſſes.*

Regle générale pour trouver l'effet produit par une impulſion oblique.

78. Nous avons vu (49) que ſi une ſurface DE (*fig.* 7) ſe mouvoit dans la direction & avec la vîteſſe AF, & que le courant la choquât dans la direction & avec la vîteſſe AG, le choc étoit le même que ſi la ſurface & le fluide ſe mouvoient ſelon une direction perpendiculaire à DE, & avec des vîteſſes repréſentées reſpectivement par les perpendiculaires FM & GN ; & (54) repréſentant cette impulſion par la perpendiculaire AQ, nous avons trouvé que l'effort ſelon AF étoit $= p' \cdot AQ$. Donc puiſque l'effet eſt produit ſelon la perpendiculaire, ſa vîteſſe ne ſera pas AF, mais FM, c'eſt-à dire la partie de AF qui eſt dans la direction ſelon laquelle l'effet eſt produit. Par conſéquent (61) cet effet ſera $= p' \cdot FM \cdot AQ = K\lambda p' \cdot p'u(\overline{pq'} + \overline{p'q} \cdot v - p'u)^2 = K\lambda \cdot p' \cdot FM \times (GN - FM)^2$. Qu'on emploie tant de roues qu'on voudra, par les procédés des n. 62-64 on trouvera conſtamment le même réſultat, & l'effet produit ſera toujours en raiſon compoſée de la ſurface DE, du ſinus de l'angle EAF, de FM & du quarré de ſa différence avec GN ; ce qu'on peut exprimer ainſi généralement : *Décompoſez la vîteſſe abſolue du courant & celle de la ſurface choquée chacune en deux autres, dont l'une ſoit parallele, & l'autre perpendiculaire à la ſurface ; enſuite ſuppoſez que la ſurface ſe meuve parallèlement à elle-même, & qu'elle n'ait, ainſi que le courant, d'autre vîteſſe que la vîteſſe perpendiculaire, ni d'autre mouvement que ſelon cette même perpendiculaire ; l'effet ſera en raiſon compoſée de la ſurface, du*

ſinus de l'angle qu'elle forme avec ſa vraie direction, de ſa vîteſſe perpendiculaire & du quarré de la différence de cette vîteſſe avec la vîteſſe perpendiculaire du courant.

Expreſſion de la vîteſſe du plan choqué obliquement pour le plus grand effet. Fig. 7.

79. Cherchons la vîteſſe la plus avantageuſe à cette ſurface. Puiſque l'effet eſt produit de la même façon que dans l'impulſion directe, pour trouver cette vîteſſe, nous pourrions nous diſpenſer d'avoir recours au calcul ; car il eſt clair que ſelon la théorie on doit avoir $FM = \frac{1}{3} GN$. Cependant, pour nous en convaincre, égalons à un *maximum* la quantité $K\lambda p' p' u (\overline{p q' + p' q} . v - p' u)^2$ en regardant u comme variable ; nous aurons $du (\overline{p q' + p' q} . v - p' u)^2 - 2 p' u du \times (\overline{p q' + p' q} . v - p' u) = 0$; ce qui donne $p' u = \frac{1}{3} . \overline{p q' + p' q} . v$, ou $FM = \frac{1}{3} GN$, & par conſéquent $u = \frac{1}{3} v . \frac{p q' + p' q}{p'}$. Mais il eſt naturel de croire que la ſurface choquée, étant l'aîle d'une roue, & l'impulſion ſe rapportant au choc direct, dans la pratique on doit avoir $FM = \frac{2}{3} GN$, ou $p' u = \frac{2}{3} v . \overline{p q' + p' q}$; d'où l'on tire $u = \frac{2}{3} v \times \frac{p q' + p' q}{p'}$. C'eſt la vraie expreſſion de la vîteſſe de la ſurface pour le plus grand effet.

Expreſſion générale de l'effet produit par l'impulſion oblique. Fig. 7.

80. Suppoſons que l'on ait $GP : FM :: s' : s$, ou $GN : FM :: s' + s : s$. Nous aurons $FM = \frac{s}{s' + s} . GN$, ou $p' u = \frac{s}{s' + s} . v . \overline{p q' + p' q}$; ce qui donne, par la ſubſtitution dans la formule du n. 78, $K\lambda \frac{s' s}{s' + s} . p' . \overline{p q' + p' q}^2 . v^2$ pour l'expreſſion de l'effet produit par l'impulſion d'un courant ſur une ſurface λ inclinée à ſa direction ; & cet effet ſera le plus grand poſſible ſelon la théorie, lorſqu'on fera $s' = 2$, & $s = 1$; & ſelon la pratique, quand on ſuppoſera $s' = 3$, & $S = 2$.

Autre expreſſion du même effet. Fig. 7.

81. Menons TX perpendiculaire à AB, & par les points D & E les lignes DX, ET paralleles à AB. Nous aurons $1 :$ *ſin.* AET :: AE : AT :: DE : TX. Donc $TX = DE \times$

ſin. AET. Mais AET = EAG = BAD, & par conſéquent *ſin.* AET = $pq' + p'q$. Nommons TX, λ'; & nous aurons $\lambda' = \lambda . \overline{pq' + p'q}$, & $\lambda = \frac{\lambda'}{\overline{pq' + p'q}}$. Subſtituons cette valeur dans la formule précédente, & elle deviendra $K\lambda' . \frac{s's}{s'+s} . p' . \overline{pq' + p'q}^{2} . v^{3}$.

Rapport des plus grands effets produits par des impulſions obliques.

82. Nommons h la hauteur due à la vîteſſe v, & m la dépenſe du courant. (43) Nous aurons $v^{2} = \frac{2h.70}{K}$, & (11) $\lambda' v = m$. Subſtituons ces expreſſions dans la formule précédente, & elle deviendra $140 . \frac{s's}{s'+s} . p' . \overline{pq' + p'q}^{2} . hm = 140 \times \frac{s's}{s'+s} \times$ *ſin.* EAF × *ſin.* BAD × hm. Mais lorſqu'il s'agit du plus grand effet, la quantité $140 . \frac{s's}{s'+s}$ eſt conſtante. Donc *dans les chocs obliques des ſurfaces dont la direction du mouvement eſt différente de celle du courant, les plus grands effets ſont entre eux en raiſon compoſée de la dépenſe, de la chûte, du quarré du ſinus de l'angle d'incidence, & du ſinus de celui d'inclinaiſon de la ſurface ſur la direction de ſon mouvement.*

Rapport d'un effet oblique à un effet direct.

83. Comparons cette formule avec la ſeconde du n. 72, & nous aurons : *l'effet produit par le choc oblique eſt à l'effet produit par le choc direct* : : $\frac{s's}{s'+s} \times p' \times \overline{pq' + p'q}^{2} \times hm : \frac{s's}{s'+s} \times$ HM.

Dans les roues horiſontales, le courſier doit être horiſontal, & les ailes doivent être verticales.

Fig. 7.

84. L'expreſſion du plus grand effet $140 \times \frac{s's}{s'+s} \times$ *ſin.* EAF × *ſin.* BAD × hm nous donne le moyen de trouver tout de ſuite la poſition la plus avantageuſe du courſier & de la ſurface choquée. Car la quantité $140 . \frac{s's}{s'+s} . hm$ étant conſtante, pour rendre l'effet le plus grand poſſible, il faut que les facteurs reſtants *ſin.* EAF & *ſin.* BAD deviennent les plus grands poſſibles ; ce qui arrivera lorſque EAF ſera = 90^{d},

ainſi que BAD ou BAE. On aura donc alors BAE = EAF. Mais dans les roues la ligne AF eſt horiſontale. Donc la *ſurface DE doit être verticale & la direction AB du courant horiſontale.*

La choſe eſt d'ailleurs évidente. Car pour qu'un courant agiſſe ſur une roue avec le plus d'énergie, il faut qu'il exerce ſon action dans le plan même de la roue, & que cette action ne ſouffre point de décompoſition. Or il eſt clair que dans les roues horiſontales il n'y a que la direction horiſontale du courant & la poſition verticale des aîles qui ſatisfaſſent à ces deux conditions. Cependant nous ne devons pas abuſer de la théorie, mais la modifier par l'expérience. Nous verrons dans la ſuite que pour produire le plus grand effet les aîles ont beſoin d'être un peu inclinées.

Remarque.

85. Lorſque nous avons introduit la hauteur due h dans les formules précédentes, nous avons employé la premiere formule du n. 43, laquelle ſe rapporte aux fluides définis; par conſéquent la valeur des effets calculés ſe rapporte pareillement aux fluides définis. Si l'on vouloit les rapporter aux fluides indéfinis, cette valeur ſeroit deux fois moindre (38). Quant aux formules qui n'expriment que des rapports, elles doivent être priſes ſans reſtriction.

La chûte naturelle & la chûte effective ſont dans un rapport conſtant.

86. Juſqu'ici nous n'avons fait entrer dans nos rapports que la chûte naturelle & dégagée de tout frottement. Mais nous avons vu (20) que dans la pratique la gravité étoit moindre, & par conſéquent les chûtes que nous avons employées ſont moindres que les chûtes effectives. Conſtruiſons la parabole ARQ (*fig.* 4.) dont le parametre = 60 pieds. Ses ordonnées exprimeront les différentes vîteſſes de l'eau aux points correſpondants, en faiſant abſtraction des frottements; & ſuivant ce que nous avons dit (21) les vîteſſes effectives ſeront repréſentées par celles de la parabole ADE dont le parametre = 2P = 2pB (23). Ainſi lorſque l'eau ſera arrivée en K, s'il n'y avoit point de frottement, ſa

Fig. 4.

vîteſſe ſeroit = CQ, & avec le frottement elle ſera ſeulement = CE. Menons parallèlement à AC la ligne ER qui coupe la parabole extérieure en R, & par ce point l'ordonnée RF : elle ſera = CE, & par conſéquent la hauteur naturelle due à CE n'eſt pas AC, mais AF. Nous avons $\overline{CE}^2 = 2P'.AC = 2pB.AC$, & $\overline{FR}^2 = 2p.AF$. Donc $2pB.AC = 2p.AF$, ou $B.AC = AF$; d'où nous tirons $AC : AF :: 1 : B$. Or (23) B eſt conſtante & $= \frac{8}{9}$. Donc la chûte effective & la chûte naturelle ſont dans un rapport conſtant, & par conſéquent les rapports mentionnés depuis le n. 72, & dans leſquels entrent les chûtes naturelles, auront également lieu rélativement aux chûtes effectives.

87. Nommons h' la chûte effective AC correſpondante à la chûte naturelle $AF = h$. Puiſque (86) $AF = B.AC$, nous aurons $h = Bh'$. Si nous ſubſtituons cette valeur dans les formules mentionnées depuis le n. 72, elles exprimeront des réſultats rapportés aux chûtes effectives. Subſtituons-la dans les formules du n. 43, & nous aurons $v^2 = \frac{140\,Bh'}{K}$ ou $v^2 = \frac{70\,Bh'}{K}$, ſelon que le fluide ſera défini ou indéfini.

Le choc doit ſe faire au point le plus bas & ſelon l'horiſontale.

88. *Pour produire le plus grand effet le choc ſur les aîles d'une roue doit ſe faire au point le plus bas & ſelon l'horiſontale.*

Nous avons vu (74) qu'on devoit ſe procurer la plus grande chûte poſſible. Donc 1°. le choc doit ſe faire au point le plus bas. 2°. Il doit auſſi ſe faire ſelon l'horiſontale. Nous l'avons démontré pour les roues horiſontales (84). Quant aux roues verticales, on verra aiſément que la théorie indiquant le choc perpendiculaire pour le plus avantageux, l'aube qui répond au point le plus bas ſe trouvant verticale, exige que le courant ſoit horiſontal. Donc dans tous les cas il doit avoir cette direction.

Il eſt bon de remarquer que quoique l'expérience faſſe voir qu'il eſt avantageux d'incliner un peu les aîles des roues, cela

ne prouve rien contre la direction horiſontale du courant. Nous avons enſeigné (22) la maniere de lui donner cette direction ſans altérer ſa viteſſe.

89. *Soit le baſſin A A' C C conſtamment entretenu plein. Si l'on en dérive la même quantité d'eau par deux courſiers A B & F Q', dont le premier parte de la ſurface même A A', & le ſecond d'un point F pris à une certaine profondeur, l'eau arrivée à l'horiſontale C Q produira un plus grand effet par A B que par F Q'.*

Le courſier doit partir du plus haut point poſſible. FIG. 4.

Nous avons fait voir (26) que l'eau arrivée à l'horiſontale C Q auroit plus de viteſſe par A B que par F Q'. Mais (77) lorſque la dépenſe eſt la même, les plus grands effets ſont comme les quarrés des viteſſes ſous leſquelles ils ſont produits. Donc l'effet ſera plus grand par A B que par F Q'.

90. L'on voit par la propoſition précédente qu'on eſt dans l'erreur en pluſieurs pays où l'on a coutume de conſtruire un baſſin à l'endroit même de la chûte, & d'en dériver les eaux près du fond, ſans faire attention aux effets de la contraction (6). Si l'on renonçoit à ces baſſins, & qu'on dérivât ſimplement les eaux du haut de la chûte par un courſier, l'on augmenteroit l'effet de la machine en même temps qu'on diminueroit les frais de conſtruction.

Erreur qui regne en pluſieurs endroits.

91. Il y a des conſtructeurs qui font la plupart des machines d'une même eſpece à-peu-près de même grandeur ſans avoir égard à la quantité d'eau & à la chûte dont on a à diſpoſer ; & il arrive aſſez ſouvent que l'une & l'autre ſont telles qu'on pourroit imprimer un mouvement continu à une moindre machine par le moyen de laquelle on produiroit le plus grand effet, tandis qu'on préfere d'en employer une plus grande & de la mouvoir par le moyen d'une écluſe. Examinons lequel de ces deux partis eſt le plus avantageux.

On doit éviter autant qu'on le pourra, d'employer des écluſes.

Nommons m la dépenſe de la ſource dans une ſeconde, & h ſa chûte. Conſtruiſons un baſſin qui ſe rempliſſe dans un temps $= t$, & qui ſe vuide dans un temps $=$ T. Nous avons démon-

tré (76) que les plus grands effets ſont en raiſon compoſée des chûtes, des dépenſes & des temps. Suppoſons que quand le baſſin ſe déſemplira, la vîteſſe, & par conſéquent la chûte, ſoit conſtante & $= h$, & que dans une ſeconde ſa dépenſe ſoit alors $=$ M. Nous aurons : l'effet produit d'un mouvement continu eſt à l'effet produit d'un mouvement interrompu : : $m \times \overline{T + t}$: M T. Nommons m' la dépenſe de la ſource pendant le temps $T + t$, & M′ celle de l'écluſe pendant le temps T. Il eſt clair que nous aurons $m' = m \times \overline{T + t}$, & $M' = M T$. Mais la dépenſe de la ſource pendant le temps $T + t$ eſt égale à celle de l'écluſe pendant le temps T, ou $m' = M'$. Donc auſſi $m \times \overline{T + t} = M T$, & par conſéquent les deux effets énoncés dans la proportion précédente ſeroient dans un rapport d'égalité. Or dans les écluſes, 1°. la chûte, loin d'être conſtante, diminue à chaque inſtant, ainſi que la vîteſſe; 2°. elle eſt moindre que h dès le commencement du mouvement, à cauſe de la contraction (6) ainſi que nous verrons ailleurs; 3°. la machine ne produira qu'un inſtant le plus grand effet. Donc le ſecond effet ſera moindre que le premier, & par conſéquent on ne doit employer des écluſes que quand la dépenſe & la chûte ne pourront pas ſuffire pour mouvoir la moindre machine. Dans la troiſieme Section nous examinerons la conſtruction la plus avantageuſe des écluſes.

SECTION

SECTION II.

De l'action de l'eau ſur les aîles des roues ; de la conſtruction des roues & du calcul des machines.

92. DANS la Section précédente nous avons ſuppoſé que l'action de l'eau ne s'exerçoit que ſur une ſurface plane qui ſe mouvoit parallélement à elle-même, & que tous les filets avoient une vîteſſe commune. Mais quand on applique cette action au mouvement des machines, ce n'eſt pas ainſi qu'elle s'exerce. L'eau agit alors ſur les aîles d'une roue : ces aîles ſont ordinairement choquées pluſieurs à la fois, & leur mouvement eſt un mouvement circulaire dont le centre eſt le même que celui de la roue. D'ailleurs les filets inférieurs ont plus de vîteſſe que les ſupérieurs. Ainſi cette action eſt beaucoup plus compliquée que celle dont nous avons traité. Suivons-la de près, & tâchons de la rapporter à la premiere.

Comparaiſon des moments des impulſions directes & obliques ſur la ſurface des aubes.

93. Cherchons d'abord le rapport du moment de l'impulſion ſur l'élément M*m* (*fig.* 12.) d'une aîle oblique N H à celui de l'impulſion ſur l'élément correſpondant F*f* de l'aîle perpendiculaire A L. Soit le ſinus total $= 1$; *cof.* H C L $= b$; C M $= x$; M*m* $= dx$; la vîteſſe abſolue du fluide ou M*p* $= v$, & celle de la roue en M ou M N $= u$. Nous aurons : $1 : b :: CM : CF = bx$; F*f* $= b\,dx$, & la vîteſſe du point F $= \frac{bu}{1} = bu$.

FIG. 12.

Menons *np* & conſtruiſons le parallélogramme M*npq* ; M*q* ſera la vîteſſe avec laquelle l'impulſion ſe fera ſur M*m*. (44) Cette impulſion ſera $= K \times M\,m \times \overline{M\,q}^2 \times \overline{\mathit{ſin.}\ r\,M\,q}^2$, & ſon moment $= K \times CM \times M\,m \times \overline{M\,q}^2 \times \overline{\mathit{ſin.}\ r\,M\,q}^2$. La ligne M*n* exprimant la vîteſſe du point M, eſt perpendiculaire à C M. Il en eſt de même de ſa parallele *pq*, & par conſéquent l'angle en *r*,

formé par ſon prolongement, ſera droit. Dans le triangle rMq nous aurons : $Mq : qr :: 1 : \textit{ſin.}\, rMq = \frac{qr}{Mq}$, & $\overline{\textit{ſin.}\, rMq}^{2} = \frac{\overline{qr}^{2}}{\overline{Mq}^{2}}$. Subſtituant cette expreſſion, le moment d'impulſion ſur Mm deviendra $= K \times CM \times Mm \times \overline{qr}^{2}$. Il ne reſte plus qu'à trouver l'expreſſion de qr. Dans le triangle rMp on a l'angle $Mpr =$ HCL. Donc nous aurons la proportion : $1 : b :: Mp = v : pr = bv$. Mais $pq = Mn = u$. Donc $qr = bv - u$, & $\overline{qr}^{2} = \overline{bv-u}^{2}$. Subſtituons les valeurs algébriques dans l'expreſſion du moment, & nous aurons $K x dx . \overline{bv-u}^{2}$ pour le moment de l'impulſion ſur l'élément oblique Mm.

L'impulſion ſur Ff ſera $= K . Ff . \overline{v-bu}^{2}$, & ſon moment $= K . Ff . CF . \overline{v-bu}^{2}$, ou (en ſubſtituant au lieu des lignes leurs valeurs) $= K b^{2} x dx . \overline{v-bu}^{2}$.

Comparons ces deux moments, & nous aurons : *le moment d'impulſion ſur M m eſt au moment d'impulſion ſur Ff* :: $K x dx (bv-u)^{2} : K b^{2} x dx (v-bu)^{2} :: (bv-u)^{2} : b^{2} \times (v-bu)^{2} :: \left(v - \frac{u}{b}\right)^{2} : (v-bu)^{2}$.

Pour mieux ſentir la relation de ces deux grandeurs, il faut remarquer que quand le mouvement eſt arrivé à l'uniformité, la quantité u eſt toujours une partie déterminée de v. Faiſons donc $u = mv$, & ſubſtituons; nous aurons : *le premier moment eſt au ſecond* :: $\left(v - \frac{mv}{b}\right)^{2} : (v - bmv)^{2} :: \left(1 - \frac{m}{b}\right)^{2} : (1-bm)^{2}$. Mais b ne peut être qu'une fraction. Donc $\frac{m}{b}$ ſera $> bm$; & par conſéquent, pourvu que m ait une valeur réelle, on aura $\left(1 - \frac{m}{b}\right)^{2} < (1-bm)^{2}$; c'eſt-à-dire que *le moment de l'impulſion oblique ſur les aîles d'une roue en mouvement ſera moindre que celui de l'impulſion perpendiculaire correſpondante.* On peut voir la même vérité démontrée dans l'Hydr. de M. Boſſut, n. 771.

94. Retranchons le premier terme du ſecond dans la proportion précédente, & égalons le reſte à y; nous aurons l'équation $y = \frac{m}{b} . \overline{b^2 - 1} . (m . b + \frac{1}{b} - 2)$. L'impulſion ſur la plupart des aîles érant oblique, pour obtenir le plus grand effet, il faut que la quantité y ſoit ou zéro, ou la moindre poſſible. Elle deviendra zéro lorſqu'on fera $m = 0$, ce qui donne $u = 0$. Donc *l'impulſion ſera la plus avantageuſe lorſque la roue ſera en repos.* Voyez l'Hydr. de M. Boſſut, n. 772.

Impulſion ſur les aîles d'une roue en repos.

95. Si au lieu de faire $m = 0$ nous ſuppoſons cette grandeur extrêmement petite, la différence y ſera auſſi très petite, & nous pourrons conclure que *l'impulſion ſera d'autant plus avantageuſe que la roue tournera plus lentement.* Mais d'après les principes établis par la théorie & par l'expérience, la viteſſe de la roue doit avoir un rapport déterminé avec celle du fluide (66), & la quantité m ne peut être ni zéro ni extrêmement petite. Donc on ne peut retirer aucun profit de ces deux remarques.

Impulſion ſur les aîles d'une roue dont le mouvement eſt très lent.

96. Au lieu de ſuppoſer $m = 0$, ſuppoſons $b^2 - 1 = 0$: nous aurons encore $y = 0$. Or de l'équation $b^2 - 1 = 0$ on tire $b = 1$. Ainſi *la différence des momens s'évanouira lorſque l'arc plongé dans l'eau ſera infiniment petit.*

Impulſion ſur un arc infiniment petit.

97. Si nous faiſons $b < 1$, la différence des moments reparoîtra, mais elle ſera d'autant moindre que b ſera plus grande ou s'approchera davantage de l'unité. Donc *l'impulſion ſera d'autant plus avantageuſe, que l'arc plongé dans l'eau ſera d'un moindre nombre de degrés.*

L'arc de la roue plongé dans l'eau doit être du moindre nombre poſſible de degrés.

98. Nous avons vu (40. 3°.) que dans la pratique l'impulſion oblique ſurpaſſoit le réſultat que donnoit la théorie. Ainſi lorſque la différence des moments donnée par l'équation $y = \frac{m}{b} . \overline{b^2 - 1} . (m . b + \frac{1}{b} - 2)$ ſera petite, on doit dans la pratique la regarder comme nulle. Mais, ſelon ce que nous venons de voir (97), la différence des moments donnée par l'équation eſt d'au-

Valeur de l'impulſion ſur toutes les aîles choquées.

tant plus petite, que l'arc plongé eſt d'un moindre nombre de degrés. Donc nous conclurons que *quand le nombre de degrés de l'arc plongé eſt peu conſidérable, on peut regarder l'impulſion ſur toutes les aîles comme la même que celle qui auroit lieu ſur la partie plongée de l'aîle perpendiculaire.*

Hauteur des aîles par rapport au rayon extérieur ou intérieur de la roue.

99. La concluſion que nous venons de déduire eſt fondée, comme l'on voit, ſur la ſuppoſition que la valeur de b approche de l'unité. Mais quelle doit être ſa valeur extrême au-delà de laquelle l'égalité des moments n'aura plus lieu? C'eſt ſur-quoi il faudroit conſulter l'expérience. En attendant qu'elle ait réſolu la queſtion, je crois que, ſans craindre de trop avancer, on peut dire que b ne doit jamais être $< 0,75$. Il pourra ſe faire que ſous cette valeur le calcul fondé ſur la concluſion précédente donne un réſultat différent de celui de la pratique; mais la différence ne peut pas être conſidérable. Ainſi, à la rigueur, la hauteur de l'aîle pourra être le quart du rayon extérieur ou le tiers du rayon intérieur. Cependant il faut remarquer qu'on ne doit donner une ſi petite valeur à b que quand on y eſt forcé par les circonſtances, & que cette valeur doit être dans tous les cas la plus grande poſſible. Cela aura lieu ſur-tout dans les roues verticales mues par un courant dont la vîteſſe eſt fort petite: car alors il pourroit arriver que l'aîle fût obligée de refouler l'eau, ainſi que nous avons déjà vu (59). Dans ces roues, lorſque la vîteſſe du courant eſt très petite, on peut aſſez généralement ſuppoſer que b ne doit pas être $< \frac{7}{8}$, & par conſéquent que la hauteur de l'aîle doit être tout au plus la huitieme partie du rayon extérieur, ou la ſeptieme du rayon intérieur.

Nous verrons dans la ſuite que les aîles des roues placées ailleurs que ſur des rivieres, doivent être plus grandes que nous ne les aſſignons ici, & qu'elles doivent déborder en tout ſens la ſection du courant au point d'impulſion; par conſéquent ce que nous diſons ici des aîles doit s'entendre de cette même ſection conſidérée ſans *remoux*. Cependant nous continuerons de traiter les

choſes de la même maniere juſqu'à ce que nous ayons démontré ce que nous venons d'annoncer.

Réflexions ſur l'action d'un courant aux ailes d'une roue. Fig. 13.

100. Puiſque (93) l'impulſion perpendiculaire eſt la plus avantageuſe, il ſemble qu'on doit adopter le ſyſtême de ceux qui veulent que l'intervalle d'une aube à l'autre ſoit la moitié de l'arc plongé dans l'eau. Pour ne laiſſer aucun doute ſur une matiere auſſi intéreſſante, examinons la roue dans ſes différentes poſitions. Dans ce ſyſtême, lorſque l'aube GE (*fig.* 13) eſt perpendiculaire à la direction du courant dont je ſuppoſe le mouvement de D vers L, l'aube MD arrive ſeulement à la ſurface DL du même courant, & pour lors le moment eſt à pluſieurs égards le plus grand poſſible. Mais cela n'a lieu qu'un ſeul inſtant, & bientôt le point E s'approchant du point B, GE deviendra oblique & laiſſera échapper à pure perte une partie du fluide en E. DM entrant dans l'eau la couvrira d'abord en partie, & enſuite en entier, lorſqu'elle aura pris la poſition PA telle que la verticale CE diviſe également l'angle ACB formé par deux aîles conſécutives. Alors l'impulſion ſera la plus déſavantageuſe : car elle ſe fera ſeulement ſur AH < GE; elle ſe fera obliquement, & par conſéquent (93) ſon moment ſera moindre que celui de l'impulſion ſur la partie correſpondante GF; enfin le fluide qui paſſera par l'intervalle AQ s'écoulera à pure perte & ſa quantité ſera un *maximum*. Ainſi il y aura une différence entre les moments des impulſions dans ces deux poſitions; & le mouvement de la roue ſera inégal, tantôt fort, tantôt foible, ſelon la poſition des ſes aîles par rapport au courant. L'on voit au premier coup d'œil que cette inégalité & la différence des moments ſeront l'une & l'autre d'autant plus grandes que l'arc plongé ſera d'un plus grand nombre de degrés. Or lorſque la réſiſtance eſt variable, on doit la regarder comme conſtante & égale à ſon *maximum*. Donc auſſi, par une raiſon ſemblable, lorſque la force motrice varie, il faut la ſuppoſer invariable & égale à ſon *minimum*. Par conſéquent, dans le calcul qu'on fera, on prendra pour force

motrice l'impulſion ſur A H & non pas l'impulſion ſur G E. Et puiſque le moment de l'impulſion ſur A H eſt à tous égards moindre que celui de l'impulſion ſur G E, il s'enſuit que ce ſyſtême eſt déſavantageux & qu'on doit l'abandonner.

101. Il y a apparence que ce qui a fait prendre à bien des gens l'impulſion ſur G E pour la force motrice de la machine, c'eſt qu'on n'a pas fait attention à ce que nous venons de dire, que *quand la force motrice varie, il faut la ſuppoſer invariable & égale à ſon minimum.* En effet ſi l'on prend pour force motrice l'impulſion ſur G E & qu'on lui proportionne la réſiſtance & toutes les parties de la machine, il eſt évident que l'action du fluide ne produira l'effet calculé que pendant le ſeul inſtant où G E ſera perpendiculaire au courant. Cet inſtant paſſé l'impulſion ſera plus foible & la réſiſtance trop forte.

102. Si nous prenons pour force motrice l'impulſion ſur A H & qu'en conſéquence nous déterminions la valeur de la réſiſtance & celle des dimenſions des différentes parties de la machine pour la production du plus grand effet, ce plus grand effet n'aura lieu que pendant l'inſtant où l'aube aura pris la poſition A P. Dans les autres poſitions, l'impulſion étant plus forte, la roue toutnera avec trop de vîteſſe, & l'action du courant ſur la machine ne ſera plus un *maximum.*

On doit donner aux roues le plus grand nombre d'ailes poſſible. Fig. 13.

103. L'on voit par-là qu'il eſt eſſentiel d'imprimer à la roue une vîteſſe uniforme, & pour cela de rendre la plus petite poſſible la différence des moments d'impulſion dans la poſition la plus avantageuſe de la roue & dans la plus déſavantageuſe. Or, ſans qu'on ait beſoin d'aucun calcul, on voit au premier abord que l'intervalle entre ces deux poſitions doit être un *minimum*, ou que l'angle A C B formé par deux ailes conſécutives doit être le plus petit poſſible, c'eſt-à-dire que le nombre d'ailes doit être le plus grand poſſible, ce qui eſt conforme à l'expérience (Hydr. n. 803). Donc dans la pratique on peut regarder comme une regle générale *de donner aux roues le plus grand nombre d'aî-*

les qu'elles pourront porter ſans s'affoiblir ou devenir trop lourdes.

M. Boſſut a démonrré par le calcul (Hydr. nores du Chap. X) que quand la roue a pris une vîteſſe uniforme, le nombre d'aîles le plus avantageux eſt déterminé, & il donne au n. 778 la méthode de le trouver. Mais certe méthode ſemble trop pénible pour pouvoir l'employer commodément dans la pratique. D'ailleurs d'après l'expérience que j'ai citée, il paroît que ſi l'on ſe trompe en donnant aux toues le plus d'aîles qu'il eſt poſſible, l'erreur ſera tout-à-fait négligeable, & qu'en ſuivant ce ptincipe il y a moins à perdre qu'à gagner.

Déterminarion de l'action d'un courant ſur une portion d'aube quelconque d'une roue verticale. FIG. 14.

104. Suppoſons une roue verricale mue par un courant dont il faut déterminer l'action: ſoit LN (*fig.* 14) la ſurface du fluide qui choque obliquement une portion d'aube EB. Il s'agit de trouver l'expreſſion du moment d'impulſion ſur la portion PB, en ſuppoſant que la vîteſſe des différents filets eſt exprimée par les ordonnées d'une parabole, ainſi que nous avons vu (10) que cela devoit être.

Que le ſinus total ſoit $= 1$; *cof.* BCA $= b$, la largeur de l'aube $= q$; CG $= a$; GH $= f$; GD $= g$; CA $= c$; GF $= x$; Ff $= dx$; la vîteſſe de la roue en A $= u$; la hauteur due en LN $= h$; & la gravité $= p$. L'on aura CF $= a + x$; CM $= \overline{a+x} \cdot \frac{1}{b} = \frac{a+x}{b}$; M$m$ $= \frac{dx}{b}$; la vîteſſe de la roue en M, c'eſt-à-dire, Mn $= u \cdot \frac{a+x}{bc}$; & celle du fluide au même point, c'eſt-à-dire Mp $= \sqrt{2p \cdot \overline{h+x}}$.

Conſtruiſons le parallélogramme Mnpq. En raiſonnant, ainſi que nous avons fait au n. 93, nous trouverons le moment de l'impulſion ſur l'élément Mm $=$ Kq (Mm. CM . $\overline{\text{M}q}$. $\overline{\textit{ſin.}\ r\,\text{M}q}$) $=$ Kq (Mm. $\overline{qr}$. CM), (à cauſe que $\overline{\textit{ſin.}\ r\,\text{M}q} = \frac{\overline{qr}}{\text{M}q}$). Nous avons l'expreſſion de Mm & de CM. Quant à

celle de qr, elle eſt $= pr - Mn = b \times Mp - Mn = b\sqrt{2p.\overline{h+x}} - u.\frac{a+x}{bc}$. Subſtituons les valeurs de ces lignes, & nous aurons le moment de l'impulſion ſur $Mm = \frac{Kq}{b^2}.dx.\overline{a+x}\left(b\sqrt{2p.\overline{h+x}} - u.\frac{a+x}{bc}\right)$. Intégrons cette expreſſion, & nous aurons le moment de l'impulſion ſur $BP = \frac{Kq}{b^2}$ $\Big\{ 2b^2p\left(ah.\overline{g-f} + \frac{1}{2}.\overline{a+h}.\overline{g^2-f^2} + \frac{1}{3}.\overline{g^3-f^3}\right) - \frac{4u\sqrt{2p}}{c}\Big[\frac{1}{3}a^2\left(\overline{h+g}^{\frac{3}{2}} - \overline{h+f}^{\frac{3}{2}}\right) + \frac{1}{5}a\left(\overline{g-\frac{1}{3}h}.\overline{h+g}^{\frac{3}{2}} - \overline{f-\frac{1}{3}h}.\overline{h+f}^{\frac{3}{2}}\right) + \frac{1}{7}\left(\overline{h+g}^{\frac{3}{2}}.\overline{\frac{8}{15}h^2 - \frac{4}{5}hg + g^2} - \overline{h+f}^{\frac{3}{2}} \times \overline{\frac{8}{15}h^2 - \frac{4}{5}hf + f^2}\right)\Big] + \frac{u^2}{b^2c^2}\left(a^3.\overline{g-f} + \frac{1}{2}a^2.\overline{g^2-f^2} + a.\overline{g^3-f^3} + \frac{1}{4}.\overline{g^4-f^4}\right)\Big\}$.

Expreſſion générale de l'action ſur toutes les ailes choquées. Fig. 14.

105. Nous avons dit (99) que la hauteur de l'aile devoit toujours être la moindre poſſible, & (98) que pour lors le moment d'impulſion ſur toutes les ailes choquées étoit ſenſiblement le même que celui de l'impulſion ſur l'aube perpendiculaire: par conſéquent, pour avoir le moment de l'impulſion totale ſur les ailes choquées de la roue de la *fig.* 14, il faudra prendre celui de l'impulſion ſur l'aile GA. Or s'il n'y avoit que la ſeule aile GA qui reçût le choc, on auroit $b = 1$, $f = 0$, & $GD = GA = g$. Le moment de l'impulſion totale deviendra donc $= Kq\Big\{2p\Big(agh + \frac{1}{2}g^2.\overline{a+h} + \frac{1}{3}g^3\Big) - \frac{4u\sqrt{2p}}{c}\Big[\frac{1}{3}a^2\left(\overline{h+g}^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}}\right) + \frac{1}{5}a\left(\overline{g-\frac{3}{5}h}.\overline{h+g}^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{5}h^{\frac{5}{2}}\right) + \frac{1}{7}\left(\overline{h+g}^{\frac{3}{2}} \times \overline{\frac{8}{15}h^2 - \frac{4}{5}hg + g^2} - \frac{8}{15}h^{\frac{7}{2}}\right)\Big] + \frac{u^2}{c^2}\left(a^3g + \frac{3}{2}a^2g^2 + ag^3 + \frac{1}{4}g^4\right)\Big\}$; expreſſion très compoſée, à cauſe qu'on ſuppoſe différentes vîteſſes aux filets, & qui le ſeroit encore beaucoup ſi on leur ſuppoſoit une vîteſſe commune, à cauſe que chaque point de l'aube

a une vîteſſe particuliere, c'eſt-à-dire qu'il parcourt un eſpace différent, ſelon ſa diſtance au centre.

Expreſſion de la viteſſe du milieu de l'aîle. Fig. 14.

106. Avant d'entreprendre la ſimplification de la formule précédente, il faut ſavoir qu'elle doit être l'expreſſion de la vîteſſe u du point A. Pour la trouver, on rapportera cette vîteſſe au milieu de l'aîle; & comme il s'agit de produire le plus grand effet, on la fera égale aux $\frac{2}{3}$ de la vîteſſe du filet correſpondant. La vîteſſe de la roue au milieu de l'aube eſt $= u \cdot \frac{c - \frac{1}{2}g}{c}$, & la vîteſſe du filet correſpondant $= \sqrt{2p \cdot h + \frac{1}{2}g}$. On aura donc $u \cdot \frac{c - \frac{1}{2}g}{c} = \frac{2}{3}\sqrt{2p \cdot h + \frac{1}{2}g}$; d'où l'on tire $u = \frac{2}{3} \cdot \frac{c}{c - \frac{1}{2}g}\sqrt{2p \cdot h + \frac{1}{2}g}$. Cette valeur ſera ſenſiblement celle qui convient au plus grand effet.

Réduction de l'expreſſion de l'action de l'eau ſur toutes les aîles. Fig. 15.

107. Suppoſons à préſent que l'impulſion ſur l'aube ſe faſſe de la même maniere que ſi tous les points de l'aube ſe mouvoient avec une vîteſſe égale à celle du milieu, & que tous les filets aient pareillement une vîteſſe commune. Il s'agit de trouver à quel point de l'aube répondra cette vîteſſe commune qui doit être telle que le moment d'impulſion ſoit le même que dans l'état naturel.

Soit CG (*fig.* 15) le rayon extérieur de la roue & GA la hauteur de l'aile. Puiſque les différents points de l'aîle GA décrivent des arcs de cercle, rectifions-les, & ſuppoſons que celui qui eſt décrit par le point A ſoit $=$ AQ. Menons du centre C la ligne CQ. Les différents arcs décrits par les points de l'aube, ſeront les éléments du trapeze GAQR. Prenons $GE = h$, & d'un parametre $= 2p = 60$ pieds décrivons ſur AE comme axe la parabole EFH dont le ſommet ſoit en E. Les ordonnées GF, MI & AH repréſenteront les vîteſſes de l'eau aux points correſpondants G, M, A; & les vîteſſes reſpectives en vertu deſquelles le choc ſe fera ſur les mêmes points dans l'état naturel ſeront RF, LI & QH.

Par le milieu L de RQ menons NP parallele à AG, & ſuppoſons que l'aube GA ſe meuve parallélement à elle-même avec une vîteſſe = LM. Soit le point D tel que ſi tous les filets agiſſoient avec une vîteſſe commune correſpondante à ce point ſur l'aube ainſi mue, ils produiſiſſent un moment égal à celui dont nous avons trouvé l'expreſſion (105). CG ſera = a; GA = g; GM = $\frac{1}{2}g$; & AQ = u. Par la comparaiſon des triangles ſemblables CAQ, CML, nous aurons ML = AQ × $\frac{CM}{CA}$ = $u \times \frac{a+\frac{1}{2}g}{a+g}$. Nommons GD, z : DI ſera = $\sqrt{2p.\overline{h+z}}$; la vîteſſe reſpective VI' = $\sqrt{2p.\overline{h+z}} - u \times \frac{a+\frac{1}{2}g}{a+g}$; l'impulſion ſur GA ſera = $Kgq\left(\sqrt{2p.\overline{h+z}} - u.\frac{a+\frac{1}{2}g}{a+g}\right)^2$, & ſon moment = $K\,gq.\overline{a+\frac{1}{2}g}.\left(\sqrt{2p.\overline{h+z}} - u.\frac{a+\frac{1}{2}g}{a+g}\right)^2$. Faiſons = M la partie du moment trouvé ci-deſſus (105) compriſe entre les deux crochets extrêmes. Ce moment ſera = KqM, lequel, égalé à celui que nous venons de trouver, donnera l'équation $KqM = Kgq.\overline{a+\frac{1}{2}g}.\left(\sqrt{2p.\overline{h+z}} - u.\frac{a+\frac{1}{2}g}{a+g}\right)^2$; d'où nous tirerons z ou GD = $\frac{1}{2p}\left(u.\frac{a+\frac{1}{2}g}{a+g} + \sqrt{\frac{M}{\overline{a+\frac{1}{2}g}.g}}\right) - h$; expreſſion extrêmement compoſée, & qu'il eſt comme impoſſible de traiter généralement. Contentons-nous donc d'examiner les cas extrêmes entre leſquels les autres tomberont. Mais auparavant déterminons la moindre hauteur due aux eaux de la ſurface, pour qu'elles ne ſoient pas refoulées par les aubes.

Expreſſion générale de la moindre hauteur due aux eaux de la ſuperficie d'un courant. FIG. 15.

108. La moindre hauteur due cherchée doit être telle que l'on ait au moins GF = GR. Car ſi elle étoit moindre, l'aube vers la partie ſupérieure G refouleroit l'eau & la pouſſeroit au lieu d'en être pouſſée (59). Conſervons les mêmes dénominations, nous aurons MI = $\sqrt{2p.\overline{h+\frac{1}{2}g}}$, & en repréſen-

tant le rapport de la vîteſſe réſidue à la vîteſſe perdue par celui de $\frac{s}{s'}$, $ML = \frac{s}{s'+s}\sqrt{2p \cdot h + \frac{1}{2}g}$. Les triangles ſemblables CML, CGR donnent $CM : CG :: ML : GR = \frac{CG \times ML}{CM}$ $= \frac{as}{s'+s} \times \frac{\sqrt{2p \cdot h + \frac{1}{2}g}}{a + \frac{1}{2}g}$. Pour réſoudre la queſtion d'une maniere plus générale, ſuppoſons $a = gl$; GB ſera $= gl \cdot \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{\sqrt{2p \cdot h + \frac{1}{2}g}}{gl + \frac{1}{2}g}$, quantité qui peut être tout au plus $=$ GF ou $\sqrt{2ph}$. Nous aurons donc l'équation $gl \cdot \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{\sqrt{2p \cdot h + \frac{1}{2}g}}{gl + \frac{1}{2}g} = \sqrt{2ph}$, de laquelle nous tirerons $h = \frac{1}{2}g \cdot \frac{1}{\left(\frac{s'+s}{s^2}\right)^2 \left(1 + \frac{1}{2l}\right) - 1}$ pour l'expreſſion de la moindre hauteur due cherchée.

109. Nous avons ſuppoſé que le point G recevoit immédiatement l'impulſion du fluide, tandis que c'eſt le point correſpondant de la circonférence. Il reſte à faire voir que ce dernier point fuit devant le fluide avec une vîteſſe égale à la vîteſſe de rotation du point G. Reprenons la *fig.* 13, & par le point L menons la tangente LT égale à la vîteſſe du point L. Abaiſſons TV perpendiculaire à la direction du fluide. LV ſera la vîteſſe avec laquelle le point L fuira devant le fluide que je ſuppoſe ſe mouvoir de L vers D. Or LV eſt égale à la vîteſſe de rotation du point correſpondant G. Car on a : la vîteſſe en L eſt à la vîteſſe en G :: CL : CG. Mais à cauſe des triangles ſemblables CGL, TVL on a auſſi : TL : LV :: CL : CG. Donc la vîteſſe en L, eſt à la vîteſſe en G :: TL : LV; & puiſque les deux antécédents ſont égaux, les deux conſéquents le ſont auſſi, c'eſt-à-dire que LV eſt la vîteſſe de rotation du point G correſpondant au point L. Donc *le point L fuit devant le fluide*

Les points des ailes pris ſur la même horiſontale fuient devant le fluide avec la même vîteſſe.
FIG. 13.

avec une vîteſſe égale à la vîteſſe de rotation du point correſpondant G.

Si l'eau n'eſt pas pouſſée par la partie ſupérieure de l'aile, elle ne le ſera pas par la partie inférieure.

110. Il eſt donc certain que quand on aura la hauteur due aux eaux de la ſurface ▷ ou du moins $= \frac{1}{2} g . \frac{1}{\frac{s'+s}{s'}\left(1+\frac{1}{2l}\right)^2 - 1}$, l'eau ne ſera pas refoulée par la partie ſupérieure de l'aube G A (*fig.* 15.): mais ne pourroit-elle pas l'être par les parties inférieures? Cela auroit lieu ſi dans l'hypotheſe où G R ſeroit = G F, on avoit les ordonnées inférieures à G F moindres que les éléments correſpondants du trapeze G A Q R. Or ſi cela étoit ainſi, la roue ne pourroit pas ſe mouvoir; puiſque l'aube ne recevroit aucune impulſion de la part du fluide. Donc ſi l'eau n'eſt pas pouſſée par les points ſupérieurs de l'aube, elle ne le ſera pas par les points inférieurs.

FIG. 15.

Regle générale pour calculer avec facilité l'impulſion de l'eau ſur les ailes d'une roue verticale.

111. Revenons à préſent à la queſtion du n. 107. Conformément à ce que nous avons dit (99), ſuppoſons $a = 7g$ & par conſéquent $c = 8g$. Dans cette hypotheſe la moindre hauteur a la vîteſſe des eaux de la ſurface, & déterminée au n. 108, ſera relativement au plus grand effet $h = 0{,}08g$; puiſque $l = 7$; $s' = 3$ & $s = 2$. Quoique cette hauteur due, priſe dans les cas où elle eſt la plus grande, ſoit rarement $= 25g$, & encore plus rarement $= 100g$, cependant ſuppoſons la ſucceſſivement égale à ces trois grandeurs $0{,}08g$; $25g$; $100g$, & ſubſtituons-la ainſi que les valeurs de a & de c dans la formule $z = GD = \frac{1}{2p}\left(u . \frac{a+\frac{1}{2}g}{a+g} + \sqrt{\frac{M}{a+\frac{1}{2}g . g}}\right) - h$;

lorſque h ou G E ſera $= \left\{ 0{,}08g \quad : \quad 25g : \quad 100g \right\}$
On aura z ou G D $= \left\{ 0{,}5294g : 0{,}4612g : 0{,}4199g \right\}$.

Si nous faiſons $a = 3g$, c ſera $= 4g$, & la moindre hauteur due $h = 0{,}07g$. En ſubſtituant pour a & c leurs valeurs reſpectives $3g$, & $4g$, & pour h, ſucceſſivement les trois quantités

0,07g, 25g & 100g, nous trouverons des quantités peu différentes de celles que nous venons de trouver.

Ces réſultats nous font voir que le filet dont la vîteſſe doit être cenſée commune à tous les filets, ſe trouve d'abord au-deſſous du milieu de l'aîle, & qu'à meſure que la hauteur due augmente, ce filet s'éleve & s'approche de la ſurface, mais fort lentement. Comme il eſt rare que la hauteur due h ſoit $= 25g$, l'on voit que GD deviendra ſenſiblement $= \frac{1}{25}g$. Le centre d'impreſſion ſera donc ſenſiblement au milieu de l'aîle, ainſi que le filet dont la vîteſſe ſera cenſée commune à toute la maſſe. Donc *dans une roue verticale, on pourra ſuppoſer 1°. que le choc ſe fait ſur une ſeule aube perpendiculaire à la direction du courant; 2°. qu'il ſe fait de la même maniere que ſi cette aube ſe mouvoit parallèlement à elle-même dans la direction du courant avec une vîteſſe égale à celle de ſon milieu, & que ſi tous les filets du courant avoient la même vîteſſe que celui qui répond au milieu de l'aube; 3°. enfin que le bras de levier de la force motrice eſt égal à la diſtance du centre de la roue au milieu de l'aube.*

112. Par le milieu I de l'arc FH, menons la tangente ID'. Si l'on fait attention que le rayon de courbure eſt de 30 pieds en E, qu'il augmente de plus en plus à meſure qu'on s'éloigne du ſommet, & que la hauteur GA des aubes doit être la moindre poſſible (98), on verra que dans la pratique on peut regarder l'arc FH comme ſe confondant ſenſiblement avec la portion correſpondante de la tangente. Suppoſons donc que cette portion prenne la poſition F'H' parallele à RQ. Par les points I & L menons les verticales TS, NP. Dans notre hypotheſe la vîteſſe reſpective du fluide ſera $= LI = NT = PS$, & dans l'état naturel elle ſera $= LI = RF' = QH'$. Donc *lorſque la tangente ID' ſera parallele à CQ, le moment naturel ſera aſſez exactement le même que ſelon notre hypotheſe.* Conſidérations ſur le même objet. FIG. 15.

Pour le vérifier, cherchons la hauteur due à ce cas: en la

ſubſtituant dans l'expreſſion de χ ou GD (107), nous devons trouver un réſultat très approchant de $\frac{1}{2}g$. La ligne ID′ étant ſuppoſée parallele à CL, nous aurons : MD′ : MC :: MI : ML :: 5 : 2. Donc $MD' \times 2 = MC \times 5$. Mais la ſous-tangente $MD' = 2EM = 2(h + \frac{1}{2}g)$, & $MC = a + \frac{1}{2}g$. Subſtituons, & nous aurons $h = \frac{1}{4}a + \frac{1}{8}g$, & en ſuppoſant $a = 7g$, $h = 8{,}875g$. Cette valeur, ſubſtituée dans l'expreſſion de χ, donne $\chi = GD = 0{,}49g$, quantité qui ne differe de $\frac{1}{2}g$ que de $0{,}01g$. Or cette différence eſt tout-à-fait négligeable. Donc, &c.

Fig. 15. 113. Lorſque la haureur due EG ou h ſera $< \frac{1}{4}a + \frac{1}{8}g$, la tangente ID′ fera avec AD′ un angle plus grand que ACQ; le point F′ s'approchera de G, & le point H′ s'éloignera de A. La viteſſe reſpective du fluide au-deſſus de LI dans notre hypotheſe ſera plus grande que dans l'état naturel, & moindre au-deſſous. Pour lors le bras de levier, diminuant au-deſſus de LI, & augmentant au-deſſous, il doit y avoir une certaine compenſation; mais cette compenſation ne ſera jamais exacte, & le réſultat hyporhétique ſera moindre que le réſultat naturel, comme on peut voir par la valeur de χ ou GD. Car lorſque $h = \frac{1}{4}a + \frac{1}{8}g$, on a aſſez exactement $GD = \frac{1}{2}g$, ainſi que nous venons de voir (112). Donc lorſqu'on aura $h < \frac{1}{4}a + \frac{1}{8}g$, GD ſera $> \frac{1}{2}g$, & pour produire un moment égal au moment naturel la viteſſe reſpective du fluide doit être $>$ LI. Mais cette différence eſt trop légere pour n'être pas négligée dans la prarique. L'on voit que le contraire arrivera, lorſque la rangente ID′ s'approchera plus que F′H′ du paralléliſme avec AC, ou que l'angle MD′I ſera $<$ ACQ, c'eſt-à-dire lorſque h ſera $> \frac{1}{4}a + \frac{1}{8}g$. Dans ce cas, le réſultat d'après norre hypotheſe ſera plus grand que le réſultat naturel, puiſqu'on doit avoir χ ou $GD < \frac{1}{2}g$, & une viteſſe reſpective $<$ LI pour produire le momenr hypothétique égal au momenr naturel. *Voyez la table du n.* 111.

114. Plus la hauteur due EG augmente, plus la tangente ID

s'approche du parallélisme avec l'axe, & par conséquent la hauteur G A de l'aube restant la même, plus la différence entre les ordonnées correspondantes à G & M diminuera. Donc *lorsque la hauteur due G E ou* h *sera* $> \frac{1}{4}a + \frac{1}{8}g$, *on pourra, sans craindre d'erreur, & pour compenser l'excès donné par notre hypothese, prendre la vîtesse de l'eau à la superficie pour la vîtesse commune à tous les filets.*

Cas où l'on peut prendre la vîtesse à la surface du courant pour la vîtesse commune à tous les filets. Fig. 15.

En effet, lorsque $h = \frac{5}{4}a + \frac{1}{8}g$, on trouvera M I — G F $= 0{,}07\sqrt{2pg}$; c'est-à-dire que la différence entre ces deux vîtesses n'est que la $\frac{7}{100}$ partie de la vîtesse qu'acquerroit un corps en tombant de la hauteur G A de l'aube. Or il est aisé de voir que cette quantité, déjà très petite par elle-même, le deviendroit encore davantage si la hauteur due G E devenoit plus grande, ou si la hauteur G A de l'aube devenoit moindre.

115. Reprenons l'équation $gl.\frac{s}{s'+s}.\frac{\sqrt{2p.h+\frac{1}{2}g}}{gl+\frac{1}{2}g} = \sqrt{2ph}$ que nous avons trouvée au n. 108. Elle nous donnera la solution de cette importante question : *De ces quatre choses, le rapport de la vîtesse moyenne du courant à celle de l'aube, celui du rayon intérieur de la roue à la hauteur de l'aube, la hauteur même de l'aube & celle qui est due à la vîtesse des eaux de la surface, trois étant données, trouver quelle doit être la quatrieme pour que l'eau ne soit pas poussée par l'aube.* La solution de cette question s'applique sur-tout aux roues placées sur des rivieres qui n'ont pas beaucoup de vîtesse. Examinons successivement chacun de ces cas.

Examen des cas où l'eau pourroit être poussée par une partie de l'aube.

1°. Nous avons déjà trouvé (108) que la hauteur due aux eaux de la surface, ou h étoit $= \frac{1}{2}g.\frac{1}{\frac{s'+s}{s'}\left(1+\frac{1}{2l}\right)^2-1}$. Sous cette hauteur le point supérieur de l'aile aura la même vîtesse que le filet correspondant. Mais si h devenoit tant soit peu moindre, le point supérieur de l'aube auroit plus de vîtesse que le filet correspondant, & l'eau seroit refoulée.

Examen de la hauteur due aux eaux de la surface.

Suppoſons, par exemple, que l'on ait $s' = 3$, $s = 2$, $g = 2$ pieds & $l = 7$. En ſubſtituant on trouvera $h = 0{,}16$ pieds; ce qui fait voir que l'eau ſera pouſſée par la partie ſupérieure de l'aube, ſi la hauteur due aux eaux de la ſurface eſt moindre que cette quantité, & qu'au contraire elle ne le ſera point, & qu'elle pouſſera l'aube, ſi la hauteur due eſt plus grande.

Examen de la hauteur des ailes d'une roue verticale.

2°. Si nous cherchons la hauteur de l'aube, l'équation nous donnera $g = 2h\left[\frac{s'+s}{s}\left(1+\frac{1}{2l}\right) - 1\right]$ pour la hauteur la plus forte que l'on puiſſe employer, & telle que la moindre augmentation procureroit à ſa partie ſupérieure plus de vîteſſe qu'aux filets correſpondants. On peut lire dans cette formule, que plus la hauteur due eſt petite, moins l'aube doit avoir de hauteur, toutes choſes d'ailleurs égales. C'eſt une confirmation de ce que nous avons dit (59).

Suppoſons $h = 1$ pied, & aux autres quantités du ſecond membre les mêmes valeurs que dans l'exemple précédent, nous trouverons $g = 12{,}34$ pieds. C'eſt la plus forte hauteur qu'on puiſſe donner à l'aube en pareil cas. Donc toute autre aile qui, dans les mêmes circonſtances, aura moins de hauteur, ne pouſſera pas l'eau.

Examen du rapport de la vîteſſe de l'aube à celle du courant.

3°. Nous trouverons le rapport de la vîteſſe du courant à celle de l'aube, ou $\frac{s'+s}{s} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}\cdot\frac{g}{h}+1}}{1+\frac{1}{2l}}$. Ce réſultat exprimera le moindre rapport qu'il ſoit poſſible d'employer. Car il eſt évident que la vîteſſe du courant reſtant la même, ſi celle de l'aube augmente, ſa partie ſupérieure aura plus de vîteſſe que le fluide correſpondant.

Suppoſons, par exemple, $g = 2$, $h = 1$, & $l = 7$. Nous trouverons $\frac{s'+s}{s} = 1{,}31 = \frac{131}{100}$; ce qui nous fait voir que la vîteſſe moyenne du courant étant $= 131$, ſi celle de l'aîle étoit > 100, l'eau ſeroit pouſſée par l'aîle. 4°.

4°. Enfin nous trouverons le rapport du rayon intérieur de la roue à la hauteur de l'aube où $l = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{-1 + \frac{s}{s'+s}\sqrt{\frac{1}{2}\cdot\frac{g}{h}+1}}$ qui ſera un *maximum* ; car il eſt aiſé de voir que la hauteur de l'aube reſtant conſtante, ſi le rayon intérieur de la roue augmentoit, la vîteſſe des points ſupérieurs de l'aube augmenteroit & deviendroit plus grande que celle du fluide correſpondant. Dans cette formule le dénominateur étant compoſé de quantités poſitives & négatives, afin que la valeur de l ne ſoit pas négative, il faut que l'on ait $\frac{s'+s}{s} < \sqrt{\frac{1}{2}\frac{g}{h}+1}$. Mais puiſque ce rapport a des limites (99), il eſt évident qu'on ne le regardera pas comme inconnu dans la conſtruction.

Examen du rapport du rayon intérieur à la hauteur de l'aile.

116. Suppoſons toujours le rayon intérieur de la roue 7 fois plus grand que la hauteur de l'aîle. Faiſons $s' = 3$ & $s = 2$. En ſubſtituant dans la formule $h = \frac{1}{2}g \cdot \frac{1}{\frac{s'+s}{s'}\left(1+\frac{1}{2l}\right)^{s}-1}$, nous trouverons la moindre hauteur due h aux eaux de la ſurface $= 0{,}08 \cdot g$. Or (3) la vîteſſe due à une pareille hauteur eſt $= \sqrt{60 \cdot 0{,}08g} = \sqrt{4{,}8g}$. Ainſi nous conclurons que pour lors *la roue étant mue avec la vîteſſe la plus avantageuſe par rapport au courant, afin que les eaux ne ſoient pas pouſſées par les aîles, il faut que la vîteſſe de celles de la ſurface ſoit au moins égale à la moyenne géométrique entre* 4,8 *& la hauteur de l'aîle.*

Limites de la vîteſſe des eaux de la ſurface du courant.

117. Nommons v cette vîteſſe. Nous aurons $v = \sqrt{4{,}8 \cdot g}$. Or le facteur 4,8 eſt conſtant. Donc la moindre vîteſſe des eaux de la ſurface ſera proportionnelle à la racine quarrée de la hauteur de l'aîle, & la plus grande hauteur de l'aîle ſera comme le quarré de cette vîteſſe ; par conſéquent *moins le courant aura de vîteſſe, moins les aîles doivent avoir de hauteur.*

Moins le courant a de viteſſe, moins les ailes auront de hauteur.

118. L'équation $v = \sqrt{4{,}8\,g}$, nous donne $g = \frac{v^2}{4{,}8}$; valeur qui nous fait voir que *pour trouver la plus grande hauteur de l'aube, lorſqu'elle eſt la ſeptieme partie du rayon intérieur de la roue, il faut diviſer par* 4,8 *le quarré de la vîteſſe des eaux de la ſuperficie.*

Seconde formule générale pour trouver la plus grande hauteur de l'aile.

119. Prenons la formule $g = 2h\left[\frac{\overrightarrow{s'+s}}{s'}\left(1+\frac{1}{2l}\right)^2 - 1\right]$. Nommons l' le nombre de fois que la hauteur de l'aube ſera contenue dans l'intervalle entre ſon milieu & le centre de la roue. Nous aurons $l = l' - \frac{1}{2}$. Pareillement (3) nous aurons $h = \frac{v^2}{60}$. Subſtituons ces deux valeurs dans la formule, & mettons 3 & 2 au lieu de s' & s reſpectivement : nous trouverons $g = \frac{v^2}{30}\left(\frac{\overrightarrow{3l}}{2l-1} - 1\right)$ pour la plus grande hauteur de l'aîle rapportée au rayon moyen de la roue, & à la vîteſſe des eaux de la ſurface du courant.

Comment on doit meſurer la vîteſſe des eaux de la ſurface d'une riviere.

120. Les dernieres formules ſont principalement deſtinées à fixer la hauteur des aîles dans les roues placées ſur des rivieres. Pour pouvoir en faire uſage, il faut connoître la vîteſſe des eaux de la ſuperficie. Il y a pour cela diverſes méthodes qu'on peut voir dans l'Hydrodynamique de M. Boſſut, n. 653-662. De tous ces différents moyens, je crois qu'il n'y en a pas de plus commode dans la pratique que celui des corps flottants, à cauſe du peu d'appareil qu'il exige (Hydrod. 653). Il n'y a qu'à jetter dans le courant un petit corps qui s'enfonce preſque entièrement dans l'eau, & dont la couleur ſe faſſe remarquer pour ne le pas perdre de vue. Qu'on meſure exactement l'eſpace parcouru & le temps employé à le parcourir, & qu'on diviſe le premier par le ſecond ; le quotient ſera la vîteſſe du corps, ainſi que celle des eaux de la ſurface.

Comment on trouve la vîteſ-

121. Connoiſſant la vîteſſe des eaux de la ſurface, il ſera aiſé d'avoir celle du filet qui répond au milieu de l'aube. Sup-

poſons que HI (*fig.* 1.) ſoit la vîteſſe à la ſurface, BH ſa hauteur due, CH la hauteur de l'aîle, FG la vîteſſe moyenne cherchée, & $2p = 60$ pieds le parametre de la courbe. On aura $\overline{FG}^2 = 2p.\overline{BH+HF} = 2p.BH + 2p.HF$. Mais (3) $2p \times BH = \overline{HI}^2$, & $2p \times HF = 2p \times \frac{1}{2}CH$. Donc $\overline{FG}^2 = \overline{HI}^2 + 2p \times \frac{1}{2}CH$, & par conſéquent $FG = \sqrt{\overline{HI}^2 + p \times CH} = \sqrt{\overline{HI}^2 + 30CH}$. Cette formule nous fait voir que, *pour trouver la vîteſſe moyenne, d'après laquelle on doit faire le calcul de l'impulſion ſur les aîles d'une roue verticale, il faut multiplier la hauteur de l'aîle par* 30, *ajouter le produit au quarré de la vîteſſe des eaux de la ſurface du courant, & extraire la racine quarrée de la ſomme. Cette racine ſera la vîteſſe moyenne cherchée.*

Vîteſſe moyenne d'un courant. Fig. 1.

122. Venons à l'examen de l'impulſion de l'eau ſur les aîles d'une roue horiſontale. Partageons le fluide moteur en tranches verticales & longitudinales. Toutes ces tranches ſeront compoſées d'un même nombre de filets dont les homologues auront dans chacun la même vîteſſe: & puiſque dans une tranche quelconque on peut ſuppoſer tous les filets animés d'une vîteſſe commune & égale à la vîteſſe moyenne; cette vîteſſe moyenne étant la même pour toutes les tranches, il s'enſuit qu'on pourra regarder tous les filets d'un courant qui choque les aîles d'une roue horiſontale, comme animés de la même vîteſſe.

Examen de l'action de l'eau ſur les aîles d'une roue horiſontale.

123. Nous avons dit que quand l'arc plongé dans l'eau n'étoit pas conſidérable, l'impulſion ſur pluſieurs aîles étoit ſenſiblement la même que celle qui auroit lieu ſur une ſeule aîle perpendiculaire (98). Ainſi, pour ſimplifier, ne prenons que la ſeule aîle GA (*fig.* 16.) perpendiculaire à la direction AS du courant. Soit C le centre de la roue, AS = GT la vîteſſe moyenne du courant, & AQ celle du point A de l'aîle. Menons CQ, & nous aurons les éléments du trapeze GAQB, qui

Fig. 16.

ſeront les vîteſſes des points correſpondants de l'aube. L'impulſion ſur un élément quelconque Hh ſera (46) $= K \times Hh \times \overline{FH'}^2$; ou plutôt en nommant q la dimenſion verticale de l'aîle, cette impulſion ſera $= Kq \times (CH . Hh . \overline{FH'}^2)$, & ſon moment $= Kq \times (CH . Hh . \overline{FH'}^2)$. Nommons CG, a; GA, g; CA, c; AS, v; AQ, u; & GH, x. Hh ſera $= dx$. Les triangles ſemblables CAQ, CHF donneront : CA : CH :: AQ : HF $= AQ \times \frac{CH}{CA} = u . \frac{a+x}{c}$. Donc $FH' = HH' - HF = v - u . \frac{a+x}{c}$; l'impulſion ſur Hh ſera $= Kq\,dx \left(v - u . \frac{a+x}{c}\right)^2$, & ſon moment $= Kq\,dx . \overline{a+x} \left(v - u . \frac{a+x}{c}\right)^2$. Intégrons cette derniere expreſſion, & nous aurons le moment de l'impulſion totale ſur GA $= Kq \left\{ v^2 . \overline{ag + \frac{1}{2}g^2} - \frac{2vu}{c}(a^2 g + ag^2 + \frac{1}{3}g^3) + \frac{u^2}{c^2}(a^3 g + \frac{1}{2}a^2 g^2 + ag^3 + \frac{1}{4}g^4) \right\}$; expreſſion fort compoſée, quoique la vîteſſe des filets ſoit la même. Tâchons de ramener cette théorie à des méthodes plus ſimples, en employant à-peu-près les procédés dont nous avons fait uſage à l'égard des roues verticales.

FIG. 16. 124. Suppoſons que l'aube GA ſe meuve parallèlement : il faut trouver à quelle diſtance GD on doit prendre le point D tel que l'aube mue avec la vîteſſe correſpondante à ce point, on ait un moment égal à celui que nous venons de trouver. Avant d'entreprendre cette recherche, il eſt néceſſaire d'obſerver que, puiſqu'on ſe propoſe de produire le plus grand effet, on doit rapporter la vîteſſe u ou AQ au milieu de l'aube, & faire ML $= \frac{2}{3}$ MI. Les triangles ſemblables CAQ, CML donnent CA : CM :: AQ : ML $= AQ \times \frac{CM}{CA} = u \times \frac{a+\frac{1}{2}g}{c} = \frac{1}{3}v$; & par conſéquent $u = \frac{1}{3}v \times \frac{c}{a+\frac{1}{2}g} = \frac{1}{3}v \times \frac{a+g}{a+\frac{1}{2}g}$. C'eſt la quantité qu'il faudra ſubſtituer au lieu de u dans les opérations ſuivantes.

Cela posé, nommons GD, z; CD sera $= a + z$, & par la similitude des triangles CAQ, CDV, nous aurons DV $=$ AQ $\times \frac{CD}{CA} = u \times \frac{a+z}{c}$. Donc I'V sera $=$ DI' $-$ DV $= v - u \times \frac{a+z}{c}$. L'impulsion sur GA (46) sera $= K g q \left(v - u \times \frac{a+z}{c}\right)^2$, & son moment sera $= K g q \times \overline{a + \frac{1}{2}g} \times \left(v - u \times \frac{a+z}{c}\right)^2$. Représentons par M la partie du moment du n. 123, renfermée entre les deux crochets extrêmes. Ce moment sera $=$ Kq M. Egalons ces deux expressions, & nous aurons l'équation $g \times \overline{a + \frac{1}{2}g} \times \left(v - u \times \frac{a+z}{c}\right)^2 =$ M, de laquelle nous tirerons $z =$ GD $= \frac{c}{u}\left(v - \sqrt{\frac{M}{(a+\frac{1}{2}g)\cdot g}}\right) - a$. Cette expression est trop compliquée pour la traiter dans toute sa généralité. Il faut donc nous borner à l'examen des limites qui renferment tous les cas.

Regle générale pour calculer avec facilité l'action de l'eau sur les ailes d'une roue horisontale. Fig. 16.

125. La vîtesse v du courant étant supposée constante, les variations de GD dépendront de celles du rapport de CG à GA, ou de celles du rapport de a à g. Nous avons vu (99) que la plus grande valeur de GA par rapport à CG étoit $= \frac{1}{3}$CG: ainsi le moindre rapport de GC à GA $= 3$. Si l'on fait attention que les roues horisontales sont ordinairement susceptibles de beaucoup moins de grandeur que les verticales, on verra que GA ne peut guere être moindre que la septieme partie du rayon intérieur CG, & qu'en général on peut regarder 7 comme le plus grand rapport de CG à GA. Supposons donc qu'on ait successivement $a = 3g$, $a = 5g$, $a = 7g$. Substituons ces valeurs dans l'expression de z ou GD que nous venons de trouver (124), & nous verrons que pour remplir les conditions de la question:

Lorsqu'on aura $a =$ $\left\{ \begin{array}{ccccc} 3g & : & 5g & : & 7g \end{array} \right\}$.
CD ou z sera $=$ $\left\{ \begin{array}{ccccc} 0,587g & : & 0,637g & : & 0,687g \end{array} \right\}$.

On voit par ces résultats que le point D dont on doit prendre la vîtesse pour celle de la roue, ou plutôt pour celle de l'aube

mue parallèlement à elle-même, tombe toujours au-delà du milieu M de l'aîle par rapport au centre, & qu'il s'en éloigne de plus en plus, à meſure que le rapport de C G à G A augmente. Mais ſi nous comparons les vîteſſes M L & D V dans les deux cas extrêmes où l'on a $a = 3g$ & $a = 7g$, en prenant pour unité la vîteſſe du point M, nous trouverons dans le premier M L : D V :: 3,5 : 3,587 :: 1 : 1,02485 ; & dans le ſecond M L : D V :: 7,5 : 7,687 :: 1 : 1,02493. Donc, puiſque dans chacune de ces deux proportions les deux derniers termes différeront très peu entre eux, dans la pratique nous pourrons prendre M L au lieu de D V. Il eſt vrai que nous augmenterons un peu le moment, puiſque la vîteſſe reſpective deviendra L I > V I'. Mais outre que la différence ſera très petite en elle-même, on peut encore compenſer l'erreur juſqu'à un certain point, en prenant pour vîteſſe commune A S celle des eaux de la ſurface. Concluons donc généralement que *dans le choc d'un courant ſur les aîles d'une roue horiſontale, on peut ſuppoſer 1°. que l'impulſion ſe fait ſur une ſeule aîle perpendiculaire à la direction du courant, & qui ſe meut parallèlement à elle-même dans cette direction avec une partie déterminée de la vîteſſe des eaux de la ſuperficie ; 2°. que tous les filets ſont animés de la même vîteſſe que les eaux de la ſuperficie ; 3°. que le centre d'impreſſion ſe trouve au milieu de l'aîle.*

Conſidérations ſur l'inclinaiſon des aîles pour le plus grand effet.

126. A ne conſulter que la théorie, il n'y a pas d'impulſion plus avantageuſe que celle qui s'exerce perpendiculairement : Mais la pratique démontre qu'il y a un degré d'obliquité ſous lequel l'impulſion eſt plus forte que ſi, toutes choſes d'ailleurs égales, elle étoit perpendiculaire ; tant il eſt vrai que, dans les ſciences phyſico-mathématiques, il faut, autant qu'on peut, ſoumettre tous les principes à l'expérience. En 1759 M. Deparcieux découvrit que dans une roue verticale les aîles étoient choquées plus avantageuſement lorſqu'elles n'étoient pas dirigées vers le centre, & qu'elles faiſoient un certain angle avec les rayons

correſpondants, comme on voit dans la fig. 17. M. l'Abbé Boſſut a vérifié cette découverte, & il a obſervé (Hydr. 814.) que quand les canaux ont peu de pente, & que l'eau a la liberté de s'échapper après le choc, les aîles doivent être dirigées vers le centre; mais que dans les roues placées ſur des courſiers qui ont beaucoup de pente, les aîles doivent être inclinées au rayon. En effet, lorſque l'eau a beaucoup de vîteſſe, elle n'en perd qu'une partie par le choc, & il lui en reſte encore aſſez pour s'élever à une certaine hauteur le long de l'aube. Or elle ne peut ainſi s'élever ſans la preſſer, & il n'eſt pas ſurprenant que ſous une certaine obliquité l'action réſultante de cette preſſion ſoit plus grande que la force perdue par cette même obliquité. Cela ne doit pas avoir lieu lorſque l'eau a peu de vîteſſe, & qu'elle a la liberté de s'échapper; à cauſe que par cette double raiſon il n'y a point ou preſque point de remoux, ni par conſéquent de preſſion.

127. Comme tout ſe fait par gradation dans la nature, il paroît par-là que plus la vîteſſe de l'eau ſera grande, plus l'angle de déviation B A C de l'aube A B par rapport au rayon C A devra être grand. Mais en pareils cas le mouvement de la roue eſt le réſultat de la preſſion combinée avec l'impulſion. Ainſi cette déviation doit avoir des bornes au-delà deſquelles on perdroit plus par l'obliquité de l'impulſion qu'on ne gagneroit par la preſſion. Lorſque la vîteſſe de l'eau eſt de $\frac{100}{17}$ pieds, ces bornes ſont fixées entre 15^d & 30^d par les expériences de M. Boſſut (Hydr. 817.). Quoique le raiſonnement que nous venons de faire prouve que quand la vîteſſe du courant ſera $> \frac{100}{17}$ pieds, on doit donner plus de 30^d à l'angle de déviation, je penſe néanmoins qu'il vaut mieux en pareils cas s'en tenir à 30^d que de s'expoſer à perdre une partie du choc par une trop grande obliquité; & quand on excédera ce terme, il faudra être autoriſé par des expériences que nous n'avons pas encore. Si la vîteſſe du courant eſt $< \frac{100}{17}$ pieds, on donnera à l'angle de dé- FIG. 17.

viation moins de 15^{d}, & d'autant moins que la vîteſſe ſera plus petite. Il me paroît que cette déviation peut s'anéantir lorſque la viteſſe du courant ne ſera que de 4 pieds par ſeconde. Au reſte, je ne donne ceci que comme des conjectures dont on peut s'écarter plus ou moins, ſelon les circonſtances.

128. Quoique les expériences mentionnées n'aient été exécutées que ſur des roues verticales, il eſt aiſé de voir qu'on doit avoir auſſi le même réſultat par rapport aux roues horiſontales. Donc on inclinera auſſi leurs aîles ſur leur plan ſous un angle plus ou moins voiſin de 30^{d}, ſelon que la vîteſſe du courant ſera plus ou moins grande. A cela près, elles doivent être dirigées vers le centre. Au reſte, cela n'empêche pas que la direction du courant ne doive être horiſontale, ainſi que nous avons vu (84 & 88).

129. Que la roue ſoit verticale ou horiſontale, quand on inclinera les aîles pour profiter de la preſſion du remoux, il faut avoir ſoin de donner plus d'étendue à leur dimenſion verticale, afin que l'eau, en s'élevant, ne puiſſe pas franchir l'aube. La détermination de cet excès de hauteur ſeroit très compliquée ſans être d'une grande utilité. On doit remarquer que cet excès ſera plus grand dans les roues horiſontales que dans les roues verticales. Dans les premieres l'impulſion ſur chaque aîle ſe fait ſur une bande verticale ou à-peu-près; au lieu que dans les autres cette bande eſt horiſontale: ce qui eſt cauſe que dans les roues verticales il reſte toujours au-deſſus de la partie choquée des aîles une portion conſidérable qui ne l'eſt point, & le long de laquelle le remoux peut s'élever, tandis que cela n'eſt pas ainſi dans les roues horiſontales. Dans la pratique, quelques pouces d'augmentation ſuffiront, obſervant néanmoins qu'on ne peut ſe tromper que par défaut.

Ce qu'on doit entendre par *aube* ou *aîle* dans le calcul d'une machine.

130. En inclinant les aîles, on ſe procure un accroiſſement d'action, qui, bien loin de détruire les principes établis aux n. 111 & 125, ne fait au contraire que les rectifier. Car il ſupplée

Fig. 17.

à

à une certaine préciſion toujours difficile à atteindre dans la pratique. Ainſi ces deux principes n'en reçoivent qu'un nouveau degré de force, & on peut les employer en toute sûreté dans le calcul de l'action des fluides ſur les roues. Il faudra ſeulement faire attention que ce qu'on entend alors par aube, eſt la ſection perpendiculaire du fluide au point d'impulſion, & conſidéré ſans remoux, par exemple A D′ ſi l'eau dans ſon état naturel ne s'éleve que juſqu'en E F ; & C D′ en eſt alors le rayon intérieur. Il en ſera de même des roues horiſontales, toutes choſes d'ailleurs égales.

Les ailes doivent être taillées en biſeau à la circonférence extérieure de la roue. Pl. 10. 18.

131. Continuons d'examiner les roues, & nous verrons que l'inclinaiſon des ailes n'eſt pas le ſeul moyen d'augmenter l'action que les fluides exercent ſur elles. Les aubes doivent avoir aſſez d'épaiſſeur pour réſiſter au choc du courant. Si on leur donne la forme A B D E (*fig.* 18.), il eſt évident que l'extrémité A B interceptera une partie de fluide qui n'agira pas comme elle eût fait en tombant ſur la partie correſpondante de l'aube voiſine : & comme le nombre d'ailes doit être le plus grand poſſible (103), on perdroit plus d'un côté qu'on ne gagneroit de l'autre. Il faudra donc, pour évirer cet inconvénient, tailler les aubes en biſeau, & leur donner la forme E A F D. L'angle E A F du biſeau ſera déterminé en ſuppoſant que l'aube A B D E eſt la premiere qui entre dans le fluide dont la ſurface A G formera avec A C l'angle cherché, lorſque les ailes ſeront dirigées vers le centre ; ce qui donne cette regle : *Retranchez de* 180^d *le nombre de degrés de l'arc plongé A G ; prenez la moitié du reſte, & vous aurez l'angle cherché.*

Lorſque les ailes ſeront inclinées au rayon comme E′ A F′ D′, pour avoir l'angle E′ A F′, on déterminera l'angle C A G par la méthode précédente, & l'on en retranchera l'angle de déviation E A E′. Le reſte ſera l'angle E′ A F′. Et parceque le bois n'eſt pas aſſez dur pour conſerver long-temps cette forme, on revêtira l'angle d'une enveloppe de fer dont l'arête ſera la plus aiguë poſſible.

Uſage des roues dentées pour augmenter le nombre d'ailes. Fig. 19.

132. Il ſuit de là qu'on peut augmenter autant qu'on voudra le nombre d'aîles en employant une roue denrée telle que celle de la fig. 19. Car ſi l'on fait les angles du biſeau D C E, E L Q égaux entre eux, & à celui que fait la direction du coutant C F avec le premier rayon C H de l'arc plongé C M B, il eſt clait qu'il n'y aura aucun filet qui porte à faux. Dans le calcul, la dimenſion de l'aîle ſelon le rayon n'en ſera pas moins F M. Cependant il eſt bon de remarquer que certe figure ne peut s'appliquer qu'aux roues horiſontales, à cauſe que dans les verticales le fluide, après le choc ſur la face quelconque E L, ſe trouveroit arrêté par l'angle E, & l'on ſeroit privé de l'action produite par le remoux (126).

Moyen d'anéantir la perte du fluide qui ſe fait par le jeu de la circonférence extérieure dans les roues verticales. Fig. 20.

133. Soit la roue verricale D E F (*fig.* 20). Si l'on ſuit la méthode ordinaite, on laiſſera pour le jeu de la roue un eſpace B *b* entre la circonférence extérieure & le fond A B du courſier. A travers cet inrervalle il s'échappera en pute perte une certaine quantité d'eau d'autant plus conſidérable qu'elle y aura plus de vîteſſe à raiſon de ſa plus grande chûte, & dont l'effet ſeroit d'autant plus grand pour certe même raiſon (74). Ainſi la perte ne peut être que conſidérable. Prenons la poſition la plus déſavanrageuſe de la roue, celle où l'angle G C H, formé par deux aîles conſécutives G *g*, H *h*, eſt diviſé en deux parries égales par la verticale C B; & par un point *g'* pris tant ſoit peu au-deſſus de l'extrémité G de l'aîle G *g*, menons *g'* B' A' paralelle à B A. Laiſſons entre la circonférence extérieure & le point B' de cette ligne l'inrervalle néceſſaire au jeu de la roue. Si nous regardons A' B' comme le fond du courſier, & que nous donnions à la roue le plus grand nombre d'aîles poſſible, pour peu de vîteſſe qu'ait le courant, il n'y aura aucune des particules qui s'échappoient auparavant qui ne produiſe ſon effet ſur la roue. Car pour que cela n'eût pas lieu, il faudroit que ces particules puſſent deſcendre de la quantiré *b b'* dans le temps qu'elles emploieroient à parcourir B' *b'*; ce qui n'eſt guere poſſible, à cauſe de la petiteſſe de l'eſpace B' *b'*.

134. Donnons au fond du courſier la forme A′B′LL′ telle que LL′ ſoit parallele à A′B′, & qu'elle s'étende juſqu'au point H, le dernier qui reçoive l'impulſion du fluide. Il eſt clair que le fluide répandu ſur l'eſpace B′LL′ ſoutiendra les filets inférieurs qui ſeront forcés pour lors à choquer la roue, quand même leur vîteſſe ſeroit extrêmement petite. L'on voit par-là qu'un ſimple reſſaut au fond du courſier ſupprimera la perte de fluide qui ſe fait par le jeu inférieur de la roue dans la conſtruction actuelle. On pourra, ſi l'on veut, former ce reſſaut par un arc de cercle BB′ concentrique à la roue.

Comment on peut anéantir la perte qui ſe fait à travers le jeu latéral d'une roue verticale. Fig. 21.

135. Il n'eſt pas plus difficile d'anéantir la perte de fluide qui ſe fait par le jeu latéral. Soit ABCD (*fig.* 21.) la partie inférieure du courſier, & CDEF la portion dans laquelle doit ſe faire le mouvement de la roue ſelon la méthode ordinaire. Augmentons de chaque côté la largeur EF de cette derniere partie des quantités égales EG, HF; elle deviendra EGKIHF. Ce ne ſera plus dans CDEF, mais dans GHIK que la roue doit ſe mouvoir. Donnons aux aîles la largeur LM > EF; je dis que les filets latéraux qui ſe perdoient dans la conſtruction ordinaire produiront ici néceſſairement leur effet. Cela eſt évident, puiſque tous les filets compris dans la largeur EF ſeront forcés à tomber ſur PN, & ne pourront s'échapper à travers le jeu LQ & MR qu'après avoir choqué les aubes. Ainſi il ne ſe fera point de perte à travers le jeu latéral d'une roue verticale en augmentant la largeur des aubes & celle du coffre du courſier au point d'impulſion.

Comment on anéantit la perte à travers le jeu d'une roue horiſontale. Fig. 22.

136. Dans la roue horiſontale DFN (*fig.* 22.) prenons deux aîles conſécutives D*d*, F*f*. Par leur extrémité D & F menons DFA; & par le point G, pris à égale diſtance de *d* & de *f*, tirons ſa parallele MB. Enfin du centre C & d'une ouverture de compas plus grande que le rayon extérieur CF d'une quantité égale au jeu latéral de la roue, décrivons l'arc HI. Si l'on regarde ABHI comme la projection horiſontale de la partie

inférieure du courſier, & qu'on place le plan inférieur de la roue au-deſſous du fond de cette même partie du courſier, je dis qu'il n'y aura point de filet d'eau qui ne produiſe ſon effet; car les filets ne peuvent point ſortir hors des lignes A D, B M, puiſque leur direction eſt parallele à ces mêmes lignes. Donc il ne s'échappera point de filet par le jeu latéral qui ne produiſe ſon effet. Il ne s'en échappera point par le jeu inférieur, puiſque, par ſuppoſition, le plan inférieur de la roue ſe trouvant au-deſſous du fond du courſier, la partie inférieure des aîles recevra le choc de ceux qui ſeroient entraînés par la gravité au-deſſous de ce même fonds. Donc tous les filets produiront leur effet.

FIG. 22. 137. Moins l'eau a de liberté de s'échapper, plus l'effet qu'elle produit eſt grand (34); par conſéquent il eſt à propos de la ſoutenir au-deſſous de la roue ſur toute l'étendue où elle agit ſur les aubes, & de la contenir ſur le même eſpace par le prolongement du côté du courſier oppoſé au centre de la roue. Prolongeons l'arc H I juſqu'en K, & tirons K L tangente à I K, & parallele à A I. La forme du fond du courſier au-deſſous de la roue ſera repréſentée par la figure H I K L M. Cette portion ſera diſtinguée de la partie A B H I par un reſſaut qui ſe trouvera dans l'arc H I. Le côté A I du courſier oppoſé au centre de la roue ſera prolongé juſqu'en L ſelon la ligne mixte I K L; au lieu que le côté B H qui eſt vers le centre ne le ſera que juſqu'au reſſaut en H.

FIG. 23. 138. Dans la fig. 23, A B C D E F eſt la ſection verticale & longitudinale de la partie horiſontale, ou de l'extrémité inférieure du courſier, & I K L M eſt la projection verticale de la roue. G H repréſente la ſurface de l'eau s'il n'y avoit point de choc, & G Q I celle du remoux. Elle s'éleve, comme on voit, d'une quantité H I au-deſſus de G H; & c'eſt pour cela que nous avons recommandé (129) d'augmenter la dimenſion verticale des aîles. Par la même raiſon on donnera aux côtés du

courſier une hauteur proportionnée à celle du remoux, afin que l'eau ne puiſſe pas s'extravaſer avant l'impulſion. La même choſe doit s'entendre des côtés des courſiers deſtinés à recevoir des roues verticales.

139. Dans les courſiers deſtinés à des roues verticales, la hauteur du reſſaut eſt compoſée du débordement $b'b$ (*fig.* 20.) au-deſſous du prolongement de A'B' & du jeu bB de la roue. Le jeu bB eſt arbitraire, & n'eſt ſoumis à aucune loi; il faut ſeulement qu'il ne ſoit pas nul. Au contraire le débordement eſt aſſujetti à une loi, ainſi qu'on verra plus bas; par conſéquent la détermination du reſſaut dans ces courſiers eſt en partie arbitraire, & en partie dépendante du rayon de la roue. Mais à cauſe que le débordement eſt toujours très petit, on pourra dans la pratique aſſigner 3 pouces ou environ à la hauteur B'L du reſſaut. Quelle doit être la hauteur du reſſaut. FIG. 20.

Dans les courſiers conſtruits pour recevoir des roues horiſontales, le reſſaut EF (*fig.* 23.) eſt tout-à-fait arbitraire. Car il eſt compoſé du débordement Ff de la partie inférieure des aîles au-deſſous de AF & du jeu fE de la roue. Or l'un & l'autre ſont arbitraires. Ainſi on pourra lui donner la même valeur que dans les courſiers à roues verticales, & conclure en général que *dans la pratique on peut donner environ* 3 *pouces de hauteur au reſſaut d'un courſier quelconque.* FIG. 23.

Il faut néanmoins obſerver qu'il peut arriver que la machine ſoit de nature à exiger que l'on hauſſe ou que l'on baiſſe de temps en temps l'équipage de la roue d'une quantité déterminée plus grande que celle que nous avons aſſignée pour la hauteur du reſſaut. En pareils cas on donneroit au reſſaut cette hauteur augmentée d'un pouce ou deux pour faciliter le jeu de la roue. Mais ces cas ſont peu communs, & en général on peut ſuivre la regle que nous avons établie.

140. Nous avons dit (130) que ce qu'on devoit prendre pour *aube* dans le calcul de l'impulſion de l'eau ſur les aîles d'une roue, étoit la ſection du courant pris au point d'impulſion, & Quel eſt le centre d'impreſſion & le rayon moyen de la roue.

conſidéré ſans choc & ſans remoux. Le centre d'impreſſion eſt ſuppoſé au milieu de cette ſection ; & le bras de levier de la force motrice, ou le *rayon moyen* de la roue, eſt la diſtance de ce point au centre de la roue. Qu'on prenne dans cette ſection la moitié du côté qui eſt ſur le prolongement du rayon ; en l'ajoutant au rayon moyen, ou en le retranchant de ce même rayon, on aura *le rayon extérieur ou le rayon intérieur* proprement dit, & dont nous avons parlé (99).

Rapport le plus avantageux de la largeur d'une aile à ſa hauteur.

141. La perte de fluide qui ſe fait à travers le jeu de la roue dans la conſtruction ordinaire, a donné lieu à ce problême, auſſi intéreſſant que difficile à réſoudre : *Trouver le rapport le plus avantageux de la largeur à la hauteur d'une aîle rectangulaire.* La ſolution de ce problême devoit remplir deux conditions ; ſavoir, que la quantité de fluide qui s'échapperoit à travers le jeu fût un *minimum*, & l'effet du reſte un *maximum*. Cette queſtion ſe trouve réſolue par la ſuppreſſion de la perte à travers le jeu, & par le principe du n. 74, que *les effets d'un même courant ſont comme les chûtes.* Car puiſque les rayons des roues n'entrent pour rien dans la production des effets (65), on produira le plus grand en donnant au fluide toute la chûte poſſible, quelle que ſoit d'ailleurs la roue. Ainſi ſi la choſe pouvoit avoir lieu, il faudroit réduire le fluide à une lame horiſontale infiniment mince, & lui faire exercer ſon action au point le plus bas de la chûte. Mais comme dans l'état naturel cela n'eſt pas poſſible, & que chaque eſpece de roue exige quelques modifications particulieres, examinons-les chacune à part.

Limites de ce rapport dans les roues verticales placées ſur des courſiers inclinés.

142. Dans les roues verticales mues dans des courſiers inclinés & par des courants dont la dépenſe eſt déterminée, l'on ne peut donner à la ſection du fluide au bas du courſier une figure rectangulaire différente du quarré, qu'en augmentant le frottement ; & on l'augmentera d'autant plus que les deux côtés contigus de la ſection s'éloigneront davantage de l'égalité. D'un

autre côté, en ſuppoſant, ainſi qu'on doit le faire (141), que la dimenſion horiſontale de cette ſection ſoit la plus grande, en l'augmentant, on augmentera la chûte commune à toutes les particules, & par conſéquent leur vîteſſe. Or on voit évidemment qu'il y aura un point où l'excès du frottement ſera équilibre à l'augmentation de la force, & au-delà duquel le frottement l'emportera. On ne peut rien dire de précis au ſujet de ces limites. Il eſt ſeulement bon de remarquer que le frottement agiſſant avec moins d'énergie ſur une maſſe qui a plus de vîteſſe, plus la chûte de l'eau ſera grande, plus auſſi le rapport des deux côtés de la ſection du fluide pourra s'éloigner de l'égalité. *Dans la pratique on peut ſe contenter de faire la dimenſion horiſontale tout au plus triple de la verticale.* Je dis *tout au plus ;* car ſi la dépenſe de la ſource eſt peu conſidérable, il pourroit arriver que la dimenſion verticale ſoit exceſſivement petite, & pour lors il faudroit rapprocher le rapport de l'égalité.

Limites de ce rapport dans les roues verticales placées ſur des rivieres.

143. On n'eſt pas auſſi gêné dans la conſtruction des roues placées ſur des rivieres. Car quoique pour en augmenter l'effet il ſoit à propos de les faire tourner dans un courſier (37), & que par conſéquent on diminue la vîteſſe du courant par le frottement ; cependant, comme on eſt obligé, ſelon l'ancien uſage, de laiſſer entre les côtés du coffre du courſier & les bords des aîles l'intervalle néceſſaire au jeu, on peut diminuer l'action du frottement ſur la maſſe choquante du fluide par une augmentation dans cet intervalle. Mais la vîteſſe des rivieres n'étant pas, pour l'ordinaire, auſſi conſidérable que celle de l'eau mue dans un courſier incliné ; ſi le rapport de la dimenſion horiſontale à la dimenſion verticale augmentoit au-delà d'un certain point, ſelon ce que nous venons de remarquer (142), l'augmentation du frottement pourroit enfin l'emporter ſur celle de la force de l'eau. Ajoutons à cela que ſi ce rapport devenoit trop grand, il ſeroit tout-à-fait incommode dans la pratique.

Ainſi il me paroît que, *dans l'uſage ordinaire, le rapport de la largeur à la hauteur des aîles dans les roues placées ſur des rivieres, & mues dans un courſier, ne doit pas excéder* 10.

Limites de ce rapport dans les roues horiſontales.

144. Dans les roues horiſontales la dimenſion horiſontale de la ſection du courant pourra, ainſi que dans les roues verticales placées ſur des courſiers inclinés (142), être triple de la dimenſion verticale lorſque le rayon intérieur de la roue ſera aſſez grand pour que la dimenſion horiſontale de l'aîle, ou plutôt (130) la dimenſion horiſontale de la ſection du courant n'en excede pas le tiers (99). La dimenſion horiſontale étant triple de la verticale, ſi elle ſurpaſſoit le tiers du rayon intérieur, il faudroit avoir ſoin de rapprocher ces deux dimenſions de l'égalité, & ſi, étant égales, la dimenſion horiſontale étoit plus grande que le tiers du rayon intérieur, la dimenſion verticale devroit prendre le deſſus, & devenir à ſon tour double & même triple de la dimenſion horiſontale, afin que celle-ci n'excede jamais le tiers du rayon intérieur. Si elle devoit l'excéder, il faudroit employer des engrénages pour produire le degré de vîteſſe que la machine exige, à moins que la réſiſtance du frottement des engrénages n'équivalût ou même ne ſurpaſsât la perte qu'on feroit par un choc trop oblique ſur les aîles extrêmes d'un trop grand arc (97). Mais, dans ce dernier cas, on ne pourroit pas, à la rigueur, employer le principe du n. 125; & l'application qu'on en feroit ne donneroit qu'un réſultat plus ou moins éloigné du véritable, ſelon que la dimenſion horiſontale excéderoit plus ou moins le tiers du rayon intérieur. En cela, c'eſt à l'intelligence du conſtructeur à voir & à choiſir le parti le plus avantageux.

Limites du rapport du rayon moyen de la roue à la dimenſion de la ſection du courant priſe dans le même ſens.

145. Nous avons donné la définition du *rayon moyen* de la roue au n. 140. Dans le calcul de l'effet d'une machine, le rayon moyen eſt ce qu'on doit regarder comme le vrai rayon de la roue, à cauſe que toute la force du choc eſt cenſée réunie à ſon extrémité. Ainſi à l'avenir quand nous parlerons du rayon

rayon de la roue, on doit entendre le *rayon moyen* ; car s'il s'agiſſoit du rayon extérieur ou du rayon intérieur, nous aurions ſoin de le déſigner. De ce que nous avons dit (99), on peut déduire que ce rayon doit être, dans tous les cas, 3, 5 fois au moins plus grand que la dimenſion de la ſection du courant priſe dans le même ſens, & qu'en général le rapport de ces deux grandeurs doit être le plus grand poſſible. Le rapport 3, 5 eſt le moindre qui puiſſe regner entre ces deux quantités ; & lorſque par les conditions de la queſtion il devra être au-deſſous de ce nombre, il vaudra mieux le rendre plus grand en employant un engrénage, à moins que la différence fût peu conſidérable.

Expreſſion du rayon de la roue à aubes pour faire un nombre donné de révolutions par ſeconde.

146. Suppoſons qu'on ait un courant dont la vîteſſe abſolue $= v$; que ce courant agiſſe ſur une roue & lui imprime un degré de vîteſſe qui ſoit à ſa vîteſſe abſolue $v :: s . s' + s$. Quel ſeroit le rayon de la roue pour faire un nombre $= q$ de révolutions par ſeconde ?

Nommons R le rayon de cette roue, & repréſentons par c le rapport de la circonférence au rayon. Nous trouverons la circonférence pour le quatrieme terme de la proportion $1 : c :: R : cR$, & ſa vîteſſe pour le quatrieme de celle-ci ; $s' + s : s :: v : \frac{sv}{s'+s}$. Ce ſera l'eſpace parcouru dans une ſeconde par le centre d'impreſſion, ou par l'extrémité du rayon moyen R. Mais dans le même temps la roue doit faire un nombre $= q$ de révolutions, c'eſt-à-dire que le centre d'impreſſion doit parcourir dans le même temps la circonférence cR un nombre de fois $= q$. Donc nous aurons l'équation $\frac{sv}{s'+s} = cqR$, de laquelle nous tirerons $R = \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{v}{cq}$.

Autre expreſſion du même rayon.

147. Nous avons vu (87) qu'en nommant h' la chûte effective, on avoit dans les fluides déſinis $v^2 = 140 \frac{B h'}{K}$; d'où nous avons $v = \sqrt{140 \frac{B h'}{K}}$. Subſtituons cette expreſſion dans la for-

mule précédente, & nous aurons $R = \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{\sqrt{140\,B}}{c\sqrt{K}} \cdot \frac{\sqrt{h'}}{q}$. Mais (23) $B = \frac{8}{9}$; (41) $K = \frac{7}{3}$; $c = \frac{44}{7}$; & (67) pour le plus grand effet $s' = 3$ & $s = 2$. Mettant au lieu de ces lettres leurs valeurs numériques, & faiſant les opérations indiquées, nous trouverons le rayon cherché $R = 0{,}464 \times \frac{\sqrt{h'}}{q}$.

Par exemple, ſuppoſons que la chûte effective h' ſoit de 16 pieds, & que la roue doive faire $\frac{4}{3}$ de révolution dans une ſeconde. En ſubſtituant, on trouvera $R = 0{,}464 \times \frac{4}{3} = 2{,}784$ pieds. Ce ſera le rayon moyen de la roue.

Expreſſion du même rayon lorſqu'il y a double engrénage.

148. Suppoſons qu'on eût un double engrénage tel que celui de la fig. 11, & qu'on voulût que le poids π parcourût un nombre de fois $= q$ dans une ſeconde un eſpace égal à la circonférence du tambour autour duquel ſe roule la corde qui le ſoutient.

L'eſpace parcouru par le centre d'impreſſion de la premiere roue ſera, ainſi que dans le cas précédent, $= \frac{sv}{s'+s}$. Cette quantité a été repréſentée par u au n. 64, où nous avons trouvé la vîteſſe du poids $= \frac{r''}{R} \times \frac{r'}{R'} \times \frac{r'''}{R'''}$. Par conſéquent cette vîteſſe, dans le cas dont il s'agit ici, ſera $= \frac{r'r''r'''}{RR'R''} \cdot \frac{sv}{s'+s}$. La circonférence du tambour ſera $= c\,r''$; & puiſque le poids π doit parcourir un nombre $= q$ de fois dans une ſeconde un eſpace égal à cette circonférence, cet eſpace ſera $= c\,q\,r''$. Egalons-le à la vîteſſe trouvée, & nous aurons $\frac{r'r''r'''}{RR'R''} \cdot \frac{sv}{s'+s} = c\,q\,r''$, ou $\frac{r'r'}{RR'R''} \cdot \frac{sv}{s'+s} = c\,q$; équation qui nous donnera $R = \frac{r'r'}{R'R''} \cdot \frac{sv}{s'+s} \cdot \frac{1}{cq}$ pour le rayon de la roue à aubes.

Autre expreſſion du même rayon dans le même cas.

149. Subſtituons au lieu de v ſa valeur $\sqrt{140 \cdot \frac{Bh'}{K}}$, & nous aurons $R = \frac{r'r'}{R'R''} \cdot \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{\sqrt{140\,B}}{c\sqrt{K}} \cdot \frac{\sqrt{h'}}{q}$; ou à cauſe que $\frac{s}{s'+s} \cdot \frac{\sqrt{140\,B}}{c\sqrt{K}}$

$= 0,464$, ainſi que nous avons vu (147), $R = 0,464 \frac{r'}{K' R''} \cdot \frac{\sqrt{K}}{q}$.

150. Il faut remarquer que la ſolution relative aux engrénages ſuppoſe que le nombre de dents d'une roue quelconque, ainſi que celui des fuſeaux d'une lanterne, eſt proportionnel à la circonférence ou au rayon. Cette hypotheſe eſt conforme à la nature des choſes; car il eſt très naturel que le nombre de dents ou de fuſeaux ſoit plus ou moins grand, ſelon que la circonférence ſera plus ou moins étendue. Nous traiterons ailleurs ce ſujet plus au long.

Remarque ſur le nombre de dents des roues & celui des fuſeaux des lanternes.

151. Il y a des machines qui ſont de nature à pouvoir être mues ſans aucun engrénage, par le moyen d'une roue horiſontale ou verticale, mais qui exigent en même temps que cette roue faſſe un nombre donné de révolutions dans un temps connu, & qui ſuppoſent par conſéquent que le courant ait une vîteſſe déterminée. Tels ſont, par exemple, les moulins à bled ſimples, les moulins à poudre, & en général la plupart des machines deſtinées à élever des pilons ou des maillets. L'équation $R = \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{v}{cq}$ du n. 146, nous fait voir que, toutes choſes égales d'ailleurs, le rayon de la roue eſt proportionnel à la vîteſſe du fluide. Suppoſons que cette vîteſſe diminue, & que néanmoins le courant ait toujours aſſez de force pour produire le même effet; le rayon moyen R de la roue diminuera, & la ſurface de l'aîle, ou plutôt la ſection du courant au point d'impulſion, augmentera fort rapidement (70). Ainſi (145) le rapport du rayon à la dimenſion correſpondante de cette ſection ſera bientôt $< 3,5$; & par conſéquent ſi l'on veut conſerver ce rapport & produire le degré de vîteſſe que demande la queſtion, on ſera obligé d'employer un engrénage.

Remarque ſur le rapport du rayon de la roue a la dimenſion correſpondante de la ſection du courant.

152. Déterminons à préſent la chûte au-deſſous de laquelle on pourra employer des engrénages. Nommons m la dépenſe

Expreſſion de la chûte relative au deſſous de laquelle il faut employer des engrénages.

de la ſource, λ' la dimenſion ſelon le rayon priſe dans la ſection du courant au bas du courſier ; $\frac{1}{n}$ le rapport de cette dimenſion avec la ſeconde ; γ le moindre rapport du rayon de la roue à la dimenſion correſpondante λ' de la ſection (145), & h' la chûte effective. La ſeconde dimenſion de la ſection du fluide ſera $= \lambda' n$; la ſurface de la ſection $= \lambda'^2 n$, & (11) la dépenſe $= \lambda'^2 n v = m$. De cette équation nous tirons $\lambda' = \sqrt{\frac{m}{nv}}$. Mais dans le cas extrême nous devons avoir (145 & 151) le rayon moyen de la roue à aubes ou $R = \gamma \lambda' = \gamma \sqrt{\frac{m}{nv}}$. Donc puiſque (146) l'on a auſſi $R = \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{v}{cq}$, nous aurons $\gamma \sqrt{\frac{m}{nv}} = \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{v}{cq}$. Cette équation donne $v^3 = \gamma^2 c^2 q^2 \cdot \frac{\overline{s'+s}^2}{s^2} \cdot \frac{m}{n}$. Or (87) le fluide étant défini, nous avons $v^2 = \frac{140\,B\,h'}{K}$, & par conſéquent $v^3 = \left(\frac{140\,B}{K}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot h'^{\frac{3}{2}}$. Subſtituons cette expreſſion, & prenons la valeur de h' ; nous aurons $h' = \frac{K}{140\,B} \left(\gamma^2 c^2 q^2 \cdot \frac{m}{n} \cdot \frac{\overline{s'+s}^2}{s^2}\right)^{\frac{1}{3}}$ pour la moindre chûte effective dont on puiſſe diſpoſer en employant des roues ſans engrénage, puiſque (145) γ eſt un *minimum*, ou du moins nous l'avons conſidéré ſous ce point de vue. Si l'on veut regarder γ comme variable tant au-deſſus qu'au-deſſous de 3, 5, la valeur qu'on lui donnera déterminera, dans tous les cas, celle de h' ; mais ſi on la ſuppoſe conſtante & $= 3, 5$, la valeur correſpondante de h' ſera réellement celle de la moindre chûte effective. Par conſéquent lorſque la chûte ſera plus grande que cette valeur, on pourra, dans l'exécution, faire $\gamma > 3, 5$, & employer des roues ſans engrénage ; mais quand la chûte ſera moindre, on ſuppoſera dans l'exécution $\gamma = 3, 5$ & l'on ſe ſervira d'un engrénage.

Expreſſion plus ſimple de la même chûte.

153. Donnons à la valeur de h' cette forme $h' = \frac{K}{140\,B} (\gamma^2 c^2 .$

$\frac{s'+s}{s^2}\Big)^{\frac{1}{7}} \times \sqrt[7]{\frac{q^4 m^2}{n^5}}$. La quantité $\frac{K}{140\,B}\left(\gamma^2 c^2 . \frac{s'+s}{s^2}\right)^{\frac{1}{7}}$ eſt conſtante. Subſtituons 3, 5 pour γ, & pour les autres quantités les nombres que nous leur avons ſubſtitués au n. 147 : faiſant les opérations indiquées, nous aurons $\frac{K}{140\,B}\left(\gamma^2 c^2 . \frac{s'+s}{s^2}\right)^{\frac{1}{7}} = 3,921$. Ainſi la moindre chûte effective dont on puiſſe diſpoſer ſans engrénage eſt $h' = 3,921 \sqrt[7]{\frac{q^4 m^2}{n^5}}$.

Remarque ſur les grandeurs littérales de cette expreſſion.

154. Dans la ſection ſuivante nous ferons voir comment, par la connoiſſance de la dépenſe & de la chûte du courant, on peut déterminer les côtés de la ſection ſelon le rapport qu'on veut. Le nombre de révolutions eſt ordinairement déterminé par la nature même de la machine qu'on emploie, ou plutôt par celle de l'effet qu'on veut produire. Il en eſt de même de la dépenſe de la ſource ; car une machine en général ne pouvant être employée au-deſſous d'une certaine grandeur, la dépenſe de la ſource ne peut pas avoir une valeur arbitraire : mais dans la détermination de la moindre chûte, elle doit être au moins aſſez conſidérable pour mouvoir la moindre machine de l'eſpece propoſée.

Moyen de trouver le débordement d'une roue. Fig. 22.

155. Connoiſſant le rayon de la roue & les dimenſions de la ſection du courant au bas du courſier, on trouvera le débordement de la roue par la méthode ſuivante.

Prenons d'abord la roue horiſontale DFN (*fig.* 22). L'on ajoutera la moitié de la largeur G *b'* du courſier ABHI au rayon de la roue, & l'on aura C *b'* (140). On fixera le nombre d'aîles qu'on doit donner à la roue (103), & l'on diviſera 360^d par ce nombre. Le quotient ſera le nombre de degrés de l'arc DF, & la moitié ſera celui de l'arc *b* F ou de l'angle *b'* CF. Dans le triangle *b'* CF on connoîtra les angles en *b'* & en C & le côté *b'* C. On aura donc l'hypothénuſe par la proportion : *cof.* *b'* CF : *ſin. tot.* :: *b'* C : CF. Si l'on en retranche C *b'*, on aura le débordement *b' b*.

FIG. 20. Dans la roue verticale D E F (*fig.* 20.), comme le point g' (133) eſt extrêmement proche de G, on ſuppoſera qu'ils coïncident, & l'on réſoudra la queſtion de la même maniere que dans la roue horiſontale.

Autre moyen de trouver le débordement d'une roue.

FIG. 22. 156. Dans la pratique, on peut avoir par approximation ce débordement d'une maniere beaucoup plus ſimple & ſans le ſecours des tables de ſinus. Après avoir déterminé C b' (*fig.* 22.) par la méthode du n. 140, on aura ſa circonférence en multipliant C b' par $\frac{22}{7}$. Diviſant par le double du nombre d'aîles qu'on veut employer, on aura l'arc $b'f'$ ſemblable à l'arc bF. Qu'on mene ſon ſinus naturel $f'b''$, & qu'on regarde l'arc $b'f'$ comme confondu avec ſa corde; on aura la proportion : 2 C b' : $b'f'$: : $b'f'$: $b'b'' = \frac{\overline{b'f'}^2}{2Cb'}$. Cette valeur ſera un peu plus grande que celle que doit avoir $b'b''$ conſidérée comme ſinus verſe de l'arc $b'f'$, à cauſe que l'arc $b'f'$ eſt un peu plus grand que ſa corde. Or le ſinus verſe de l'arc $b'f'$ eſt un peu moindre que celui de l'arc bF, ou que le débordement bb'. Donc le débordement de la roue ſera aſſez exactement $= \frac{\overline{b'f'}^2}{2Cb'}$.

Réflexion ſur la réſiſtance qu'éprouvent les machines en général.

157. Avant de faire l'application des principes précédents au mouvement des machines, on doit remarquer qu'il n'y a point de machine qui ne ſoit peſante & qui ne ſe rapporte au levier. Le poids des pieces occaſionne une preſſion, & par conſéquent une réſiſtance que la force motrice doit vaincre avant d'agir ſur le corps qu'il s'agit d'enlever. Cette réſiſtance n'eſt pas la ſeule. La machine ſe rapportant au levier, la force motrice ne pourra agir ſans un point d'appui. Ce point d'appui eſſuiera une preſſion accompagnée d'une réſiſtance qui, pour être ſurmontée, exigera une nouvelle force, de laquelle naîtra une nouvelle réſiſtance; & ainſi de ſuite juſqu'à l'infini. Lorſque la machine ſera tout-à-fait ſimple, ou fort petite, on pourra négliger la plupart de ces réſiſtances, & ne s'occuper que du poids à enlever. Mais

on ne pourroit pas ſe le permettre ſi la machine étoit tant ſoit peu compoſée, ou d'une grandeur aſſez conſidérable, à cauſe qu'alors les réſiſtances ſe multiplient ou qu'elles augmentent à raiſon du poids des pieces dont la machine ſera compoſée. Il y a néanmoins un cas où la machine étant ſimple, mais d'un poids conſidérable, on peut faire abſtraction du frottement : ce ſera lorſque le bras de levier de la réſiſtance qui en réſultera ſera très petit, & que ſon moment ſera beaucoup moindre que celui de la force motrice. Nous allons voir que le calcul d'une machine devient en général fort compliqué, quand on veut tenir compte de tous les éléments qui influent ſur la production de l'effet.

Calcul de l'effet produit par la machine de la Fig. 24.

158. Suppoſons qu'il s'agiſſe d'enlever un poids Π par le moyen d'une corde qui ſe roule autour d'un arbre vertical, & par celui d'une roue horiſontale EFG (*fig.* 24.) mue par un courant horiſontal HL dont on connoît la ſection & la vîteſſe abſolue, ou ſi l'on veut, la dépenſe & la chûte. Il s'agit de trouver l'équation qui donnera la valeur du poids enlevé Π.

Nommons Π′ le poids de la roue & de l'équipage porté par le pivot D; *r* le rayon AC de l'arbre AB ou du rambour autour duquel ſe roule la corde qui porte le poids Π, & à la circonférence duquel ce poids eſt cenſé agir; R celui de la roue; *g* celui du pivot D; λ la ſection du courant HL ou la ſurface de l'aube qu'on doit employer dans le calcul (130); *v* la vîteſſe du courant, & *n* la preſſion diviſée par la réſiſtance du frottement ou le rapport de ces deux grandeurs. Suivant ce que nous avons dit (60), concevons la vîteſſe du fluide décompoſée en deux parties qui ſoient entre elles :: *s′* : *s*, dont la premiere répondra à une force = F uniquement employée à faire équilibre aux réſiſtances, & la ſeconde à une autre force = *f* qui agit ſur la machine comme ſur un ſyſtême libre. Puiſque le centre du mouvement eſt dans l'axe AB, rapportons à cette ligne les moments de toutes les réſiſtances, ainſi que celui de la puiſ-

ſance F qui leur ſera équilibre. Nous trouverons par ce moyen l'équarion d'où nous pourrons tirer la valeur de Π. Nous ferons abſtraction de la peſanteur & de la roideur de la corde qui porte le poids, ainſi que de ſon frottement ſur la poulie de renvoi M.

Le moment du poids Π eſt $\Pi \times AC = \Pi r$. Le poids Π' de l'équipage de la roue eſt porté ſur un cercle qui ſert de baſe au pivot D. Donc il y occaſionnera une preſſion $= \Pi'$, & conſéquemment une réſiſtance $= \frac{n'}{n}$. Comme le centre de gravité d'un triangle ſe trouve aux $\frac{1}{3}$ de la ligne tirée de ſon ſommet au milieu de la baſe, celui d'un ſecteur élémentaire quelconque ſera aux $\frac{1}{3}$ du rayon; & puiſque cette diſtance ſera la même pour tous les ſecteurs qui compoſent le cercle, le bras de levier moyen de la réſiſtance du frottement ſur le fond de la crapaudine ſera $= \frac{1}{3} g$; & ſon moment $= \frac{1}{3} \cdot \frac{n' g}{n}$. La force F étant appliquée aux aîles de la roue, ſon moment ſera $=$ F R. Ainſi s'il n'y avoit pas d'autre réſiſtance, on auroit $FR = \Pi r + \frac{1}{3} \cdot \frac{n' g}{n}$, & par conſéquent $F = \frac{\Pi r}{R} + \frac{1}{3} \cdot \frac{n' g}{R n}$. Mais nous allons voir qu'il y en a d'autres à vaincre. Faiſons donc $\frac{\Pi r}{R} + \frac{1}{3} \frac{n' g}{R n} = f'$.

Cette force f' qui tend à mouvoir la machine, agit conjointement avec la force f contre le pivot D, & le pouſſe vers les côtés de la crapaudine. Le pivot s'en approchera réellement lorſque la ſomme de ces deux forces ſera plus grande que la réſiſtance du frottement ſur le fond, laquelle, n'agiſſant plus circulairement à cet égard, puiſque les deux forces f' & f ſont cenſées agir ſur le centre de la machine, ſera pour lors $= \frac{n'}{n}$. La preſſion latérale du pivot contre les côtés de la crapaudine ſera donc $= f' + f - \frac{n'}{n} = \varphi$, pour ſimplifier.

Cette preſſion occaſionne une réſiſtance $= \frac{\varphi}{n}$ dont le moment

ment eſt $= \frac{\varphi g}{n}$, & qui doit être vaincue par une force appliquée aux aîles G & $= \frac{\varphi g}{Rn}$.

Cette premiere force produit une ſeconde preſſion latérale $= \frac{\varphi g}{Rn}$, & une réſiſtance $= \frac{\varphi g}{R n^2}$, qui, pour être vaincue, exigera aux aîles une ſeconde force $= \frac{\varphi g^2}{R^2 n^2}$.

Cette ſeconde force fera naître une troiſieme preſſion latérale ſuivie d'une réſiſtance $= \frac{\varphi g^2}{R^2 n^2}$ qui ſera ſurmontée par une troiſieme force aux aîles G $= \frac{\varphi g^3}{R^3 n^3}$; & ainſi de ſuite à l'infini.

Ces forces formeront donc la ſuite décroiſſante à l'infini $\doteq \frac{\varphi g}{Rn} : \frac{\varphi g^2}{R^2 n^2} : \frac{\varphi g^3}{R^3 n^3} \cdots\cdots \varphi \times \frac{1}{\infty}$; ou, ſi l'on veut, $\frac{\varphi g}{Rn} \times \left(\doteq 1 : \frac{g}{Rn} : \frac{g^2}{R^2 n^2} : \frac{g^3}{R^3 n^3} \cdots\cdots \frac{1}{\infty} \right)$; dont la ſomme $= \varphi \times \frac{g}{Rn - g}$.

Ainſi les forces qui agiront aux aîles pour ſurmonter les obſtacles ſeront f' & $\varphi \times \frac{g}{Rn-g}$. Mais la ſomme de ces deux forces doit être $=$ F. Donc nous aurons l'équation $F = f' + \varphi \times \frac{g}{Rn-g}$; ou en ſubſtituant au lieu de φ ſa valeur, $F = \frac{1}{Rn-g} \times \left(Rnf' + g \cdot \overline{f - \frac{\Pi'}{n}} \right)$. Mais (47) $F = \frac{s'^2}{s'+s} \cdot K\lambda v^2$, & puiſque $s'^2 : s^2 :: F : f$, on tirera auſſi $f = \frac{s^2}{s'+s} \cdot K\lambda v^2$. Subſtituons au lieu de F, f, & f' leurs valeurs, & tranſportons tous les termes dans un membre; nous aurons l'équation demandée $Rn\left(\frac{\Pi r}{R} + \frac{2}{3}\frac{\Pi' g}{n}\right) + \frac{s'^2}{s'+s} \cdot K\lambda v^2 \left(g \cdot \overline{1 + \frac{s^2}{s'^2}} - Rn\right) - \frac{g\Pi'}{n} = 0$, de laquelle nous tirerons $\Pi = \frac{1}{nr}\left[g\Pi' \cdot \overline{1 - \frac{3}{5}R} - \frac{s'^2}{s'+s} \cdot K\lambda v^2 \left(g \cdot \overline{1 + \frac{s^2}{s'^2}} - Rn\right)\right]$ pour la valeur du poids enlevé.

159. Pour rendre la ſolution plus utile, ſuppoſons qu'on

Formule plus générale du même effet.

veuille que la roue faſſe dans une ſeconde un nombre $= q$ de révolutions. On prendra (146) la valeur de R qui eſt $= \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{v}{cq}$; & en la ſubſtituant dans la formule précédente, on aura $\Pi = \frac{1}{\pi r}\left[g\Pi' \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{v}{cq}} - \frac{s'^2}{s'+s} \cdot K\lambda v^2 \left(g \cdot \sqrt{1 + \frac{s^2}{s'^2}} - \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{nv}{cq}\right)\right]$.

Comment on peut faire entrer dans cette formule la dépenſe & la chûte du courant.

160. On pourroit encore, au lieu de la ſection & de la viteſſe du courant, faire entrer dans l'équation ſa dépenſe & ſa chûte. Car, en nommant m la dépenſe, & h' la chûte, (11) on a $\lambda v = m$, & (87) $v^2 = \frac{140\,B\,h'}{K}$, d'où l'on tire $v = \sqrt{\frac{140\,B\,h'}{K}}$.

Premiere formule du même effet ſimplifiée. Fig. 24.

161. L'on voit par l'examen de l'effet de cette machine la confirmation de ce que nous avons dit (157), que, quelque ſimple que ſoit une machine, le calcul en devient fort compliqué quand tous les élémens y entrent. Cependant il eſt bon d'obſerver que, s'il n'y a pas d'autre réſiſtance étrangere au poids Π que celle qui s'exerce ſur le fond & contre les bords de la crapaudine, on peut, dans la pratique, ſans craindre d'erreur conſidérable, ſuppoſer le frottement nul, à cauſe que l'arbre étant vertical, le pivot peut être d'un diametre très petit, & que d'ailleurs on fera bien d'en arrondir la partie inférieure, ou même de lui donner la forme d'un cône tronqué renverſé, comme on voit dans la fig. 62. Faiſons donc $n = \infty$, la formule du n. 159 deviendra $\Pi = \frac{K\lambda}{cqr} \cdot v^3 \cdot \frac{s'^2 s}{s'+s}$, expreſſion bien plus ſimple que la précédente.

Seconde formule du même effet ſimplifiée. Fig. 24.

162. Puiſque (160) nous avons $\lambda v = m$ & $v^2 = \frac{140\,B\,h'}{K}$, en ſubſtituant ces deux quantités dans la formule ſimplifiée, nous aurons $\Pi = \frac{140\,B}{c} \cdot \frac{s'^2 s}{s'+s} \cdot \frac{h'm}{qr}$. Mais la quantite $\frac{140\,B}{c} \cdot \frac{s'^2 s}{s'+s}$ eſt conſtante, &, en ſubſtituant les valeurs numériques qui con-

viennent aux grandeurs littérales qui la compoſent (147), elle ſe réduit à 2,85. Donc $\Pi = 2,85 \cdot \frac{h'm}{qr}$.

163. Les formules des n. 146 & 147 donnent la valeur du rayon de la roue pour qu'elle faſſe un nombre $= q$ de révolutions par ſeconde. On a donc tout ce qu'il faut pour conſtruire une machine de cette forme qui produiſe le plus grand effet poſſible, & pour trouver la valeur de cet effet.

Roues horiſontales placées ſur des rivieres.

164. Lorſque ces roues ſont placées ſur des rivieres, elles ſont entièrement plongées dans l'eau, & leurs aîles ſont mobiles autour d'une charniere. Mais nous renvoyons leur examen à un autre ouvrage. Nous nous contenterons ici de les ſuppoſer toujours placées ſur des courſiers inclinés.

Calcul de l'effet produit par la machine de la Fig. 25.

165. Suppoſons que la roue à aubes doive être verticale comme dans la figure 25. Nommons encore le rayon de la roue à aubes, c'eſt-à-dire FG, R; celui (EC) de l'arbre autour duquel la corde ſe roule, ou à la circonférence duquel le poids agit, r; celui des tourrillons H, g; le poids à enlever Π; celui de l'arbre EF & de ſon équipage Π', & le rapport de la preſſion à la réſiſtance du frotrement n. Le moment du poids à enlever ſera $= \Pi r$, & celui de la réſiſtance produite par le frotrement des tourrillons ſur les couſſinets ſera $= \frac{\Pi' + \Pi}{n} \times g$. S'il n'y avoit pas d'aurre réſiſtance, la force en G néceſſaire pour les vaincre ſeroit $= \frac{\Pi' + \Pi}{n} \times \frac{g}{R} + \frac{\Pi r}{R} = f'$. Mais il y a encore les réſiſtances produites par la preſſion latérale des tourrillons, qu'il faur évaluer. Pour nous en former une idée juſte, ſuivons l'action du fluide ſur la roue à aubes GL.

Fig. 26.

Que le cercle dont M (*fig.* 26.) eſt le centre, repréſente la ſection d'un des tourrillons. Supppoſons que la figure du couſſinet ſoit repréſentée par QPO, & que PQ ſoit la face contre laquelle le courant tend à pouſſer l'équipage. Soit S le centre d'impulſion de l'aube. La preſſion en N ſera $= \Pi' + \Pi$. La

téſiſtance à vaincte pour faire avancer le tourrillon de N vers P ſera $= \frac{n'+n}{n}$, & la force néceſſaire en S pour vaincre le frottement en N, & mettre le point S en érat de ſe mouvoir dans l'arc S T ſera $= \frac{n'+n}{n} \times \frac{MN}{MS} = \frac{n'+n}{n} \times \frac{g}{R}$ (en conſervant les dénominations de la figure 25). Mais cette force appliquée en S pour faire tourner l'équipage autour de M, ne peut occaſionner aucun mouvement de tranſlation de N vers P, parceque, s'il devoit y avoir un tranſport en vertu du mouvement circulaire, à cauſe du frottement, ce tranſport ſe feroit plutôt vers O que vers P. Ainſi la téſiſtance $\frac{n'+n}{n}$ qui s'oppoſe au tranſport du tourrillon de N vers P, doit être conſidérée comme indépendante du mouvement circulaire, & par conſéquent pour avoir la preſſion ſur P Q, il faut diminuer de la quantité $\frac{n'+n}{n}$ la ſomme des forces qui pouſſent le ſyſtême dans la direction N P.

FIG. 25. Cette obſervation faite, revenons à la fig. 25. Les deux forces f' & f dont la premiere ſurmonte les premiers obſtacles, & la ſeconde donne le mouvement (158), ne peuvent agir ſur la machine ſans pouſſer l'arbre en avant, & ſans produire ſur la force oppoſée des couſſinets une preſſion latérale qui ſeroit $= f' + f$, ſi rien ne s'y oppoſoit. Mais la preſſion verticale empêche ce tranſport avec une énergie $= \frac{n'+n}{n}$. Donc la preſſion latérale ſera ſeulement $= f' + f - \frac{n'+n}{n} = \varphi$ pour abréger.

Cette preſſion produit aux tourrillons un frottement latéral $= \frac{\varphi}{n}$ qui ſera vaincue par une force en G $= \frac{\varphi g}{Rn}$.

Cette premiere force ne peut agir ſans produire aux tourrillons H une pareille preſſion latérale & un frottement $= \frac{\varphi g}{R n^2}$ qui ſera détruit par une ſeconde force en G laquelle ſera $= \frac{\varphi g^2}{R^2 n^2}$.

La ſeconde force en G produira aux tourrillons H une troiſieme réſiſtance latérale $= \frac{\varphi g^2}{R^2 n^2}$, laquelle ſera détruite par une troiſieme force en G $= \frac{\varphi g^3}{R^3 n^3}$; & ainſi de ſuite à l'infini. Les forces néceſſaires en G pour vaincre les réſiſtances latérales qui s'exercent aux tourrillons formeront la ſuite infinie $\frac{\varphi g}{Rn} \times (\div 1 : \frac{g}{Rn} : \frac{g^2}{R^2 n^2} \cdots \cdot \frac{1}{\infty})$, dont la ſomme $= \varphi \cdot \frac{g}{Rn-g}$.

Ainſi l'équation qui exprimera l'effet de cette machine ſera $F = \frac{\Pi' + \Pi}{n} \times \frac{g}{R} + \frac{\Pi r}{R} + \varphi \cdot \frac{g}{Rn-g}$. Subſtituons la valeur de φ, ainſi que celle de F tirée du n. 47, & celle de $f = F \times \frac{s^2}{s'^2}$, & tranſpoſons tous les termes dans un membre, nous aurons : $\frac{\Pi' g}{n}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{Rn-g} \times \overline{\frac{g}{R} - 1}\right) + \Pi\left(\frac{g}{Rn} + \frac{rn}{Rn-g} + \frac{1}{n} \times \overline{\frac{g}{R} - 1} \times \frac{g}{Rn-g}\right)$ $- K\lambda\nu^2 \times \frac{s'^2}{s'+s} \times \left(1 - \frac{s^2}{s'^2} \cdot \frac{g}{Rn-g}\right) = 0$, équation qui nous donnera le

$$\text{poids enlevé } \Pi = \frac{K\lambda\nu^2 \cdot \frac{s'^2}{s'+s}\left(1 - \frac{s^2}{s'^2} \cdot \frac{g}{Rn-g}\right) - \frac{\Pi' g}{n}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{Rn-g} \cdot \overline{\frac{g}{R} - 1}\right)}{\frac{g}{Rn} + \frac{rn}{Rn-g} + \frac{1}{n} \times \overline{\frac{g}{R} - 1} \times \frac{g}{Rn-g}}.$$

On peut, ſi l'on veut, faire entrer dans cette expreſſion la dépenſe & la chûte du courant (160). Si l'on veut la rendre plus générale, on ſuppoſera que la roue doit faire un nombre $= q$ de révolutions par ſeconde, & l'on ſubſtituera la valeur de R priſe dans le n. 146 ou 147.

Formule du même effet ſimplifiée FIG. 25.

166. La premiere preſſion latérale qui s'exerce aux tourrillons eſt, comme nous avons vu, $\varphi = f' + f - \frac{\Pi' + \Pi}{n}$. Mais dans cette expreſſion, pour peu que le poids à enlever Π ou celui de l'arbre Π' ſoit conſidérable, la quantité $\frac{\Pi' + \Pi}{n}$ étant négative, détruira entièrement l'effet des forces f' & f, ou du moins elle le diminuera aſſez pour pouvoir regarder comme nulle la preſſion

latérale. Donc dans la pratique nous pouvons ſuppoſer $\varphi = 0$, ce qui réduit l'équation à $F = \frac{n'+n}{n} \times \frac{g}{R} + \frac{n r}{R}$. Subſtituant pour F ſa valeur (47), & tranſpoſant tous les termes dans un membre, on aura : $\Pi\left(r + \frac{g}{n}\right) + \frac{n' g}{n} - \frac{\frac{s'^3}{s'+s}}{\frac{s'^3}{s'+s}} . RK\lambda v^2 = 0$;

d'où l'on tirera $\Pi = \frac{\frac{s'^3}{s'+s} . RK\lambda v^2 - \frac{n' g}{n}}{r + \frac{g}{n}}$.

Formule du même effet, évaluée par approximation lorſque la machine eſt placée ſur un courſier incliné. Fig. 25.

167. Nommons m la dépenſe du courant, & h' ſa chûte relative. Nous aurons (11) $\lambda v = m$, & (87) $v = \sqrt{\frac{140\ B h'}{K}}$. Subſtituons ces grandeurs dans la formule précédente, & au lieu des quantités littérales connues B, K', s' & s, mettons leurs valeurs numériques mentionnées au n. 147. Quant à n, nous la ſuppoſerons = 3. Après avoir fait les opérations néceſſaires, nous trouvetons $\Pi = \frac{6,134\ R m\sqrt{h'} - \frac{1}{3} n' g}{r + \frac{1}{3} g}$. Joignons à cette formule celle du n. 147, & nous aurons tout ce qu'il faut avoir pour conſtruire une machine pareille à celle de la fig. 25, qui, placée ſur un courſier incliné, produiſe le plus grand effet poſſible, & pour déterminer ce même effet par approximation.

Ce qu'il faut obſerver quand on doit placer une machine ſur une riviere.

168. Quand on a à placer une machine ſur une riviere, on meſure d'abord la vîteſſe des eaux de la ſuperficie par la méthode du n. 120, & par la formule du n. 121, on détermine la vîteſſe moyenne d'après laquelle l'impulſion eſt cenſée ſe faire. Cette vîteſſe eſt, comme nous avons dit (111), celle du filet qui répond au milieu de la hauteur de l'aîle. Une fois déterminée, il ſeroit déſavantageux de la faire diſparoître des équations pour lui ſubſtituer d'autres quantités, puiſque les formules n'en deviendroient que plus compliquées. Ainſi, en pareils cas, il faudra prendre les équations telles que nous les avons trouvées, ſans y faire entrer ni la dépenſe ni la chûte du cou-

rant, regardant la quantité v comme la vîteſſe moyenne. On aura ſeulement ſoin de donner à K la valeur qui lui convient. Ce ſera $\frac{7}{5}$ quand on emploiera des courſiers, & $\frac{7}{8}$ lorſqu'on n'en emploiera point (41). Dans ce dernier cas nous ſuppoſons que le fluide eſt parfaitement indéfini. Sans cette condition il ſeroit impoſſible de trouver la vraie valeur de l'impulſion (35).

169 Suivant ce que nous venons de dire, prenons les formules des n. 146 & 166, & ſubſtituons des nombres au lieu des quantités littérales conſtantes. La premiere deviendra $R = \frac{7}{110} \cdot \frac{v}{q}$; & la ſeconde $\Pi = \frac{K \cdot \frac{5}{11} R \lambda v^2 - \frac{1}{2} \pi' g}{r + \frac{1}{2} g}$. Par le moyen de ces deux équations nous pourrons conſtruire ſur une riviere une machine qui produiſe le plus grand effet poſſible, & connoître cet effet par approximation.

Calcul par approximation de l'effet précédent lorſque la machine eſt placée ſur une riviere. Fig. 25.

170. Les exemples que nous venons de rapporter ſuffiſent pour faire voir comment on doit ſe conduire dans le calcul de l'effet d'une machine ſimple à roue horiſontale ou verticale. Il nous reſte à faire voir comment on doit calculer celui d'une machine à engrénage. Comme il ſeroit trop long de parcourir ſucceſſivement toutes les machines de cette eſpece, nous nous contenterons d'en choiſir deux à un ſeul engrénage. Dans la premiere l'arbre ſur lequel le poids agira ſera vertical, & il ſera horiſontal dans la ſeconde. Le procédé que nous ſuivrons indiquera la maniere de faire le calcul de celles qui ſeront plus compliquées, & dont la ſeconde partie nous fournira des exemples.

171. *Lemme.* Un levier A B (*fig.* 27) dont le point d'appui eſt en C, étant donné avec un poids P ſuſpendu à l'une de ſes extrémités, trouver la poſition la plus déſavantageuſe d'un levier A G qui en ſouleve l'autre extrémité A.

Quelle eſt la poſition la plus déſavantageuſe d'un levier qui en ſouleve un autre. Fig. 27.

Solution. Elevons la perpendiculaire AD, & faiſons la $= P \times \frac{B\,C}{A\,C}$. Elle repréſentera la preſſion en ce point: & puiſque le point A du levier A G doit ſe mouvoir de A vers E, il éprouvera

dans cette direction une réſiſtance égale à une partie de AD.

Prenons donc $AE = \frac{AD}{n}$, & achevons le parallélogramme ED; la diagonale AF exprimera la réſiſtance totale. Or dans la poſition la plus déſavantageuſe au levier, cette réſiſtance doit agir perpendiculairement. Donc la poſition la plus déſavantageuſe eſt celle où l'angle FAG eſt droit. Dans toute autre poſition, la réſiſtance agiſſant obliquement, ſera moindre. L'angle EAG = FAD. Or on connoîtra le ſecond par la proportion AD : DF : : *ſin. tot.* : *tang.* FAD. Donc on connoîtra auſſi le premier.

La proportion *ſin. tot.* : *ſec.* DAF : : AD : AF fait connoître la réſiſtance totale $= AD \times \frac{\textit{ſec. DAF}}{\textit{ſin. tot.}}$. Mais $\frac{\textit{ſec. DAF}}{\textit{ſin. tot.}}$ eſt une quantité qu'on peut regarder comme conſtante. Repréſentons-la par p, & nous aurons la plus forte réſiſtance $= p \times AD$.

Valeur de la réſiſtance dans cette poſition. FIG. 27.

172. Dans les machines compoſées l'engrénage des parties n'eſt autre choſe que des leviers qui agiſſent les uns ſur les autres ſous des angles variables. Mais lorſqu'on fait le calcul des réſiſtances, & que ces réſiſtances varient, il faut avoir ſoin de prendre la réſiſtance totale dans ſon *maximum*. Donc dans les calculs des machines à engrénages, après avoir pris l'expreſſion de la réſiſtance conſidérée ſans frottement, il faudra la multiplier par p aux endroits où il y aura engrénage. Quant à la valeur de p, on la déterminera par la connoiſſance de $\frac{AF}{AD}$, ou plutôt par celle du rapport de AD à AE; rapport qui dépend de la nature des matériaux qu'on emploiera & du degré de poli qu'on leur donnera. Par exemple, ſi l'on donne aux ſurfaces tout le poli dont elles ſont ſuſcepribles, & que la réſiſtance du frottement ſoit le tiers de la preſſion, ce qui eſt un des cas les plus ordinaires, on trouvera, à peu de choſes près, $p = \frac{19}{11}$.

Calcul de l'effet produit par la machine de la FIG. 28.

173. Suppoſons qu'il ſoit queſtion d'enlever le poids Π par le moyen d'une roue verticale GNL (*fig.* 28.) dont les dents du rouet

rouet engrenent les fuſeaux de la lanterne CQ, & font tourner l'arbre vertical AC autour duquel ſe roule la corde AM qui ſoutient le poids. Il faut trouver l'équation qui exprime l'effet de cette machine.

Nous ferons toujours abſtraction de la roideur & du poids de la corde, ainſi que du frottement occaſionné par la poulie de renvoi. Nommons Π' le poids de l'arbre vertical AC & de ſon équipage, Π'' celui de l'arbre horiſontal NE & de ſes dépendances, R le rayon CQ de la lanterne, r celui de l'arbre AC ou du tambour autour duquel la corde ſe roule, R' le rayon NG de la roue verticale, r' celui (EQ) de ſon rouet, g le rayon du pivot D, g' celui du tourrillon H, n le rapport de la preſſion au frottement, λ la ſurface choquée, ou plutôt (130) la ſection du courant au point d'impulſion conſidéré ſans choc & ſans remoux, & v la vîteſſe abſolue du même courant. Concevons encore cette vîteſſe décompoſée en deux parties qui ſoient entre elles :: $s' : s$, dont la premiere réponde à la force F entièrement deſtinée à vaincre les réſiſtances & à mettre la machine en état d'obéir librement à une autre force f correſpondante à la ſeconde de ces deux quantités. AC étant un des axes du mouvement, rapportons-y les moments des poids Π & Π'. En raiſonnant ainſi que nous avons fait (158), nous trouverons le moment du poids $\Pi = \Pi r$, & celui du frottement du pivot D entre le fond de la crapaudine $= \frac{2}{3}\frac{\Pi' g}{n}$. Ces deux réſiſtances rapportées aux fuſeaux Q de la lanterne donneront une force $= \frac{\Pi r + \frac{2}{3}\frac{\Pi' g}{n}}{R}$. Donc (172), à cauſe du frottement de l'engrénage, il y aura à vaincre aux dents du rouet une réſiſtance $= \frac{r}{R}\left(\Pi r + \frac{2}{3}\frac{\Pi' g}{n}\right)$. Pour abréger, faiſons-la $= f''$.

La force qui agira en Q pour vaincre cette réſiſtance, & qui lui ſera égale, doit, conjointement avec la force f qui agit en

G, & qui exerce librement ſon action ſur toutes les parties de la machine, pouſſer l'équipage AC & preſſer le pivot D contre les côtés de la crapaudine. La force f rapportée en Q y agit avec une intenſité $= \frac{R'f}{r'}$. Ainſi le pivot D preſſeroit les côtés de la crapaudine avec une force $= f' + \frac{R'f}{r'}$. Mais le frottement du pivot contre le fond, & dont la réſiſtance eſt $= \frac{n'}{n}$ s'y oppoſe avec une pareille force. Donc la preſſion latérale du pivot ſera ſeulement $= f' + \frac{R'f}{r'} - \frac{n'}{n}$. Repréſentons-la par φ.

Cette preſſion produira ſur les côtés de la crapaudine une réſiſtance $= \frac{\varphi}{n}$, qui, à cauſe du frottement de l'engrénage, ne ſera vaincue que par une force appliquée aux dents du rouet & $= \frac{\varphi \varepsilon p}{R n}$.

Cette premiere force produira contre les côtés de la crapaudine une nouvelle réſiſtance $= \frac{\varphi \varepsilon p}{R n^2}$ qui exigera aux dents Q du rouet une ſeconde force $= \frac{\varphi \varepsilon^2 p^2}{R^2 n^2}$.

Cette ſeconde force fera naître contre les côtés de la crapaudine une troiſieme réſiſtance $= \frac{\varphi \varepsilon^2 p^2}{R^2 n^2}$, qui, pour être vaincue, exigera aux dents Q du rouet une troiſieme force $= \frac{\varphi \varepsilon^3 p^3}{R^3 n^3}$, & ainſi de ſuite à l'infini.

De ſorte que les forces néceſſaires aux dents Q du rouet, pour vaincre les réſiſtances latérales du pivot D, formeront la ſuite infinie $\frac{\varphi \varepsilon p}{R n} \times \left(\div 1 : \frac{\varepsilon p}{R n} : \frac{\varepsilon^2 p^2}{R^2 n^2} \cdots\cdots \frac{1}{\infty} \right)$ dont la ſomme $=$ $\varphi \cdot \frac{\varepsilon p}{R n - \varepsilon p}$.

Les forces néceſſaires aux dents Q du rouet, pour vaincre les réſiſtances du poids Π & des frottements, ſeront donc $= f' + \varphi \cdot \frac{\varepsilon p}{R n - \varepsilon p}$. Faiſons cette ſomme $= \varphi'$.

Pour faire équilibre à la force φ', il faudra appliquer en G une force $= \frac{\varphi' r'}{R'}$. Ces deux forces φ' & $\frac{\varphi' r'}{R'}$ étant en équilibre, on doit conſidérer les rayons de la roue & du rouet, à l'extrémité deſquels elles agiſſent, comme compoſant enſemble un levier vertical dont le point d'appui eſt en H ſur le côté du couſſinet, & dont les bras ſont preſſés par deux puiſſances φ' & $\frac{\varphi' r'}{R'}$. D'ailleurs la force f agiſſant ſur la machine comme ſur un ſyſtême libre, pouſſe latéralement les tourillons H de la même maniere que ſi elle étoit appliquée au centre. Donc il s'exercera aux tourillons une preſſion latérale $= \varphi' \cdot \frac{R'+r'}{R'} + f - \frac{\Pi''}{n}$. Faiſons-la $= \varphi''$.

* Cette preſſion produira ſur la face latérale du couſſinet une réſiſtance $= \frac{\varphi''}{n}$, & qui, pour être vaincue, exigera en G une force $= \frac{\varphi'' g'}{R' n}$.

Cette premiere force produit en H une ſeconde réſiſtance latérale $= \frac{\varphi'' g'}{R' n'}$ qui ſera vaincue par une ſeconde force en G $= \frac{\varphi'' g'^2}{R'^2 n'^2}$.

Cette ſeconde force produit en H une troiſieme réſiſtance latérale $= \frac{\varphi'' g'^2}{R'^2 n'^2}$ qui ſera détruite par une troiſieme force en G $= \frac{\varphi'' g'^3}{R'^3 n'^3}$; & ainſi de ſuite juſqu'à l'infini.

Les forces néceſſaires en G, pour vaincre les frottements latéraux en H, formeront donc la ſuite infinie $\frac{\varphi'' g'}{R' n} \times (\div 1 : \frac{g'}{R' n} : \frac{g'^2}{R'^2 n'^2} \cdots \frac{1}{\infty})$, dont la ſomme eſt $= \varphi'' \cdot \frac{g'}{R' n - g'}$.

Mais le poids de l'arbre horiſontal preſſe le fond du couſſinet avec une force $= \Pi''$, & s'oppoſe au mouvement de rotation avec une force $= \frac{\Pi''}{n}$. Donc, pour la vaincre, il faudra en

G une nouvelle force $= \frac{\Pi'' g'}{R' n}$, laquelle, ſelon la remarque que nous avons faire au n. 165 ſur la figure 26, ne rendra qu'à faire tourner l'équipage ſans lui procurer un mouvement de tranſlation en avant. Ainſi, pour vaincre tous les obſtacles, il faudra appliquer trois forces en G. La premiere $= \frac{\Pi'' g'}{R' n}$, ſurmontera le frottement de rotation aux tourrillons H. La ſeconde $= \frac{\varphi' r'}{R'}$, vaincra la réſiſtance φ' qui s'exerce aux dents Q du rouet; & la troiſieme $= \varphi'' . \frac{g'}{R' n - g'}$ détruira les réſiſtances latérales qui naîtront aux tourrillons. Et puiſque F eſt la force qui ſurmonte tous les obſtacles, nous aurons l'équation : $F = \frac{\Pi'' g'}{R' n} + \frac{\varphi' r'}{R'} + \varphi'' \times \frac{g'}{R' n - g'}$. Rappellons-nous à préſent que nous avons $\varphi'' = \varphi' . \frac{R' + r'}{R'} + f - \frac{\Pi''}{n}$; $\varphi' = f' + \varphi . \frac{gp}{Rn - gp}$; $\varphi = f' + \frac{R'}{r'} f - \frac{\Pi'}{n}$; $f' = \frac{p}{R} \left(\Pi r + \frac{2}{3} \frac{\Pi' g}{n} \right)$; $F = \frac{s'^2}{s'^2 + s^2} \times K \lambda \nu^2$, & $f = F \times \frac{s^2}{s'^2} = \frac{s^2}{s'^2 + s^2} \times K \lambda \nu^2$. Après avoir tranſpoſé tous les termes dans un membre, ſubſtitué & réduit, nous trouverons la formule : $\frac{\Pi'' g'}{n} \left(\frac{1}{R'} - \frac{1}{R' n - g'} \right) + K \lambda \nu^2 \times \frac{s^2}{s'^2 + s^2} \times \left(\frac{g'}{R' n - g'} - \frac{s'^2}{s^2} \right) + \frac{p}{Rn - gp} \times \left(\frac{r'}{R'} + \frac{R' + r'}{R'} . \frac{g'}{R' n - g'} \right) \times \left(\Pi n r + \frac{2}{3} \Pi' g + g \times \sqrt{\frac{R'}{r'} . K \lambda \nu^2 . \frac{s^2}{s'^2 + s^2} - \frac{\Pi'}{n}} \right) = 0$; de laquelle nous tirerons la valeur du poids enlevé, ou $\Pi = \ldots\ldots\ldots$

$$\frac{\frac{\Pi'' g'}{n} \left(\frac{1}{R' n - g'} - \frac{1}{R'} \right) + K \lambda \nu^2 \times \frac{s^2}{s'^2 + s^2} \times \left(\frac{s'^2}{s^2} - \frac{g'}{R' n - g'} \right)}{\frac{n r p}{Rn - gp} \left(\frac{r'}{R'} + \frac{R' + r'}{R'} . \frac{g'}{R' n - g'} \right)} - \frac{2}{3} \frac{\Pi' g}{n r} - \frac{g}{n r} \times \left(\frac{R'}{r'} . K \lambda \nu^2 . \frac{s^2}{s'^2 + s^2} - \frac{\Pi'}{n} \right).$$

Cette formule eſt applicable à tous les cas, ſoit que la machine

ſoit placée ſur un courſier incliné, ſoit qu'elle ſoit conſtruite ſur une riviere. Dans le premier cas on ſera $\lambda v = m$ & $v = \sqrt{\frac{140\,B\,h'}{K}}$. Cette expreſſion eſt des plus compliquées & des moins commodes dans la pratique. Tâchons donc de la ſimplifier; mais auparavant cherchons l'équation qui exprime le rapport entre la vîteſſe ou la chûte du fluide & les rayons des différentes pieces de la machine, afin qu'elle faſſe un nombre donné de révolutions dans un temps connu.

Quelle eſt la relation entre les rayons des différentes pieces de la machine, & la viteſſe ou la chûte du fluide. Fig. 28.

174. Suppoſons que le poids doive parcourir dans une ſeconde un nombre $= q$ de fois la circonférence du tambour ou de l'arbre autour duquel ſe roule la corde qui le ſoutient. En ſuivant la méthode du n. 64, nous trouverons que l'eſpace parcouru dans une ſeconde par le point G ſera $= \frac{sv}{s'+s}$, & celui qui ſera parcouru dans le même temps par les dents du rouet $= \frac{r'}{R'} \times \frac{sv}{s'+s}$. Repréſentons toujours par c le rapport de la circonférence au rayon. La circonférence de la lanterne ſera $= cR$; & puiſque l'arbre qui la porte doit faire q révolutions dans une ſeconde, cette circonférence multipliée par q donnera un eſpace égal à celui qui aura été parcouru par les dents du rouet, c'eſt-à-dire que nous aurons l'équation : $\frac{r'}{R'} \cdot \frac{sv}{s'+s} = cqR$; ou en mettant pour v ſa valeur $\sqrt{\frac{140\,B\,h'}{K}}$, $\frac{r'}{R'} \cdot \frac{s}{s'+s} \cdot \sqrt{\frac{140\,B}{K}} \cdot \sqrt{h'} = cqR$.

Simplification de la formule du n. 173. Fig. 28.

175. Puiſque dans la pratique il ſuffit d'obtenir un certain degré d'approximation, nous pourrons ſimplifier la formule du n. 173 en négligeant les moindres réſiſtances, ainſi que nous avons déjà fait aux n. 161 & 166. Ainſi les frottements du pivot D, tant contre le fond que contre les côrés de la crapaudine, étant très petits, & pouvant encore être diminués par la figure conique de la partie inférieure, on peut les ſuppoſer

nuls. Quant à ceux des tourrillons, on prendra le frottement produit par le poids de l'arbre horiſontal, & le premier terme ſeulement de la ſérie des frottements latéraux; ce qui rendra $f' = \frac{pr}{R} \times \Pi$; $\varphi = 0$; $\varphi' = f'$; & $\varphi'' = f' \cdot \frac{R'+r'}{R'} + f - \frac{n''}{n}$. Pour lors l'équation primitive devient $F = \frac{n''g'}{R'n} + f' \cdot \frac{r'}{R'} + \frac{g'}{R'n} \times \left(f' \cdot \frac{R'+r'}{R'} + f - \frac{n''}{n}\right)$. Dans cette équation le dernier terme réſulte du frottement latéral, & il pourroit être entièrement négligé, à cauſe que la quantité négative $\frac{n''}{n}$ eſt ordinairement aſſez conſidérable. Nous pouvons donc au moins ſuppoſer qu'il ſe réduit à $\frac{g'}{R'n} \times \left(f' \cdot \frac{r'}{R'} + f - \frac{n''}{n}\right)$. Subſtituons & tranſportons tous les termes dans un membre; l'équation deviendra $\frac{n''g'}{R'n} \cdot \frac{n-1}{n} + \frac{s'}{s'+s} \cdot K\lambda v^3 \left(\frac{g'}{R'n} - \frac{s'^2}{s^2}\right) + \frac{r'}{R'}\left(1 + \frac{g'}{R'n}\right)\frac{pr\Pi}{R} = 0$. Mais la premiere équation du n. 174 donne $\frac{r'}{R'} = \frac{s'+s}{s} \cdot \frac{cqR}{v}$. Subſtituons cette valeur, & nous autons: $\frac{n''g'}{R'n} \cdot \frac{n-1}{n} \cdot v + \frac{s'+s}{s} \cdot cpqr \cdot \Pi\left(1 + \frac{g'}{R'n}\right) + \frac{s'}{s'+s} \cdot K\lambda v^3 \left(\frac{g'}{R'n} - \frac{s'^2}{s^2}\right) = 0$; d'où nous tirerons $\Pi = \frac{\frac{s'}{s'+s} \cdot K\lambda v^3 \left(\frac{s'^2}{s^2} - \frac{g'}{R'n}\right) - \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n''g'}{R'n} \cdot v}{\frac{s'+s}{s} \cdot cpqr \cdot \left(1 + \frac{g'}{R'n}\right)}$ pour la valeur approchée du poids enlevé.

Valeur du rayon du rouet. Fig. 28.

176. Puiſqu'on a l'équation précédente & celle du n. 174, pour faire enſorte que le poids faſſe un nombre $= q$ de révolutions dans une ſeconde, il faut encore prendre pour inconnue le rayon de la roue, ou celui du rouet, ou celui de la lanterne. Au premier abord le choix paroît indifférent; & cependant il ne l'eſt pas. La quantité R' ſe trouve dans les deux équations, & il y a des cas où, en la prenant pour inconnue, l'équation finale ſeroit fort compoſée. Le rayon (R) de la lan-

terne ne ſe trouve, à la vérité, que dans celle du n. 174; mais il ne peut pas diminuer au-delà d'un certain terme, à cauſe que le nombre de fuſeaux lui eſt proportionnel (150), & que d'ailleurs ces mêmes fuſeaux ont beſoin d'être d'une certaine groſſeur & d'avoir aſſez de force pour réſiſter à l'action des dents du rouet. Sa moindre valeur peut être fixée à environ 9 pouces. Il ne reſte donc plus que le rayon du rouet; & ce ſera celui que l'on prendra pour inconnue. Par conſéquent (174) on aura $r' = \frac{s'+s}{s} \cdot \frac{cq R R'}{v}$, ou bien $r' = \frac{s'+s}{s} \cdot \frac{c\sqrt{K}}{\sqrt{140\,B}} \cdot \frac{q R R'}{\sqrt{h'}}$. Subſtituons les valeurs numériques des quantités conſtantes qui entrent dans ces deux expreſſions, & faiſons les opérations indiquées: nous trouverons $r' = \frac{110}{7} \cdot \frac{q R R'}{v}$, & $r' = 2,151 \cdot \frac{q R R'}{\sqrt{h'}}$.

Calcul approché du plus grand effet produit par la machine de la fig. 28 placée ſur un courſier incliné.

177. Suppoſons que la machine doive être placée ſur un courſier incliné. Comme on eſt cenſé connoître la dépenſe & la chûte de la ſource, dans la formule du n. 175 on ſubſtituera m pour λv, & $\sqrt{\frac{140\,B h'}{K}}$ pour v. Enſuite on mettra pour les quantités B, K, s' & s leur valeur (147); on fera $n = 3$ & $p = \frac{19}{18}$, conformément à ce que nous avons dit (172), & effectuant les opérations qui ſeront indiquées, on trouvera $\Pi = \frac{19,911\, h' m \left(2,25 - \frac{1}{3}\frac{\varepsilon'}{R'}\right) - 1,617\, \frac{n'' \varepsilon'}{R'} \cdot \sqrt{h'}}{16,588\, q\, r \left(1 + \frac{1}{3}\frac{\varepsilon'}{R'}\right)}$ pour la valeur approchée du plus grand poids que cette machine pourra enlever; bien entendu que le rayon du rouet ſera (176) $= 2,151 \cdot \frac{q R R'}{\sqrt{h'}}$.

Calcul approché du même effet lorſque la machine eſt placée ſur une riviere. Pl. 28.

178. Si la machine devoit être placée ſur une riviere, pour avoir la valeur approchée du poids enlevé, on prendroit la formule du n. 175, laquelle, après la ſubſtitution des nombres convenables aux quantités conſtantes, deviendroit

$$\Pi = \frac{K.\,_{15}.\lambda\nu^{3}\left(\frac{9}{4} - \frac{\frac{1}{2}g'}{R'}\right) - \frac{2}{9}.\frac{\Pi''g'\nu}{R'}}{\frac{1045}{63}.qr\left(1 + \frac{\frac{1}{2}g'}{R'}\right)}$$; & pour avoir la valeur du rayon du rouet, on prendroit la premiere formule du n. 176, ou $r' = \frac{110}{7}.\frac{qRR'}{\nu}$. Qu'on ne perde pas de vue ce que nous avons dit au n. 168.

Calcul de l'effet produit par la machine de la Fig. 29.

179. Suppoſons que, la roue à aubes étant verticale, l'arbre autour duquel ſe roule la corde qui ſoutient le poids ſoit horiſontal, comme dans la figure 29. Nommons g le rayon du tourrillon Q; g' celui du tourrillon H; r celui (NK) de l'arbre MN; R celui (MD) de la lanterne; r' celui (ED) du rouet; R′ celui (FG) de la roue à aubes; Π le poids à enlever; Π' celui de l'arbre MN; Π'' celui de l'arbre EF. Quant aux autres grandeurs, telles que le rapport de la preſſion à la réſiſtance du frottement, la viteſſe du courant, &c. nous leur conſerverons la même dénomination que dans les calculs précédents.

Avant d'entreprendre le calcul de cette machine, on doit remarquer que les dents D du rouet agiſſant ſur les fuſeaux de la lanterne, cette action influera différemment ſur l'arbre MN, ſelon la poſition du rouet. Si les deux arbres ſont dans le même plan horiſontal, cette action ſe fera ſentir de haut en bas, ou de bas en haut, & augmentera ou diminuera la preſſion verticale des tourrillons Q ſur leurs couſſinets. Si au contraire les deux arbres ſont dans le même plan vertical, l'action ſe tranſmettra latéralement. Enfin ſi leur poſition reſpective étoit différente de celles dont nous venons de parler, l'action ſe tranſmettroit ſelon une direction intermédiaire. Comme le calcul ſeroit exceſſivement compliqué s'il exprimoit généralement toutes ces poſitions, nous ſuppoſerons ſeulement que les deux arbres ſont dans le même plan vertical.

Cela poſé, s'il n'y avoit point de preſſion latérale aux tourrillons Q, on trouveroit (165) que la ſomme des moments des

des réſiſtances qui s'exercent aux tourrillons & du poids ſeroit $= \overline{\Pi' + \Pi} \cdot \frac{g}{n} + \Pi r$, & (172) qu'eu égard à l'engrénage, la force f' néceſſaire aux dents D du rouet pour leur faire équilibre, ſeroit $= \frac{p}{R}\left(\overline{\Pi' + \Pi} \cdot \frac{g}{n} + \Pi r\right)$. Mais cette force f' ne peut faire équilibre à ces réſiſtances ſans preſſer le point d'appui, c'eſt-à-dire ſans pouſſer l'arbre en avant, & cela de concert avec la force f du fluide qui (158) agiſſant ſur la machine comme ſur un ſyſtême libre, a en D une énergie $= f \cdot \frac{R'}{r}$. L'arbre MN preſſeroit donc la face latérale des couſſinets avec une force $= f' + f\frac{R'}{r}$; mais comme la preſſion verticale s'y oppoſe avec une force $= \frac{n' + n}{n}$, la premiere preſſion latérale des tourrillons Q ſera $= f' + f \cdot \frac{R'}{r} - \frac{n' + n}{n}$. Faiſons-la $= \varphi$.

La premiere réſiſtance latérale en Q ſera $= \frac{\varphi}{n}$, & la force néceſſaire aux dents D pour la vaincre, eu égard à l'engrénage (172), ſera $= \frac{\varphi g p}{R n}$.

La premiere force en D ſera ſuivie d'une pareille preſſion latérale en Q, & d'une réſiſtance $= \frac{\varphi g p}{R n^2}$, qui exigera en D une ſeconde force $= \frac{\varphi g^2 p^2}{R^2 n^2}$.

La ſeconde force produira en Q une pareille preſſion latérale, & une réſiſtance $= \frac{\varphi g^2 p^2}{R^2 n^3}$, qui ſera ſurmontée par une troiſieme force en D $= \frac{\varphi g^3 p^3}{R^3 n^3}$; & ainſi de ſuite à l'infini.

L'on voit donc que les forces néceſſaires en D pour vaincre les réſiſtances latérales, forment la ſuite infinie $\frac{\varphi g p}{R n} \times$

$(\frac{\cdot\cdot}{\cdot\cdot} 1 : \frac{gP}{Rn} : \frac{g^2P^2}{R^2n^2} \cdots\cdots \frac{1}{\infty})$ dont la ſomme des termes eſt $= \varphi \cdot \frac{gP}{Rn-gP}$. Ainſi la force totale néceſſaire aux dents D pour vaincre toutes les réſiſtances qui s'operent ſur l'arbre MN, ſera $= f' + \varphi \cdot \frac{gP}{Rn-gP}$, que nous ferons $= \phi'$ pour abréger.

La force ϕ' ſera vaincue en G par une force $= \frac{\phi' r'}{R'}$, & ces deux forces agiront ſur l'arbre EF comme ſur un levier vertical, c'eſt-à-dire qu'elles le pouſſeront horiſontalement. Il en ſera de même de la force f qui donne le mouvement à la machine; & la ſomme de ces actions ſera $= \phi' \cdot \frac{R'+r'}{R'} + f$. Mais le poids Π'' de l'arbre EF exerce une preſſion verticale en H, & de cette preſſion il réſulte une réſiſtance horiſontale $= \frac{\Pi''}{n}$ & diamétralement oppoſée à la quantité $\phi' \cdot \frac{R'+r'}{R'} + f$. Donc l'arbre EF ne s'avancera horiſontalement qu'en vertu de la force $= \phi' \cdot \frac{R'+r'}{R'} + f - \frac{\Pi''}{n} = \varphi''$.

Le reſte du calcul de cette machine eſt exactement le même que la partie du n. 173, compriſe entre les aſtériſques *.

Dans l'équation $F = \frac{\Pi'' g'}{R'n} + \frac{\phi' r'}{R'} + \varphi'' \cdot \frac{g'}{R'n-g'}$ ſubſtiruons les valeurs de φ'', ϕ', φ, f', F & f, & tranſportons tous les termes dans un membre; nous aurons $\frac{P}{Rn-gP} \times \left(\frac{n-1}{n} \cdot g + nr\right)\left(\frac{r'}{R'} + \frac{R'+r'}{R'} \cdot \frac{g'}{R'n-g'}\right) \times \left[\Pi + \frac{g}{\frac{n-1}{n} \cdot g + nr} \cdot \left(\frac{n-1}{n} \cdot \Pi' + \frac{R'}{r'} \cdot \frac{s^2}{s'+s} \cdot K\lambda\nu^2\right)\right] + \frac{\Pi'' g'}{n}\left(\frac{1}{R'} - \frac{1}{R'n-g'}\right) \times \frac{s^2}{s'+s} \cdot K\lambda\nu^2\left(\frac{s'^2}{s^2} - \frac{g'}{R'n-g'}\right) = 0$; d'où nous tirerons

$$\Pi = \frac{\frac{\Pi'' g'}{n}\left(\frac{1}{R'n-g'} - \frac{1}{R'}\right) + \frac{s^2}{s'+s} \cdot K\lambda\nu^2\left(\frac{s'^2}{s^2} - \frac{g'}{R'n-g'}\right)}{\frac{P}{Rn-gP}\left(\frac{n-1}{n} \cdot g + nr\right)\left(\frac{r'}{R'} + \frac{R'+r'}{R'} \cdot \frac{g'}{R'n-g'}\right)} - \frac{g}{\frac{n-1}{n} \cdot g + nr}\left(\frac{n-1}{n} \cdot \Pi' + \frac{R'}{r'} \cdot \frac{s^2}{s'+s} \cdot K\lambda\nu^2\right) \cdot$$

ſi la machine eſt mue par une ſource dont on connoiſſe la dé-

penſe & la chûte, on fera $\lambda v = m$, & $v = \sqrt{\frac{140\ B\ h'}{K}}$ que l'on ſubſtituera dans la formule que nous venons de trouver.

Valeur du rayon du rouet de la machine de la Fig. 29.

180. Par la méthode du n. 64, nous trouverons qu'afin que l'arbre MN faſſe q révolutions par ſeconde, on doit avoir l'équation $\frac{r'}{R'} \cdot \frac{s\,v}{s'+s} = c\,q\,R$, de laquelle nous déduirons la valeur du rayon du rouet $r = \frac{s'+s}{s} \cdot \frac{cqRR'}{v}$. Si nous ſubſtituons la valeur de $v = \sqrt{\frac{140\ B}{K}}\,h'$, nous aurons ce même rayon $r' = \frac{s'+s}{s} \cdot \frac{c\sqrt{K}}{\sqrt{140B}} \cdot \frac{qRR'}{\sqrt{h'}}$. Enfin en ſubſtituant les nombres convenables aux grandeurs conſtantes nous aurons, ainſi qu'au n. 176, $r' = \frac{110}{7} \frac{qRR'}{v}$, ou bien $r' = 2{,}151 \frac{qRR'}{\sqrt{h'}}$. A l'aide de la formule du n. 179 & de l'une des deux que nous venons de trouver, nous pourrons conſtruire la machine & trouver l'effet qu'elle doit produire; ſoit qu'elle ſoit ſur une riviere, ou ſur un courſier incliné.

Simplification de la formule du n. 179.

181 L'équation du n. 179 eſt trop compliquée pour pouvoir s'en ſervir commodément dans la pratique. Tâchons donc de la ſimplifier en négligeant les moindres réſiſtances. Or, celles qu'on doit regarder comme les moindres ſont les réſiſtances latérales qui s'exercent aux tourrillons Q & H. La premiere preſſion latérale en Q eſt $= f' + f\frac{R'}{r'} - \frac{n'+n}{n}$, & cette quantité ne peut être que très petite, ſi elle n'eſt pas zéro ou négative, à cauſe que le terme négatif $\frac{n'+n}{n}$ doit être conſidérable. Ainſi cette grandeur peut être ſuppoſée nulle, ce qui donne $\varphi = 0$, & $\varphi' = f'$. La premiere preſſion latérale en H $= \varphi'\frac{R'+r'}{R'} + f - \frac{n''}{n}$. Dans cette quantité le terme négatif eſt moindre que dans la précédente. Nous ne la ſuppoſerons donc pas $= 0$, mais ſeulement nous la modifierons en la regardant comme $= \varphi' \cdot \frac{r'}{R'} + f - \frac{n''}{n'}$, &

nous nous contenterons de prendre le premier terme de la série. Pourlors notre équation primordiale deviendra $F = \frac{\Pi'' g'}{R' n} + f' \cdot \frac{r'}{R'} + \frac{g'}{R' n}\left(f' \cdot \frac{r'}{R'} + f - \frac{\Pi''}{n}\right)$, ou en substituant la valeur de f', f & F & celle de $\frac{r'}{R'} = \frac{s'+s}{s} \times \frac{c q R}{v}$ (180) nous aurons le poids enlevé

$$\Pi = \frac{1}{r + \frac{g}{n}} \times \left(\frac{\frac{s'}{s'+s} \cdot K \lambda v^3 \left(\frac{s'^2}{s^2} - \frac{g'}{R' n} \right) - \frac{n-1}{n^2} \cdot \frac{\Pi'' g}{R'} \cdot v}{\frac{s'+s}{s} \cdot cpq \cdot 1 + \frac{g'}{R' n}} - \frac{\Pi' g}{n} \right);$$

expression beaucoup plus simple que celle du n. 179.

Calcul par approximation du plus grand effet produit par la machine de la fig. 29 placée sur un coursier incliné.

182. Lorsque la machine sera placée sur un coursier incliné, en substituant m pour λv, $\sqrt{\frac{140 B h'}{K}}$, & les nombres convenables aux quantités constantes, après avoir fait les opérations indiquées on aura $\Pi = \frac{1}{r + \frac{1}{3} g}\left(\frac{19{,}911 h m \left(2{,}25 - \frac{\frac{1}{3} g'}{R'}\right) - 1{,}617 \cdot \frac{\Pi'' g'}{R'} \sqrt{h'}}{16{,}588 \cdot q \left(1 + \frac{\frac{1}{3} g'}{R'}\right)} - \frac{1}{3} \Pi g' \right)$

pour l'expression du poids enlevé. Quant au rayon du rouet, on prendra la seconde formule du n. 180. Ainsi on aura tout ce qu'il faut avoir pour construire la machine & pour connoître l'effet qu'on en doit attendre.

Calcul approché du même effet lorsque la machine est placée sur une riviere. Fig. 29.

183. Si la machine est destinée à être placée sur une riviere, il n'y a qu'à substituer dans la formule du n. 181 les nombres qui conviennent aux quantités s', s, c, n & p; & l'on aura $\Pi = \frac{1}{r + \frac{1}{3} g}\left(\frac{K \cdot \frac{4}{13} \lambda v^3 \left(\frac{2}{9} - \frac{\frac{1}{3} g'}{R'} \right) - \frac{2}{9} \frac{\Pi'' g' v}{R'}}{\frac{1045}{63} q \left(1 + \frac{\frac{1}{3} g'}{R'}\right)} - \frac{1}{3} \Pi' g \right)$, pour l'expression approchée du poids enlevé. Quant au rayon du rouet, sa valeur est exprimée par la premiere formule du n. 180.

184. Nous renvoyons le développement de toutes ces formules à la troisieme partie, où nous aurons soin de déduire les regles générales qu'elles renferment & de les rendre intelligibles

à ceux qui n'auront pas assez de connoissances dans l'algebre pour lire dans une équation tout ce qu'elle exprime.

Usage qu'on peut faire des principes relatifs aux machines précédentes.

185. Les principes que nous avons établis, relativement aux machines représentées par les figures 24 & 28, peuvent servir à la théorie des moulins à bled. Nous en ferons usage dans la seconde partie. Ceux qui regardent les figures 25 & 29 s'appliquent très utilement à la construction des machines dont l'arbre horisontal est garni de levées destinées à soulever des pilons, des maillets, &c. Dans ces dernieres machines l'effet sera d'autant plus grand que le nombre de pilons ou de maillets sera plus considérable, & qu'ils seront soulevés un plus grand nombre de fois dans un temps donné. Mais comme la force du choc doit être modifiée par la nature de l'effet qu'on veut produire, ce sujet a besoin d'un examen plus étendu dans lequel les bornes de cet ouvrage ne nous permettent pas d'entrer, & dont nous pourrons nous occuper dans un autre.

Examen d'un moulin à bled. Fig. 7.

186. Pour mieux faire connoître l'usage de cette théorie, nous allons l'appliquer à quelques objets particuliers. Examinons d'abord la maniere de déterminer le degré de perfection dont une machine proposée seroit susceptible. Prenons pour premier exemple un moulin à bled, que j'ai eu occasion d'observer en exécutant mes expériences sur cette matiere. Ce moulin est sans engrénages, & il est mû par un courant dont la vîtesse absolue est de 20 pieds 3 pouces à-peu-près, & la chûte de 12 pieds. La distance du centre de la roue au milieu de l'aîle = 2 pieds 4 pouces = $\frac{7}{3}$ pieds, & le nombre de révolutions dans une minute = 62. Les aîles ne sont courbes que dans le sens du rayon, & l'angle EAF (fig. 7.) sous lequel elles sont inclinées à l'horison est de 56^d. Celui que le courser BA fait avec l'horisontale AC = 15^d. Par conséquenr BAE = 109^d & GAE = 71^d.

La circonférence moyenne de la roue doit être = 14,66 pieds, & l'espace parcouru dans une seconde par le centre d'impression = $\frac{62 \times 14.66}{60}$ = 15,15 pieds. On a donc AG = 20,25, & AF = 15,15.

Dans le triangle rectangle GAN la proportion *sin. tot.* : *sin.* 71^d :: AG : GN, donne GN = 19,14. Pareillement dans le triangle AFM nous aurons : *sin. tot.* : *sin.* 56^d :: AF : FM = 12,56. Ainſi GN : FM :: 19,14 : 12,56 :: 1 : 0,65. Repréſentons ce rapport par celui de $s'+s$ à s. Nous aurons $s'+s=1$; $s=0,65$ & $s'=0,35$. Nommons h la hauteur due à la vîteſſe 20,25 pieds, en ſuppoſant (23) la gravité $=\frac{8}{3}$. Par le n. 28, nous aurons $h=7,68$ pieds, valeur fort au-deſſous de 12 pieds dont on pouvoit diſpoſer. La raiſon de cette différence eſt, 1°. qu'on avoit ſuivi la méthode dont nous avons parlé au n. 90; 2°. que le courſier étoit couvert d'un bout à l'autre. La vîteſſe a donc dû être extrêmement diminuée par la contraction & par le frottement. J'ai encore remarqué que la roue étoit trop haute & qu'on auroit pu diſpoſer de 13 pieds de chûte.

Conſervons les mêmes dénominations qu'au n. 83. Nous aurons : l'effet produit par le choc oblique eſt à l'effet produit par le choc direct :: $\frac{s^n s}{s'+s} \times p' \times \overline{pq'+p'q}^b \times h\,m : \frac{S^n S}{S'+S} \times \mathrm{H\,M}$. Dans cette proportion la maſſe étant la même on a $m = \mathrm{M}$. Pareillement (52) $p' = \frac{\sin. 56^d.}{\mathrm{R}}$; $\overline{pq'+p'q}^b = \frac{\overline{\sin. 109^d.}^b}{\mathrm{R}^b}$; $h=7,68$; $s'=0,35$; $s=0,65$; $s'+s=1$; $\mathrm{H}=13$: & puiſqu'on doit ſe propoſer de produire le plus grand effet (67) $\mathrm{S}'=3$: $\mathrm{S}=2$ & $\mathrm{S}'+\mathrm{S}=5$. Subſtituant les valeurs numériques nous trouverons que l'effet que l'on produit eſt à celui qu'on pourroit produire :: 0,242 : 1. Ainſi par le moyen d'une bonne conſtruction on quadrupleroit le produit de cette machine.

Examen d'une machine à fouler les étoffes.

187. Propoſons-nous pour ſecond exemple l'examen d'une machine à fouler les étoffes. Dans cette machine le courſier part du haut de la chûte & fait avec la verticale un angle d'environ 28^d. Nous pourrons donc ſenſiblement y conſidérer la gravité comme $=\frac{8}{3}$, ainſi que ſous l'angle de 25^d, 50′ (23). La roue verticale a 6,5 pieds de rayon, & la chûte dont on auroit pu diſpoſer

eſt de 14,4 pieds : mais comme on n'a pas ſu plier le courſier en arc de cercle (22) l'impulſion ſe fait 3,4 pieds au-deſſus du point où elle auroit dû ſe faire, & par conſéquent la chûte relative eſt de 11 pieds ſeulement. La vîteſſe de l'eau en ce point eſt à-peu-près de 17,1 pieds, & le choc y eſt direct. La roue a 40,85 pieds de circonférence, & elle fait 19 révolutions dans une minute : d'où il eſt aiſé de voir que l'eſpace parcouru dans une ſeconde par le centre d'impreſſion = 12,9 pieds. Ainſi la vîteſſe du courant eſt à celle de la roue :: 17,1 : 12,9, ou :: 4 : 3. Repréſentons ce rapport par celui de $s'+s$ à s. on aura $s'+s=4 : s=3$ & $s'=1$. Nommons h la chûte ſous laquelle ſe fait l'impulſion, laquelle = 11 pieds. J'ai évalué la perte qui ſe faiſoit à travers le jeu de la roue à-peu-près à la neuvieme partie de la maſſe rotale. Si nous nommons M la dépenſe de la ſource & m celle qui opere l'impulſion, nous aurons $m=\frac{8}{9}$ M. Conſervant d'ailleurs les mêmes dénominations qu'au n. 71, nous aurons : l'effet que la machine produit eſt à celui qu'elle pourroit produire : : $\frac{s's}{s'+s} \times hm : \frac{S'S}{S+S} \times$ H M.

Dans ce rapport nous avons $h=11$; H = 14,4 ; $m=\frac{8}{9}$ M ; $s'=1$; $s=3$; & puiſqu'on doit produire le plus grand effet, S' = 3, & S = 2. Subſtituons & nous aurons ces deux effets qui ſeront entre eux :: 0,22 : 1. Donc l'effet produit par cette machine n'eſt pas le quart de celui qu'on pourroit lui faire produire.

Détermination approchée du produit de la dépenſe & de la chûte néceſſaires à la moindre machine d'une eſpece donnée.

188. Nous verrons ailleurs que dans la conſtruction d'une machine il faut connoître le produit que donnent la dépenſe de la ſource & la chûte néceſſaires, pour faire produire le plus grand effet à la moindre machine de la même eſpece qu'on puiſſe employer. Quoiqu'à la rigueur cette détermination exige des expériences directes pour fixer la moindre grandeur d'une machine d'une eſpece quelconque ; néanmoins en attendant qu'on les ait exécutées, on peut dans la pratique trouver ce réſultat par approximation. Propoſons-nous donc pour troiſieme exemple de trouver ce produit pour une machine d'une eſpece donnée par

le moyen des principes établis. Cette queſtion eſt ſuſceptible de deux cas: car l'impulſion peut être perpendiculaire ou oblique. Traitons-les ſucceſſivement.

1°. Suppoſons que la formule $\frac{S'^{\frac{1}{2}}S}{S'+S}\times HM$ du n. 72, repréſente l'effet que produit dans l'état actuel la moindre machine qu'on trouvera, de quelque eſpece qu'elle ſoit d'ailleurs, & que $\frac{s'^{\frac{1}{2}}s}{s'+s}\times hm$ repréſente le même effet dans l'état où l'impulſion ſe feroit de la maniete la plus avantageuſe. On pourra ſe contenter d'égaler ces deux grandeurs, ce qui donnera l'équation $\frac{s'^{\frac{1}{2}}s}{s'+s}\times hm=\frac{S'^{\frac{1}{2}}S}{S'+S}\times HM$, de laquelle on tirera le produit cherché $hm=HM\times\frac{S'^{\frac{1}{2}}S}{S'+S}\times\frac{s'+s}{s'^{\frac{1}{2}}s}$ Or, dans le ſecond membre tout eſt connu, puiſque la dépenſe M & la chûte H ſont connues, & que $s'=3$, & $s=2$. D'ailleurs on ſait par les exemples précédents comment on trouve le rapport de la viteſſe reſpective du courant à celle de la roue, ou les valeurs de S′ & de S. Ainſi le produit hm eſt connu, en ſuppoſant l'inclinaiſon du courſiet la même que dans l'état où la machine obſervée ſe trouve.

Nous avons démontré (20) que l'intenſité de la force accélératrice effective ſelon la verticale dépendoit des frottements & de l'inclinaiſon du courſier, & qu'en général elle étoit $=p\times\frac{c-q}{c}$, quelle que ſoit la valeur de c, c'eſt-à-dire l'inclinaiſon du courſiet. Nommons h' la chûte correſpondante à l'inclinaiſon de 25ᵈ, 50′, ou à B p (23), & ſous laquelle la viteſſe engendrée ſeroit la même que ſous la chûte h, & ſuppoſons $=\Pi$ la gravité correſpondante à $H=h$. Puiſque par la théorie des mouvements accélérés, quand les viteſſes acquiſes ſont égales, les chûtes ſont réciproquement comme les gravités, on aura: $h:h'::B\,p:\Pi$, & par conſéquent $h=h'\times\frac{Bp}{\Pi}$. Subſtituons, & notre produit hm deviendra

deviendra $= h' m \times \frac{Bp}{\Pi}$. Or il ſera toujours facile (20) de connoître Π. Donc auſſi on connoîtra le moindre produit $h' m = \frac{\Pi}{Bp} \times h m = \frac{\Pi}{Bp} \times \frac{S'' S}{S'+S} \times \frac{s' s}{s'+s} \times HM$.

2°. Si l'impulſion étoit oblique, l'effet ſeroit repréſenté (84) par la quantité $\frac{\text{ſin. FAE}}{R} \times \frac{\text{ſin. BAD}}{R^2} \times \frac{S'' S}{S+S} \times HM$ (*fig.* 7). L'égalant à celle qui repréſente l'effet direct le plus avantageux, nous aurons l'équation $\frac{s' s}{s'+s} \times h m = \frac{\text{ſin. FAE}}{R} \times \frac{\text{ſin. BAD}}{R^2} \times \frac{S'' S}{S+S} \times HM$, de laquelle nous tirerons $h m = \frac{\text{ſin. FAE}}{R} \times \frac{\text{ſin. BAD}}{R^2} \times \frac{S'' S}{S+S} \times \frac{s'+s}{s' s} \times HM$. Mais ſelon ce que nous venons de dire dans l'examen du premier cas $h m = h' m \times \frac{Bp}{\Pi}$. Donc $h' m = \frac{\Pi}{Bp} \times \frac{\text{ſin. FAE}}{R} \times \frac{\text{ſin. BAD}}{R^2} \times \frac{S'' S}{S+S} \times \frac{s'+s}{s' s} \times HM$.

189. Ces exemples ſuffiſent pour faire voir comment on doit ſe conduire dans les recherches de cette nature, & en même temps pour ſe convaincre de la néceſſité de donner à une machine les dimenſions les plus avantageuſes. Les frais de conſtruction ne ſont pas plus conſidérables pour une bonne machine que pour une mauvaiſe, quelquefois même ils le ſont moins, tandis que le revenu de la premiere pourra être beaucoup plus grand que celui de la ſeconde. Il eſt donc important d'avoir des principes invariables auxquels on puiſſe ſe conformer dans la conſtruction, & qui ſoient fondés ſur la théorie & ſur l'expérience ; car on a eu occaſion de voir combien la théorie ſeule eſt inſuffiſante. Nous avons établi ceux qui regardent l'impulſion de l'eau & les rayons des pieces eſſentielles d'une machine. Il nous reſte à voir comment on doit conſtruire les engrénages, & quelle eſt la maniere la plus avantageuſe d'économiſer le fluide moteur par le moyen des canaux, des courſiers & des écluſes lorſque cela eſt néceſſaire. C'eſt ce qui va faire le ſujet de la ſection ſuivante.

SECTION III.

De la conſtruction des Engrénages, des Canaux, des Courſiers & des Ecluſes.

Dans les engrenages les dents & les fuſeaux doivent parcourir des eſpaces égaux en tems egaux. FIG. 30.

190. SOIT FAG (fig. 30.) *la circonférence moyenne d'une lanterne &* DAE *une portion de celle du rouet dont les dents engrênent ſes fuſeaux. Afin que le mouvement ait toute la régularité qu'on peut deſirer, l'eſpace parcouru par un point quelconque* A *du rouet doit être égal à celui qui ſeroit parcouru dans le même temps par le point* A, *conſidéré comme appartenant à la lanterne.*

Car le mouvement de ces deux circonférences ſe fait de la même maniere que ſi, l'une des deux érant immobile, la ſeconde rouloit ſur la premiere. Or alors tous les poinrs de l'une s'appliquant ſucceſſivement ſur ceux de l'autre, les arcs parcourus ſur celle-ci ſont les abſciſſes d'une épicycloïde, & par conſéquent ils ſont egaux aux arcs correſpondants du cercle générateur.

Les nombres de dents & de fuſeaux doivent être comme les rayons moyens. FIG. 30.

191. Ce mouvement ne pouvant s'opérer que par le moyen de dents & de fuſeaux, pour produire l'engrénement il faut qu'entre deux dents conſécutives quelconques il y ait un vuide A *a* égal au diametre A *b* d'un fuſeau augmenté d'une petite quantité *ab* pour le jeu de l'engrénage. Or d'après ce que nous venons de dire (190) nous pouvons conclure que pour produire les mouvements les plus réglés, il faut que le nombre de dents & celui des fuſeaux ſoient dans le rapport des circonférences moyennes ou des rayons moyens (150).

Moyen de connoître ſi le nombre de dents peut être égal à un nombre propoſé. FIG. 30.

192. Nommons n le nombre de dents du rouet, r ſon rayon AC, c ſa circonférence, & R le rayon BA de la lanterne. Sa circonférence ſera $= \frac{Rc}{r}$. Nous aurons l'arc AH $= \frac{c}{n} =$ Ah; & le nombre de fuſeaux de la lanterne $= \frac{\frac{Rc}{r}}{\frac{c}{n}} = \frac{Rn}{r}$. Mais le nom-

bre tant de dents que de fuſeaux ne peut pas être fractionnaire. Donc n doit être un nombre entier ainſi que la quantité $\frac{R\,n}{r}$. Or afin que $\frac{R\,n}{r}$ ſoit un nombre entier, il faut que $R\,n$ ſoit multiple de r. Donc pour que les nombres de dents & de fuſeaux puiſſent être tels qu'il convient pour produire les mouvements les plus réguliers il faut que *le produit du nombre de dents du rouet par le rayon de la lanterne puiſſe être exactement diviſé par le rayon du rouet.*

193. Il ſuit de ce principe que, ſi l'on n'étoit pas gêné par l'épaiſſeur des dents & par le diametre des fuſeaux, on pourroit toujours produire par le moyen des rouages tel degré de viteſſe qu'on demanderoit. Car quelque ſoit le rayon C A, il eſt certain que le rapport $\frac{R}{r}$ pourra toujours être exprimé par deux nombres entiers, & la grandeur n être priſe multiple du dénominateur. Mais dans la pratique on n'eſt pas maitre de diſpoſer du nombre de dents ou de celui des fuſeaux. L'un & l'autre ſont limités par l'action de la force motrice qui s'exerce à l'engrénage. Car pour réſiſter à cette action il faut que les dents & les fuſeaux aient une épaiſſeur qui ne ſoit pas inférieure à une quantité déterminée, dépendante de l'action de la force motrice & de la nature des matériaux. Si elle étoit moindre que cette quantité, les dents & les fuſeaux ſeroient briſés: ce qui n'arrivera pas lorſqu'elle ſera égale ou plus grande. Voyons donc comment on peut trouver le nombre convenable de dents & de fuſeaux.

Inſuffiſance de ce moyen dans la pratique. Fig. 30.

194. Nommons a l'épaiſſeur aH qu'on jugera à propos de donner aux dents, b le diametre A b qu'on croira convenir aux fuſeaux, & d la largeur $a\,b$ du jeu de l'engrénage. AH ſera $= a+b+d$. Diviſons la circonférence moyenne par cette quantité; nous aurons $\frac{c}{a+b+d}$ qui ſera un nombre entier ou fractionnaire. Quel qu'il ſoit on prendra le plus grand nombre entier k qui y ſera contenu. Si ce nombre k multiplié par le rayon R (B A) de

Moyen de trouver, lorſque cela eſt poſſible le vrai nombre de dents & de fuſeaux. Fig. 30.

la lanterne & diviſé par le rayon r (C A) du rouet donne un nombre entier au quotient, k ſera le nombre de dents qu'on pourra donner au rouet pour produire le degré de vîteſſe propoſé (192). Si le quotient que donnera la quantité $\frac{Rk}{r}$ n'étoit pas un nombre entier, on diminueroit k ſucceſſivement de 1, 2 & même 3 & 4 quand le rayon r ſeroit aſſez conſidérable, & l'on formeroit les quantités $\frac{R.\sqrt{k-1}}{r}$; $\frac{R.\sqrt{k-2}}{r}$; $\frac{R.\sqrt{k-3}}{r}$; $\frac{R.\sqrt{k-4}}{r}$. On prendroit la premiere de ces quantités qui donneroit au quotient un nombre entier. Ce nombre entier ſeroit le nombre de fuſeaux de la lanterne, & le facteur correſpondant $k - \ldots$ ſeroit celui des dents du rouet.

Comment on trouve alors leur véritable épaiſſeur.

Fig. 30.

195. Repréſentons par n' le nombre de dents du rouet trouvé par cette méthode. $\frac{c}{n'}$ ſeroit alors la grandeur A H, & elle ſeroit plus grande que la quantité $a+b+d$ telle que nous l'avons d'abord ſuppoſée, à cauſe que le nombre de dents auroit diminué. Egalons ces deux quantités, & nous aurons $a + b + d = \frac{c}{n'}$. Conſervons la même valeur à une ou à deux des trois grandeurs a, b, d; par le moyen de cette équation nous trouverons celle qu'il convient de donner à la troiſieme pour produire l'effet propoſé. On doit remarquer que la quantité d qui repréſente l'intervalle du jeu eſt conſtante dans cette équation, & que l'augmentation ne doit affecter que les deux autres grandeurs a & b.

Moyen de trouver par approximation le nombre le plus convenable de dents & de fuſeaux.

Fig. 30.

196. Lorſque par la méthode du n. 194 on ne trouvera pas de réſultat entier, c'eſt une preuve que le nombre de dents & celui des fuſeaux ne peuvent pas être exactement dans le rapport des circonférences ou des rayons, & alors (191) on ne peut produire que par approximation le degré de vîteſſe demandé, à cauſe de l'inégalité des arcs A h, A H. Cette approximation ſera plus ou moins exacte, ſelon que les deux arcs approcheront plus ou moins de l'égalité. Pour trouver le nombre qui donnera le plus

grand degré d'approximation, on diſpoſera par ordre les quantités $\frac{Rk}{r}$; $\frac{R.\overline{k-1}}{r}$; $\frac{R.\overline{k-2}}{r}$; $\frac{R.\overline{k-3}}{r}$; $\frac{R.\overline{k-4}}{r}$; & l'on choiſira celle qui approchera le plus d'un nombre entier; que ce nombre entier ſoit plus grand ou moindre, peu importe. Le nombre entier le plus approchant de cette quantité ſera le nombre de fuſeaux de la lanterne, & le facteur k —••• de cette même quantité exprimera celui des dents du rouet. Or il eſt aiſé de voir que l'on aura à peu de choſe près cette proportion (191) : le rayon du rouet eſt à celui de la lanterne ce que le nombre de dents du rouet eſt à celui des fuſeaux de la lanterne. Donc on produira par approximation le degré de vîteſſe demandé.

Obſervation ſur la différence des arcs correſpondants du rouet & de la lanterne. Fig. 30.

197. Repréſentons par n le facteur k —••• qui exprime le nombre de dents du rouet, & par n' le nombre entier le plus proche de la quantité correſpondante $\frac{R.\overline{k-\cdots}}{r}$, lequel exprime celui des fuſeaux de la lanterne. $\frac{c}{n}$ ſera = AH, & $\frac{R}{r} \times \frac{c}{n'}$ ſera = Ah; & l'on aura Ah > ou < AH ſelon que n' ſera < ou > $\frac{R.\overline{k-\cdots}}{r}$. Mais la différence qui regne entre n' & $\frac{R.\overline{k-\cdots}}{r}$ doit être fort petite (196). Donc après qu'elle aura été également repartie entre tous les interſtices qui accompagnent les fuſeaux, la différence qui regnera entre Ah & AH ſera tout-à-fait négligeable.

198. Puiſque la différence entre Ah & AH quoique très petite ſera néanmoins réelle, elle ne pourra affecter que l'intervalle néceſſaire au jeu de l'engrénage, à cauſe que les dents & les fuſeaux ont les mêmes dimenſions dans Ah & dans AH. Donc l'intervalle du jeu dans Ah ſera > ou < que dans AH ſelon que Ah ſera > ou < AH, ou ſelon que n' ſera < ou > $\frac{R.\overline{k-\cdots}}{r}$.

Regle générale pour connoître l'épaiſſeur des dents & des fuſeaux. Fig. 30.

199. Pour déterminer la vraie épaiſſeur des dents ou des fuſeaux, on ſuppoſera l'intervalle du jeu conſtant, & l'on ſuivra la

méthode du n. 195. Lorſque les dents & les fuſeaux ſont de même matiere, on peut leur donner la même épaiſſeur, & alors l'équation devient $2a+d=AH$; d'où l'on tire $a=\frac{1}{2}(AH-d)$. c'eſt-à-dire qu'en pareils cas *on diviſe la circonférence du rouet par le nombre de ſes dents, & après avoir retranché du quotient l'intervalle du jeu, on prend la moitié du reſte, & l'on a l'épaiſſeur des dents ou des fuſeaux.*

Quelle doit être la profondeur du vuide entre les dents au deſſous de la circonférence moyenne. Fig. 30.

200. Le vuide $Aafg$ étant deſtiné à recevoir les fuſeaux de la lanterne, il eſt évident que ſa profondeur Ag au-deſſous de la circonférence moyenne doit être plus grande que le rayon des fuſeaux. Car ſans cette condition il y auroit un arc-boutement. Quant aux faces intérieures Ag, af, des dents, elles ſeront des droites priſes ſur les rayons.

Quelle doit être la figure de la partie ſupérieure des dents. Fig. 30.

201. Pour peu qu'on y faſſe attention on verra que la partie Hh de la dent qui agit ſur le fuſeau doit avoir la figure d'un épicycloïde décrire par le point h du cercle AFG. Ce ſeroit donc cette figure qu'il faudroit employer ſi l'on conſtruiſoit une machine dont les mouvements exigeaſſent la plus grande préciſion. Mais dans la conſtruction des machines hydrauliques il ſeroit inutile d'y avoir égard. Il ſuffira de décrire un arc circulaire Hh dont le rayon ſoit égal à celui (AB) de la lanterne & perpendiculaire au rayon CH qui paſſe par ce point.

Saillie des dents au-dela de la circonférence moyenne. Fig. 30.

202. Connoiſſant la longueur de Ah on en connoîtra le nombre de degrés. Dans le triangle BCh on connoîtra BC, Bh & l'angle compris B. Donc on pourra déterminer Ch. Si l'on en retranche le rayon moyen CA, le reſte ſera la moindre ſaillie de la dent au-delà de la circonférence moyenne EAD. On pourroit par une ſemblable méthode déterminer les limites H' h' de la plus grande ſaillie.

Quelle doit être la longueur des fuſeaux.

203. *Les fuſeaux doivent avoir le moins de longueur poſſible.*

Car un fuſeau doit être conſidéré comme un levier ſoutenu à ſes deux extrémités par des points d'appui & chargé d'un poids

égal à l'action de la force motrice à l'engrénage. Or plus le fuſeau ſera court, plus le moment de la force ſera petit, & moins elle agira ſur lui. Donc, &c.

La longueur des dents ne doit pas être trop grande.

204. Il ſuit du même principe que l'on affoiblit les dents du rouet en leur donnant trop de longueur depuis leur talon juſqu'au point où elles agiſſent à plein ſur les fuſeaux. Cet intervalle doit être ſeulement un peu plus grand que le rayon du fuſeau, ainſi que nous l'avons dit au n. 200.

Loix des groſſeurs des fuſeaux & des dents.

205. *Toutes choſes égales d'ailleurs, la ſection d'un fuſeau ou d'une dent eſt comme l'action de la force motrice à l'engrenage.*

Car un fuſeau doit être conſidéré comme un faiſceau de filets. Plus le nombre de ces filets ſera grand, plus le fuſeau ſera fort. Or, ce nombre eſt proportionnel à la ſection du fuſeau. Donc cette ſection ſera comme ſa force ou comme celle à laquelle il eſt en état de réſiſter, c'eſt-à-dire comme l'action de la force motrice à l'engrenage. On doit dire la même choſe des dents.

206. Il ſuit delà que, toutes choſes égales, les diametres des fuſeaux ſont comme les racines quartées des actions de la force motrice à l'engrenage. Car les fuſeaux étant cylindriques, les ſections ſeront circulaires & proportionnelles aux quarrés de leurs diametres. La même conſéquence auroit lieu par rapport aux dents ſi leurs ſections étoient des figures ſemblables.

Engrenage des rouets de champ.

207. Les rouets tels que nous les avons conſidérés juſqu'à préſent s'appellent *hériſſons*, à cauſe que leurs dents ſont ſur les prolongements des rayons. Mais il arrive ſouvent qu'elles ſont placées perpendiculairement, ou à peu près au plan même du rouet, & alors il ſe nomme *rouet de champ* ou *rouet à couronne*. Tout ce que nous avons dit (190—200) s'applique exactement à l'engrénage des rouets de champ. Quant à la figure de la lanterne, des fuſeaux & de la partie ſupérieure des dents, il y auroit beaucoup de remarques à faire ſi nous traitions des rouages d'horlogerie ou d'autres machines qui demandent le plus grand degré de préciſion dans leurs mouvements. Mais les machines hydrauli-

ques n'étant pas de ce nombre, on pourra donner une figure cylindrique à la lanterne & aux fuſeaux, ainſi que dans l'engrénage des hériſſons, & à la partie ſupérieure des dents celle qu'engendreroit l'arc H *h* en tournant tout autour de la dent ſuppoſée pareillement cylindrique. Ce défaut ſera trop petit pour être ſenſible, & il peut être diminué en inclinant tant ſoit peu les dents dans le ſens oppoſé au mouvement. Dans la troiſieme partie nous donnerons une méthode méchanique très ſimple de trouver les limites des longueurs des dents, & d'après laquelle les perſonnes inſtruites pourront aiſément en faire le calcul par le moyen des ſinus-verſe naturels des arcs de la lanterne. Ainſi il eſt inutile de nous y arrêter.

Méthode pour connoître le poids d'un pied cube de matiere.

208. Dans la conſtruction des machines on a beſoin, ainſi que nous avons vu dans la ſection précédente, de connoître le poids des pieces qui les compoſeront. La plupart de ces pieces ſont trop lourdes pour être peſées, & par conſéquent il faut en trouver le poids en multipliant leur volume par leur peſanteur ſpécifique. Leur forme étant ordinairement réguliere, il ſera aiſé par les principes de la géométrie élémentaire d'en avoir le volume évalué en pieds cubes. Il ne reſte plus qu'à connoître le poids d'un pied cube de la même matiere. Cette queſtion a deux cas : car la matiere propoſée peut être ſpécifiquement plus peſante, ou ſpécifiquement plus légere que l'eau.

1°. Lorſque la matiere ſera ſpécifiquement plus peſante que l'eau, on en prendra un morceau quelconque qu'on peſera d'abord dans l'air, & enſuite dans l'eau. Nommons P ſon poids dans l'air, P′ ſon poids dans l'eau & x le poids d'un pied cube. $P - P'$ ſera le poids du volume d'eau déplacé, & 70 ℔ celui d'un pied cube d'eau. Or ſelon les principes d'hydroſtatique on a : $P - P' : P :: 70 : x$. Donc le poids d'un pied cube de cette matiere ou x ſera $= 70 \times \frac{P}{P - P'}$ ℔.

2°. Lorſque la matiere ſera ſpécifiquement plus légere que l'eau,

l'eau, on en prendra un morceau que l'on joindra à un corps étranger ſpécifiquement plus peſant que l'eau & aſſez grand pour que le ſyſtême ne puiſſe pas ſurnager. On aura ſoin de peſer auparavant le corps étranger dans l'eau & le morceau de la matiere la plus legete dans l'air. Après cela on peſera le ſyſtême d'abord dans l'air & enſuite dans l'eau. Nommons P le poids dans l'air du corps ſpécifiquement plus léger que l'eau, p le poids dans l'air du corps ajoûté, p' ſon poids dans l'eau, & P′ le poids du ſyſtême dans l'eau. Le poids du volume d'eau déplacé par le ſyſtême, ſera $= P + p - P'$; & le poids du volume déplacé par le corps étranger ſera $= p - p'$. Donc le poids du volume d'eau déplacé par la matiere la plus légere ſera $= P + p - P' - (p - p') = P - P' + p'$. Soit x le poids d'un pied cube de la matiete ptopoſée. Les loix de l'hydroſtatique nous donnent : $P - P' + p' : P :: 70 : x = 70 \times \frac{P}{P - P' + p'}$ lb.

209. L'eau deſtinée à mouvoir une machine ptopoſée peut être celle d'une ſoutce particuliete, ou être détivée d'une tiviere. Pente & bords des canaux de conduite. Fig. 31.

Dans le premiet cas ſuppoſons que le point a (fig. 31) repréſente la ſurface de l'eau & A a la profondeur du canal à l'endroit même de la ſource. Les eaux ne pouvant pas tefluer, le fond A B du canal n'aura beſoin que d'un pouce de pente ſur 100 toiſes. Cette inclinaiſon ſuffira pour l'écoulement & procutera en même temps la plus grande chûte.

Dans le ſecond cas, pour permettre à l'eau de s'introduire dans le canal avec plus de facilité & d'acquétit ou de conſerver une certaine vîteſſe qui l'empêche de refluer vers la riviere, on donnera au fond du canal ſix lignes de pente par toiſe ſur les 24 premieres toiſes. Depuis ce point juſqu'à la machine, on pourta ne lui donner conſtamment qu'un pouce ſur 100 toiſes, ainſi que dans le premier cas.

Dans l'un & l'autre cas on aura ſoin de tenit les bords du ca-

nal à une certaine hauteur; pour empêcher que les eaux ne s'épanchent latéralement. Cette précaution eſt ſur-tout néceſſaire aux approches du courſier. Car comme il faut éviter la contraction à meſure que l'eau paſſe du canal de conduite au courſier, le premier étant d'abord plus large que le ſecond, on doit diminuer inſenſiblement ſa largeur en s'approchant de la chûte, juſqu'à ce qu'enfin elle ſoit égale à celle du haut du courſier (17). Or la largeur du canal ne peut diminuer ſans faire augmenter la profondeur des eaux.

Il eſt déſavantageux de donner trop de pente au canal de conduite.

210. Il y a un préjugé fort en vogue parmi un grand nombre de conſtructeurs; c'eſt de donner une grande pente au canal de conduire, afin que l'eau en arrivant à la chûte air déjà acquis une certaine vîteſſe qu'on regarde comme un avantage qu'on n'auroit pas pu ſe procurer d'ailleurs. Si l'on examinoit les choſes de près, on verroit qu'au lieu de gagner on perd réellement. Car quelle que ſoit la vîteſſe de l'eau au commencement du canal, ſi l'on a égard à l'âpreté du fond & des côtés, ainſi qu'aux ſinuoſités preſque inſéparables de la conſtruction, je ne crois pas trop dire en avançant que pour conſerver cette vîteſſe il faut au moins une pente égale à la centieme partie de la longueur du canal. Je dirois la dixieme partie ſi je ne conſultois que les expériences (hydr. n. 641); mais comme j'y fais entrer le volume d'eau, conformément à ce que nous avons vu (15), je rends cette grandeur dix fois moindre. Or, pour peu de longueur qu'ait un canal de conduite, il aura plus de 100 toiſes, & par conſéquent on perdra une toiſe de chûte ou à peu près ſur chaque centaine, ſans rien gagner; tandis que ſelon notre méthode on ne perdroit qu'un pouce ſur chaque eſpace pareil, & que l'eau arrivée au courſier y acquéreroit réellement toute la vîteſſe qu'elle peut acquérir dans l'exécution. L'on voit donc que c'eſt une erreur de donner trop de pente au canal de conduite. Pour produire le plus grand effet, il faut ſe procurer la plus grande chûte (74). Or il eſt clair qu'on ne peut y réuſſir qu'en donnant au canal le moins de pente poſſible.

211. La largeur du canal n'étant pas conſtante (209) la profondeur des eaux doit varier & elle doit être ſenſiblement en raiſon inverſe de la largeur. Donc elle doit être plus grande vers B que vers A. Cependant dans la pratique on pourra la ſuppoſer la même par-tout & regarder la ſurface *a b* des eaux comme parallele à la ligne A B du fond du canal ; & par conſéquent le point le plus haut *b* de la chûte relativement à l'impulſion ſera cenſé au-deſſous de la ligne de niveau *a g* qui paſſe par le point *a*, d'une quantité *b g* égale à la pente du fonds A B du canal.

Détermination du point le plus haut de la chûte. FIG. 31.

212. *Lorſqu'une machine a été conſtruite d'après un volume d'eau donné, & que ſes dimenſions ont été déterminées pour le plus grand effet, un plus grand volume peut altérer la bonté de cet effet & même quelquefois le détruire.*

Une augmentation d'eau eſt nuiſible à la qualité & quelquefois à la quantité de l'effet.

Car un plus grand volume d'eau doit augmenter la viteſſe de la machine. Mais la bonté de l'effet & quelquefois l'effet lui-même dépend du degré de viteſſe. On voit un exemple du premier cas dans les moulins à bled. Si une meule ne donne de bonne farine qu'au-deſſous de 50 révolutions par minute, lorſqu'elle tournera avec plus de viteſſe, elle en altérera la bonté par un excès de chaleur. Le ſecond cas ſe remarque dans les machines à fouler & dans les autres de même nature. Si la viteſſe de la roue devient plus grande, le maillet ou le pilon n'eſt pas encore arrivé au point le plus bas qu'il eſt de nouveau ſoulevé par la levée avant d'avoir pu produire ſon effet.

213. De la propoſition précédente on conclud que quand on a un volume d'eau ſuffiſant, on doit faire enſorte qu'il n'augmente jamais ; & pour cela on aura ſoin de pratiquer près de l'endroit où ſe trouve la machine une vanne de décharge pour l'évacuation des eaux ſuperflues. On peut mettre ces mêmes eaux à profit en les employant à mouvoir une machine à écluſe.

Conſéquence qui en réſulte.

214. *Si par la diminution du volume d'eau la viteſſe de la machine diminue, l'effet en ſera moindre, mais la bonté n'en ſera pas altérée.*

La diminution de l'eau nuit à la quantité de l'effet mais non pas à la qualité.

La choſe eſt aſſez ſenſible par les deux exemples que nous avons cités (211). Une meule qui donne de bonne farine ſous 50 révolutions par minute ne la donnera pas moins bonne en faiſant moins de 50 révolutions, & le maillet qui n'avoit beſoin par exemple que de $\frac{1}{2}$ ſeconde pour frapper ſon coup ne le frappera pas avec moins de force dans un temps plus long. Ainſi l'effet ne ſera par détérioré; il ne ſera que diminué.

Conſéquence relative à la dérivation des eaux d'une riviere.

215. Il ſuit delà que ſi l'on veut conſtamment produire le même effet, on ne doit jamais employer un volume d'eau moindre que celui d'après lequel on a calculé les dimenſions de la machine. Quand on dérive les eaux d'une riviere qui en fournit à ſouhait, on peut aiſément s'en procurer un volume conſtant en pratiquant pluſieurs vannes à l'entrée du canal. Dans les hautes eaux on en fermera une partie qu'on ouvrira dans les baſſes, pour pouvoir réparer la diminution occaſionnée par l'état de la riviere. Si une ſeule vanne ſuffit on la levera plus ou moins ſelon le temps. Pour cela on aura dans le canal une marque juſqu'à laquelle les eaux devront s'élever pour en avoir le volume néceſſaire à la machine. On ne riſque rien de le rendre trop grand, à cauſe que l'excès s'échappera toujours par la vanne de décharge (213).

A quelle dépenſe il faudroit proportionner une machine mue par une ſource. FIG. 32.

216. Quand on dérive les eaux d'une ſource, on ne peut s'en procurer un volume conſtant qu'en calculant l'effet & les dimenſions de la machine dans le temps des plus baſſes eaux. En général le volume d'eau d'après lequel ſe fera le calcul doit être tel que dans l'eſpace d'une année entiere l'effet réſultant ſoit le plus grand qu'on puiſſe attendre de la ſource. Eſſayons de déterminer ce volume par les principes établis.

Menons la ligne AB (fig. 32) & ſuppoſons qu'elle repréſente l'eſpace d'une année. Elevons à ſes différents points des perpendiculaires & faiſons les égales aux dépenſes de la ſource dans les temps correſpondants. Comme l'état de la ſource varie continuellement par le froid, le chaud, les pluies & la fonte des neiges, il eſt clair que les extrémités de ces ordonnées ſeront terminées par une

courbe CFHKMOQD. Si les accroiſſements & les décroiſſements revenoient tous les ans périodiquement & ſuivant les mêmes loix, nous aurions l'équation à la courbe, & nous pourrions réſoudre la queſtion par la propoſition du n. 76 ; ſavoir, que les effets ſont en raiſon compoſée de la chûte, de la dépenſe & de la durée de l'action. Puiſqu'ici la chûte eſt conſtante, l'effet eſt comme le produit de la dépenſe par la durée de l'action. Prenons donc la dépenſe EC correſpondante au point E, & menons par le point C la ligne CD parallele à AB : elle coupera la courbe aux points F, H, K, &c. par leſquels tirons les ordonnées FG, HI, KL, &c. Si nous proportionnons les dimenſions de la machine à la dépenſe CE, elle produira le plus grand effet pendant les temps EG, IL, NP, RS ; car le fluide ſuperflu s'échappera par la vanne de décharge. Pendant les autres temps de l'année, tels que BE, GI, &c. l'effet ſera moindre. Ainſi pour retirer le plus grand avantage de la ſource dans l'eſpace d'une année, conformément à ce que nous venons de dire au ſujet de la propoſition du n. 76, il faudroit que CE × (EG + IL + NP + RS) donnât un *maximum*. Or il eſt impoſſible d'avoir l'expreſſion générale de ces grandeurs à cauſe que nous ne pouvons pas avoir l'équation à la courbe. Donc il faut renoncer à une ſolution rigoureuſe, & ſe contenter d'une certaine approximation, en ne donnant toutefois au haſard que le moins qu'on pourra.

Réflexions ſur les variations des ſources & ſur les loix de ces variations.

217. Quoique le raiſonnement que nous venons de faire s'applique indiſtinctement à toutes ſortes de ſources, on peut dire néanmoins qu'il convient bien mieux aux rivieres qui peuvent être groſſies par les eaux des torrents & par celles qui, dans les pluies, coulent ſur la ſurface de la terre, qu'aux ſources proprement dites qui ne peuvent recevoir des accroiſſements ſenſibles que par la filtration des eaux, & qui par là même ſuppoſent de longues pluies ou une grande fonte de neige pour recevoir des accroiſſements conſidérables. Ces dernieres aug-

mentent assez rapidement ainsi que les eaux découvertes ; mais en général elles décroissent très-lentement. Leurs accroissements sont rarement momentanés & presque toujours ils durent longtemps. On peut même dire qu'elles n'en ont que deux dans le courant de l'année & qu'ils reviennent périodiquement : car elles s'enflent à la fin de l'hiver ou au commencement du printemps par les pluies ou par la fonte des neiges, & elles diminuent jusqu'au commencement de l'automne où elles s'enflent de nouveau pour diminuer ensuite jusqu'au printemps suivant. Je ne parle pas des petits accroissements qui surviennent dans le courant de l'année à la suite de quelque pluie. Ainsi nous ne distinguerons dans les sources particulieres que deux accroissements & deux décroissements, & chaque accroissement avec son décroissement occuperont ensemble à-peu-près la moitié de l'année. Il nous reste à connoître la loi de ces décroissements.

218. Si nous observons soigneusement les décroissements des sources au printemps & à l'automne, nous verrons que dans les commencements ils sont presque aussi rapides que les accroissements (217), & que depuis environ quinze jours après le plus grand accroissement les dépenses paroissent diminuer uniformément. Or comme il ne s'agit ici que d'un à-peu-près, je crois que nous pouvons prendre la dépense de la source environ quinze jours après son plus grand accroissement, & supposer que cette dépense est réellement la plus grande, & que depuis le plus grand accroissement jusqu'au plus grand décroissement les dépenses sont les éléments d'un trapeze, ou que les ordonnées qui les représentent sont terminées par la ligne droite.

Détermination approchée de la dépense à laquelle il faudroit proportionner la machine.

219. Menons la ligne AB (*fig.* 33) que nous supposerons représenter six mois. Que BF soit la dépense de la source à l'accroissement du printemps & BE sa dépense à l'accroissement de l'automne. Que AD soit sa dépense à la fin de l'été & AC sa dépense dans les basses eaux de l'hiver. Une ligne quelconque GH intermédiaire représentera la dépense de la source au temps cor-

FIG. 33.

reſpondant à H pris dans le ſemeſtre relatif à DF. Prenons la dépenſe GH & menons par le point G la ligne IK parallele à AB. Elle coupera CE au point L, & ſi l'on proportionne à GH toutes les dimenſions de la machine, cette dépenſe produira le plus grand effet pendant le temps BH du premier ſemeſtre & pendant le temps BM du ſecond. Donc (216) pour retirer le plus grand avantage de la ſource dans l'eſpace d'une année, il faut que GH ſoit telle que, multipliée par BH + BM, elle donne le plus grand produit poſſible.

Par les points C & D menons les lignes CR, DQ paralleles à AB. Nommons BE, M; AC, m; BF, M'; AD, m'; AB, a; AH, x. Nous aurons ER $=$ M $-$ m; FQ $=$ M' $-$ m': & BH $=$ $a - x$. Les triangles ſemblables DQF, DGK donnent: DQ: QF :: GK: KD $= \frac{x}{a} \times \overline{M' - m'}$. Donc AK $= m' + \overline{M' - m'}$. $\frac{x}{a}$ $=$ GH $=$ LM. Il nous faut encore une expreſſion de BM, & pour cela cherchons AM ou CP. Nous avons LP $=$ LM $-$ AC $=$ $m' - m + \overline{M' - m'} \times \frac{x}{a}$. Les triangles ſemblables CRE, CPL nous donnent: ER: LP :: CR : CP $=$ AM $= \frac{LP \times CR}{ER} = \frac{a.\overline{m' - m} + \overline{M' - m'}.x}{M - m}$.

Donc BM $= a - \frac{a.\overline{m' - m} + \overline{M' - m'}.x}{M - m} = \frac{a.\overline{M - m} - x.\overline{M' - m'}}{M - m}$, & GH $\times$ (BH + BM) $= \left(m + \overline{M' - m'} \cdot \frac{x}{a}\right)\left(a - x + \frac{a.\overline{M - m'} - x.\overline{M' - m'}}{M - m}\right)$.

Or il faut que cette grandeur ſoit un *maximum*. Prenant donc ſa différentielle & l'égalant à zéro, nous aurons une équation qui nous donnera $x = \frac{1}{2} a \left(\frac{2M - m - m'}{M + M' - m - m'} - \frac{m'}{M' - m'} \right)$. Subſtituons cette valeur dans l'expreſſion de GH & nous aurons la dépenſe qui produira le plus grand effet dans l'eſpace d'une année, ou GH $= \frac{M M' - \frac{1}{2} M m' - \frac{1}{2} M' m}{M + M' - m - m'}$.

220. La queſtion telle que nous venons de la conſidérer ſe réduit à celle-ci: *Deux trapezes qui ont une hauteur commune* AB

Inſuffiſance de cette ſolution. FIG. 33.

étant donnés, trouver sur leurs côtés CE, DF (*ou sur leurs prolongements*) *deux points* G & L *également distants de* AB *& tels que la somme des rectangles* GB & LB *soit la plus grande possible.* Dans cette question rien ne détermine si BH & BM doivent être < ou > BA, c'est-à dire si les points cherchés tomberont sur les côtés des trapezes ou sur leurs prolongements; car l'un & l'autre de ces deux cas peuvent avoir lieu, puisque la grandeur $a = AB$ n'entre point dans l'expression de GH. Ainsi la solution que nous venons de donner peut être insuffisante dans certains cas.

Dans la pratique la machine peut être proportionnée à la moindre dépense de la source.

221. La valeur que l'on trouvera pour GH différera ordinairement peu de la moindre dépense de la source. Donc puisque la solution exacte de la question précédente ne peut être que d'un petit usage à cause de sa complication & que d'ailleurs les eaux superflues ne sont pas perdues (213), on peut dans la pratique prendre la moindre dépense de la source pour celle sur laquelle on doit établir le calcul de la machine.

Ou à la moindre vîtesse de la riviere sur laquelle elle sera placée.

222. Quand la machine sera destinée à être placée sur une riviere, on déterminera ses dimensions d'après la vîtesse de la riviere dans le temps des basses eaux. Nous verrons ailleurs comment on pourra modérer le mouvement de la machine dans le temps des crues.

Après l'impulsion on doit recevoir les eaux dans un courſier de décharge.

FIG. 31.

223. Si les eaux n'avoient pas un écoulement libre après l'impulsion, elles s'accumuleroient au-dessous de la roue, & la forçant à les pousser elles détruiroient une partie de l'effet qu'on produiroit sans cet obstacle. Il est donc absolument nécessaire d'éviter cet inconvénient. Pour cela le fond QR (*fig.* 31) sera soutenu à une petite hauteur QS au-dessus du point le plus bas S, afin que l'eau après le choc tombe au-dessous de la roue où elle sera reçue dans un second courſier que j'appelle *courſier de décharge* pour le distinguer de celui dont nous avons parlé jusqu'à présent & que nous pouvons nommer *courſier d'impulsion.* Et parcequ'il est important de se procurer la plus grande chûte (74), ce qu'on

ne

ne peut faire qu'en rendant QS la moindre poſſible; il faudra que le courſier de décharge ait beaucoup de largeur, afin que les eaux ayant la liberté de s'étendre, n'y aient que peu de profondeur.

Largeur du courſier de décharge & détermination du point le plus bas du courſier d'impulſion. Fig. 34.

224. Soit AC (*fig.* 34) la ſection du fluide au point d'impulſion, A′C′ la ſection dans le courſier de décharge : v ſa vîteſſe moyenne avant le choc, & nv ſa vîteſſe dans le courſier de décharge. Nous aurons $AB \times BC \times v = A'B' \times B'C' \times nv$; d'où nous tirerons la profondeur A′B′ dans le courſier de décharge $= \frac{AB \times BC}{n \cdot B'C'}$. Nommons k l'intervalle QS. (*fig.* 31). Il faudra que l'on ait $A'B' < k$, ou $B'C' > \frac{AB \times BC}{nk}$.

Paſſage de l'eau d'un courſier à l'autre. Fig. 31.

225. Comme il importe de conſerver à l'eau ſa vîteſſe réſidue, ſi on l'abandonne à elle-même, après l'impulſion, elle en perdra une partie en tombant de R ſur ST (*fig.* 31); au lieu que la perte ſera beaucoup moindre, ſi on la fait paſſer d'un courſier à l'autre, par le moyen d'un arc à inflexion Rrr'.

Seconde formule pour la détermination des grandeurs du n. 224. Fig. 34.

226. La vîteſſe de l'eau, après le choc, n'eſt que les $\frac{1}{2}$ de ce qu'elle étoit avant le choc. Suppoſons qu'au paſſage d'un courſier à l'autre, elle ſe réduiſe à la moitié. Nous pouvons, ſans rien craindre, regarder la vîteſſe de l'eau dans le courſier de décharge, comme $= \frac{1}{2} v$. Ainſi dans la formule du n. 224, nous aurons $n = \frac{1}{2}$, & $k > \frac{S \cdot AB \cdot BC}{B'C'}$, comme auſſi $B'C' > \frac{5AB \cdot BC}{k}$, (*fig.* 34).

Troiſieme formule pour la même détermination. Fig. 34 & 31.

227. Nommons m la dépenſe de la ſource, nous aurons $AB \cdot BC \cdot v = m$, & $AB \cdot BC = \frac{m}{v}$. Mais (3 & 23) $v = \sqrt{2P'h'} = \sqrt{\frac{2g}{1}} \cdot h'$. Donc $AB \cdot BC = \frac{m}{\sqrt{\frac{2g}{1}} \cdot h'}$, & par conſéquent la largeur B′C′ du courſier de décharge doit être $> \frac{5m}{k\sqrt{\frac{2g}{1}} \cdot h'}$ ou $> 0,684 \cdot \frac{m}{k\sqrt{h'}}$; de même que k doit être $> 0,684 \cdot \frac{m}{B'C'\sqrt{h'}}$. L'on voit par là, que la détermination

de la largeur du courſier de décharge dépend des trois quantités m, k & h'. La premiere ou la dépenſe de la ſource ſe détermine par les moyens que nous avons donnés (29 — 31). La ſeconde eſt arbitraire, & l'on peut aſſez généralement la fixer à 9 pouces. Quant à la troiſieme, c'eſt-à-dire la chûte rélative, on peut prendre la chûte abſolue bK ou dS (*fig.* 31), & en retrancher Sm; le reſte $m\,d$ donnera, à la vérité, une grandeur un peu plus grande que la chûte rélative; mais dans la pratique, on pourra ſenſiblement la regarder comme étant $= h'$. On doit remarquer que la quantité Sm eſt compoſée de QS & de Qm. Nous avons fixé en général la premiere à 9 pouces, & la ſeconde, qui eſt la hauteur du reſſaut, nous avons dit (139) qu'on pouvoit la ſuppoſer = 3 pouces. Ainſi la quantité Sm qu'il faut retrancher de la chûte abſolue, eſt = 1 pied. En ſubſtituant, on aura la moindre largeur du courſier de décharge.

Ce qu'il faut faire quand la largeur du courſier de décharge eſt trop grande.

228. Il peut arriver que le réſultat qu'on trouvera pour la moindre largeur du courſier de décharge, ſoit exceſſivement grand. Cela aura lieu ſur-tout, lorſque la dépenſe étant conſidérable, la chûte ſera fort petite, ainſi que le fait voir la formule. Pour lors, on prendra une plus grande quantité pour k, & ayant retranché $k + 3$ pouces de la chûte abſolue, l'on aura la nouvelle valeur que l'on ſuppoſera à h'. Ces quantités déterminées, on recommencera le calcul juſqu'à ce que l'on ait une valeur convenable à la moindre largeur du courſier de décharge.

Obſervation ſur l'application de ces regles aux roues horiſontales & verticales. Fig. 31.

229. Les différentes précautions que nous venons de preſcrire au ſujet du paſſage de l'eau du courſier d'impulſion, à celui de décharge, ſont beaucoup moins néceſſaires quand on emploie des roues verticales, que quand on ſe ſert de roues horiſontales. Dans le premier cas, les roues ne plongent dans l'eau que ſur l'étendue d'un petit arc, au lieu que dans le ſecond, ſi le fond RQ (*fig.* 31), n'étoit pas au-deſſus des

eaux après le choc, le plan entier de la roue ſeroit dans l'eau, ce qui affoibliroit infailliblement l'impulſion. Ainſi, dans la pratique QS, peut être un peu moindre pour des roues verticales, que pour des roues horiſontales; & même les premieres pourroient, à la rigueur, recevoir le choc au point le plus bas de la chûte: cependant, pour plus de ſûreté, on fera bien dans tous les cas, de faire uſage des principes établis, du moins autant que les circonſtances le permettront.

Pente du courſier de décharge & du canal de fuite.

230. Pour faciliter la fuite des eaux après le choc, on fera le courſier de décharge le plus uni qu'on pourra; & ſi l'endroit où l'eau doit ſe perdre eſt fort éloigné, on lui donnera environ 8 toiſes de longueur ſur $\frac{1}{2}$ pouce de pente par toiſe, afin que l'eau puiſſe librement s'écouler aux environs de la machine. Alors, on pourra diminuer cette pente, & la réduire progreſſivement à 4, 3, 2 & 1 pouces, ſur 100 toiſes: ainſi, avant la conſtruction, on aura ſoin de faire un nivellement exact de cette partie qu'on néglige trop ſouvent. Qu'on prenne garde ſur-tout, ſi le canal aboutit à une riviere dont les eaux, dans le temps des crues, puiſſent refluer par cet endroit, & faire refluer celles qui animent la machine. Si cela étoit, il faudroit y avoir égard, & donner au canal de fuite, une pente plus grande à proportion, du moins ſi le local le permettoit. En général, il faut faire enſorte de ſe débarraſſer au plutôt des eaux après le choc, & par conſéquent de faire le canal de fuite, le plus court qu'on pourra.

Comment on doit déterminer la chûte abſolue & la chûte relative. Fig. 31.

231. Il réſulte de ce que nous avons dit (209, 211 & 230), que dans la conſtruction d'une machine pour connoître la chûte abſolue (33), il faut faire un nivellement exact depuis la ſurface des eaux de la ſource ou de la riviere, qui fournira à la machine, juſqu'à l'extrémité du canal de fuite, & de la hauteur qu'on trouvera, retrancher, 1°. autant de pouces qu'il y aura de centaines de toiſes dans la longueur du canal de conduite, & 1 pied de plus ſi on le dérivoit d'une riviere;

2°. 4 pouces pour les 8 premieres toiſes du canal de fuite; 3°. 4 pouces pour la premiere centaine ſuivante, 3 pouces pour la ſeconde, 2 pouces pour la troiſieme, & 1 pouce pour chacune des centaines reſtantes. Le reſte ſera la chûte abſolue $bK = dS$ (*fig.* 31). Connoiſſant la chûte abſolue pour avoir la chûte rélative, il faut en retrancher; 1°. la quantité Sm que nous avons fixée en général à un pied (227), mais qui peut être plus grande ou moindre; ſelon les circonſtances, & dont on trouvera aiſément la véritable valeur, par les méthodes précédentes (227, 228); 2°. la moitié de la hauteur de la ſection du fluide au point d'impulſion, ou même la hauteur entiere, ſelon que la roue eſt verticale (111) ou horiſontale (125), & dans le premier cas, ſelon que la hauteur due eſt petite ou conſidérable (114).

Grandeur & rayon de l'arc deſtiné à rendre horiſontale la direction du courant. FIG. 31.

232. Nous avons démontré (22), qu'en employant un arc de cercle au bas du courſier, on pouvoit rendre horiſontale la direction du courant, ſans en altérer la viteſſe. Il convient à préſent d'examiner le dégré de courbure de cet arc. S'il n'y avoit point de frottement, il importeroit fort peu de ſavoir quelle eſt cette courbure; puiſqu'il eſt démontré que le fluide arrivé en M (*fig.* 31) auroit acquis la même viteſſe qu'en K'. Mais comme dans l'état actuel, toutes les ſurfaces ſont hériſſées d'inégalités, les parties ſaillantes ſeront d'autant plus oppoſées au mouvement du fluide qui coulera le long de cet arc, & diminueront d'autant plus ſa viteſſe, que la courbure ſera plus grande. Il paroît donc néceſſaire que le rayon de courbure ſoit le plus grand poſſible. Voyons néanmoins s'il n'y a pas des limites au-delà deſquelles il ne faut pas paſſer.

Menons du centre N la ligne NO qui diviſera également l'angle GOM, puiſque (22) OG = OM; & faiſons le ſinus total = 1. Dans le triangle rectangle NMO, nous aurons: *cot.* NOM : 1 :: OM : MN = $\frac{OM}{cot.\,NOM}$. Mais NOM = $\frac{1}{2}$ GOM (& en menant OO' parallele à DK' ou à MN)

$= \frac{1}{2}(MOO' + O'OG) = \frac{1}{2}(MOO' + ODK') = \frac{1}{2}(90^d + 25^d\ 50')$; par conſéquent *cot.* NOM, eſt une grandeur conſtante. Donc le rayon MN ſera proportionnel à OM: par où l'on voit que ſi l'on vouloit faire MN le plus grand poſſible, il faudroit auſſi augmenter dans le même rapport OM, ou ſon égale, OG: & comme celle ci peut augmentet juſqu'en D, & devenit = OD; il faudroit que l'arc de cercle GM partît du point D, & qu'il ſe terminât ſur l'horiſontal K' *m*, à une diſtance du point O = OD. Or, le but qu'on doit ſe propoſer dans la conſtruction du courſier, eſt de conduire le coutant à l'horiſontale K'M par la voie la plus coutte & la plus oblique à DK'. En prenant à la lettre le réſultat que donne la proportion précédente, il eſt aiſé de voir qu'on s'écarteroit également de l'une & de l'autre. Il convient donc que OG ſoit d'une grandeur médiocre, aſſez conſidérable néanmoins, pour que les filets les plus bas étant arrivés en M, ceux de la ſuperficie aient eu le temps de ſe plier & de prendre ſenſiblement la même direction, ce qui n'arriveroit pas ſi OM étoit trop petite, & pour lors, on tomberoit dans le défaut qu'on veut éviter, je veux dire, qu'on ne détruiroit pas l'obliquité de l'eau par rapport à l'horiſontale, & qu'on perdroit par cette même obliquité, une partie de la vîteſſe acquiſe. A la rigueur, la grandeur de OM dépend du volume d'eau dont on a à diſpoſer, ou plutôt de la profondeur que doit avoir le courant au bas du courſier. Plus cette profondeur ſera grande, plus l'arc GM doit avoir d'érendue pour donner aux filets ſupérieurs la faciliré de ſe plier. Dans l'uſage le plus ordinaire, je penſe qu'il ſuffira de faire GO ou OM = 3 pieds. C'eſt la moindre valeur qu'on puiſſe donner à ces deux lignes. Alors on trouvera le rayon MN = 4,785 pieds.

Grandeur & rayon de l'arc employé à l'entrée du courſier. Fig. 31.

233. A meſure que les eaux s'approchent de l'entrée du courſier, celles de la ſuperficie s'affaiſſent (24) & s'éloignent de la ligne *a b*, en prenant la poſition *np*. Pour faciliter la

même direction aux filets inférieurs, & favoriſer leur parallélisme avec les ſupérieurs, il eſt à propos de terminer la partie ſupérieure du courſier, par un arc convexe BH, beaucoup moindre que celui de la partie inférieure. Pour cet effet on prendra ſur la ligne AD du fonds du canal (qu'on peut regarder comme horiſontal), & ſur le courſier DG, les parties égales DB, DH d'un pied ou à-peu-près, & aux points B & H, on élevera des perpendiculaires qui ſe couperont au point L, & détermineront les rayons BL & HL.

Le courſier doit être regardé comme rectiligne. FIG. 31.

234. La partie inclinée du courſier eſt donc compoſée de trois pieces, dont les deux extrêmes ſont les arcs de cercle GM & BH, & celle du milieu qui eſt ordinairement la plus grande, eſt la droite GH. Les loix du mouvement du fluide le long des arcs BH & GM, peuvent être regardées comme ſenſiblement les mêmes que ſur les portions correſpondantes DH & GO, à cauſe de la petiteſſe de ces arcs, & le courant arrivé en M, doit être cenſé s'être mu le long de DO, & avoir pris la direction OM, ſans aucune perte de ſa viteſſe. On doit auſſi ſuppoſer OD prolongée juſqu'à la ſurface de l'eau en D'. Dans la pratique, on pourra, ſans erreur ſenſible, regarder les loix de l'écoulement par BD', comme les mêmes que celles par D'D. A la rigueur, le frottement eſt moindre par BD' que par D'D; mais d'un autre côté, il eſt plus grand par BH & par GM, que par les parties rectilignes correſpondantes. Ainſi il y aura compenſation. Donc, *quoique le courſier ſoit mixtiligne, on le regardera comme une droite qui part de la ſuperficie de l'eau, & qui fait un angle conſtant avec la verticale.* Nous avons vu (23) les raiſons pour leſquelles cet angle eſt ſuppoſé de 25^d 50' dans la pratique.

Grandeur de l'intervalle compris entre l'arc inférieur & le reſſaut. FIG. 31.

235. Pour bien établir la direction horiſontale de tous les filets au bas du courſier, il faut leur laiſſer parcourir un certain intervalle entre le point M & le reſſaut où doit ſe faire

l'impulſion. Cependant, comme l'eau arrivée ſur cette partie n'a plus d'accélération, & que ſa vîreſſe ne peut que s'affoiblir par le frorrement, il faut prendre garde de ne pas faire cet intervalle trop grand; ſon étendue doit, ainſi que celle de l'arc, être proportionnelle à la profondeur de l'eau; mais dans l'uſage ordinaire, il ſuffira de lui donner 2 ou 3 pieds.

Obſervation eſſentielle ſur la dimenſion verticale des ailes de la roue, & des parois de la partie horiſontale du courſier.

Nous avons enſeigné (133 — 139), commenr devoit être conſtruire la partie où ſe fait l'impulſion, & celle qui correſpond à la roue pour détruire la perte qui ſe fait par le jeu, & pour produire le plus grand choc poſſible. Si l'on ſe conrenre de donner aux ailes de la roue & aux parois de la partie horiſonrale du courſier, la haureur donr nous avons parlé au n. 133; l'eau, après avoir produit ſonr effet ſur l'aile, n'aura plus dans cette même partie du courſier, que la viteſſe de la roue, c'eſt-à-dire les $\frac{1}{2}$ de ſa vîreſſe primirive. Elle s'enflera donc, & une partie s'échappera avec la roue dont elle accompagnera les ailes, randis que l'aurre franchira les parois du courſier, & les ailes de la roue. Comme il importe de retirer de l'action d'un courant le plus grand avantage poſſible, on aura ſoin, en pareils cas, de donner aux ailes & aux côrés de cette partie du courſier, une hauteur proportionnée à la profondeur de l'eau & au remou. Cette profondeur ſera au moins les $\frac{2}{3}$ de celle qui auroit lieu ſans choc. Par ce moyen, la preſſion de l'eau ſur les ailes, ſera plus grande qu'auparavant, & l'effet augmenrera d'aurant.

Il faut néanmoins remarquer que cela n'aura pas lieu dans les roues placées ſur des rivieres. Car ſi l'on n'emploie point de courſier, les eaux, après le choc, auront la liberté de s'échapper, & ne s'enfleronr poinr. Si au contraire l'on emploie un courſier, outre qu'on ſera obligé de laiſſer un jeu par lequel l'eau pourra toujours s'échapper en partie, le courſier ne ſera jamais aſſez long pour que les eaux ne puiſſenr refluer après le choc juſqu'à ſon extrémité en amonr. Ainſi, ce ne ſera que dans les roues placées ſur des courſiers inclinés que l'on fera bien d'augmenter

la dimenſion verticale des ailes & des parois de la partie hotiſontale du courſier, comme nous venons de le dire.

Nous devons donc diſtinguer deux ſortes de profondeur dans l'eau arrivée au bas du courſier, ſavoir *la profondeur naturelle* & *la profondeur effective*. La premiere ſeroit celle qui exiſteroit ſans choc; & la ſeconde celle qui auroit lieu après le choc, en ſuppoſant une hauteur ſuffiſante aux côtés du courſier & aux ailes de la roue. Il en ſera de même de la hauteur des ailes; c'eſt-à-dire que nous devons diſtinguer leur *hauteur naturelle* & leur *hauteur effective*; grandeurs relatives aux profondeurs dont nous venons de parler. Tout ce que nous avons dit avant ce numéro en parlant des dimenſions des ailes & du rapport que ces mêmes dimenſions ont ou entr'elles ou avec d'autres quantités, doit s'entendre de la hauteur naturelle; à cauſe que l'eau ne s'enfle dans le courſier qu'après avoir produit ſon effet, & que par conſéquent il n'y a que ces dimenſions qui doivent entrer dans le calcul. Nous continuerons donc de fonder nos calculs ſur les dimenſions naturelles des ailes, ou ce qui eſt la même choſe, ſur la ſection naturelle du courant arrivé au bas du courſier; & ce ne ſera que dans la pratique qu'on pourra faire la dimenſions verticale des ailes telle que nous venons de dire; obſervant bien que cette dimenſion ne ſauroit gueres être trop grande, & qu'il vaut mieux pécher par excès que par défaut.

Trouver les dimenſions de la ſection de l'eau au bas du courſier. FIG. 5.

236. Propoſons nous maintenant la ſolution de ce problême: *Connoiſſant la dépenſe d'une ſource, ſa chûte abſolue & le rapport de la largeur de la ſection de l'eau arrivée au bas du courſier à la hauteur de cette même ſection, trouver ces deux dimenſions.*

Nous ſuppoſons que l'angle formé par le courſier & la verticale, eſt de $25^d\ 50'$ (23). De la chûte abſolue, nous retranchierons 1 pied pour l'intervalle compris entre le courſier de décharge & la partie de celui d'impulſion, au-deſſus du reſſaut

reſſaut (227), & nous aurons la hauteur FK (*fig.* 5) de la ſurface de l'eau EG au-deſſus du fond horiſontal ſupérieur CD. Nommons la a, & la dépenſe de la ſource m. Par la formule du n. 227, nous déterminerons la moindre largeur du courſier de décharge; &, ſuppoſant qu'elle ne ſoit pas démeſurément grande, nous continuerons ainſi la ſolution du problême. Soit P′, la gravité dont nous avons trouvé la valeur au numéro 23; n le rapport de la largeur à la hauteur de la ſection du fluide en D; & x cette même hauteur. La largeur ſera $= nx$; $FN = a - x$; $KD = \sqrt{2aP'}$; & $NH = \sqrt{2P'.\overline{a-x}}$. La dépenſe (10) ſera égale à l'eſpace parabolique HDKN, multiplié par la largeur de la ſection en D. Or $HDKN = \frac{2}{3}FK.KD - \frac{2}{3}FN.NH = \frac{2}{3}\sqrt{2P'}(a^{\frac{3}{2}} - \overline{a-x}^{\frac{3}{2}})$. Donc $\frac{2}{3}nx\sqrt{2P'}(a^{\frac{3}{2}} - \overline{a-x}^{\frac{3}{2}}) = m$. Chaſſant les expoſants fractionnaires de l'inconnue, & paſſant tous les termes dans un membre, nous aurons: $2P'n^2x^2.\overline{a-x}^{1} - (\frac{3}{2}m - a^{\frac{3}{2}}nx\sqrt{2P'})^2 = 0$, équation du cinquieme degré, & dont on peut trouver les racines par la voie des diviſeurs ou par celle des limites. Mais comme cette méthode eſt fort longue, cherchons des moyens de ſimplification.

237. Nous avons vu (99) qu'en général la dimenſion verticale de l'aîle devoit être la moindre poſſible. Ainſi, pour peu que la chûte FK ſoit conſidérable, la différence qu'il y aura entre les ordonnées KD & NH ſera très petite, & par conſéquent la quantité FK (ou dm (*fig.* 31) différera très-peu de la véritable chûte relative. Donc, dans la pratique, quand il s'agira de la détermination de certaines quantités qui n'exigeront pas la plus grande préciſion, FK étant très-aiſée à déterminer (227, 228) on pourra la prendre pour la chûte relative. Suppoſons que toutes les particules arrivées à l'horiſontale ſe

Solution ſimple & approchée du problême précédent. FIG. 5.

meuvent avec une vîteſſe $= KD = \sqrt{2aP'}$, & que la ſection du fluide en D ſoit un quarré $= z^2$. Nous aurons $z^2\sqrt{2aP'} = m$. A la rigueur, la ſection du coutant en D ſera un peu plus grande que z^2, à cauſe qu'il n'y a que les particules inférieures dont la vîteſſe ſoit $= \sqrt{2aP'}$; mais la différence eſt petite, & cette ſuppoſition ne nous conduira pas moins à notre objet. Ramenons cette ſection quarrée à la ſection rectangulaire $= nx^2$ du numéro précédent. Nous aurons $nx^2 = z^2$: & à cauſe que $z^2 = \frac{m}{\sqrt{2aP'}}$, $nx^2 = \frac{m}{\sqrt{2aP'}}$. Donc $x = NK = \sqrt{\frac{m}{n\sqrt{2aP'}}}$, & nx ou la largeur de la ſection ou celle du courſier $= \sqrt{\frac{mn}{\sqrt{2aP'}}}$. Mais (23) nous avons $P' = \frac{8}{7}a$. Subſtituant & faiſant les opérations indiquées, nous aurons $x = 0{,}37\sqrt{\frac{m}{n\sqrt{a}}}$; & $nx = 0{,}37\sqrt{\frac{mn}{\sqrt{a}}}$.

Solution plus exacte du même problême. Fig. 5.

238. Si l'on vouloit une plus grande approximation, après avoir déterminé x ou NK par la méthode précédente, on en prendroit la moitié, & l'ayant tetranchée de FK, on auroit Fc qu'on feroit $= a$. Alors on recommenceroit le calcul du n. précédent, & l'on trouveroit d'une maniere plus exacte la hauteur & la largeur de la ſection. Mais dans la pratique, il eſt rare qu'on ſoit obligé d'en venir à un ſecond calcul, & à moins que la hauteur due ne ſoit extrêmement petite, les régles que nous venons de donner feront plus que ſuffiſantes.

Détermination exacte de la chûte relative. Fig. 5.

239. La hauteur de la ſection du courant, ou ſa profondeur au bas du courſier étant déterminée; pour avoir la véritable chûte relative, d'après laquelle on doit faire le calcul de la machine, on en prendra la moitié, & on la tetranchera de la chûte relative ſuppoſée FK, ſi la hauteur due eſt peu conſidérable, & qu'on emploie une roue verticale (111); & ſi l'on emploie une roue horiſontale, ou ſi la hauteur due eſt conſidérable, on la tetranchera toute entiere (125 & 114). Dans

le premier cas, la véritable chûte relative seroit $= FK - \frac{1}{2}x$, & dans la seconde, elle seroit $= FK - x$.

Quelle est la moindre section du fluide au bas du courſier.

240. La surface de la section du courant au bas du coutsier n'auroit-elle pas des limites au-dessous desquelles il ne faudroit pas descendre? Toutes choses d'ailleurs égales, plus elle sera petite, plus la résistance du frottement sera sensible (15), & conséquemment il y aura un terme passé lequel les résultats n'auront plus le même degré d'exactitude. Pour déterminer ce terme, du moins par approximation, il faut consulter l'expérience, & ne pas perdre de vue ce que nous avons dit (15 — 19). Le canal employé par M. Bossut avoit 5 pouces de largeur (*hydr.* 568), & la moindre élévation de la pale a été d'un pouce (*hydr.* 632 — 639). Ainsi, puisque la section du fluide est sensiblement égale à la surface de l'orifice (*hydr.* 578), la moindre section est ici de 5 pouces quarrés. Or nous avons remarqué (19) qu'en général on ne pourroit pas mouvoir une machine hydraulique usuelle, avec une aussi petite force que celle de l'eau employée à l'expérience de M. Bossut, & que la résistance du frottement dans les courſiers, pouvoit être supposée telle que la donne l'expérience citée. Donc on peut dire que *la section du courant au bas du courſier peut diminuer au moins jusqu'à 5 pouces quarrés.*

Détermination des dimensions de la partie supérieure du coorſier. Fig. 5.

241. La dépense de la source étant représentée par m, & la largeur du canal par l, nous avons vu (29) que l'on avoit $m = 4,88\, l \,.\, \overline{BE'}^{\frac{1}{2}}$, faisons $BE = z$, & $l = n' z$. Nous aurons $m = 4,88\, n' z^{\frac{1}{2}}$; d'où nous tirons $z = 0,53 \sqrt[5]{\frac{m^2}{n'^2}}$, & $n' z = l = 0,53 \sqrt[5]{m^2 n'^3}$. A l'aide de ces deux formules, on connoîtra à peu de chose près, les dimensions de la section du fluide à l'entrée du courſier, & par conséquent celles de la partie supérieure du courſier. La grandeur n' est arbitraire;

mais dans la pratique, on ne fera pas mal de la ſuppoſer = 1 ou à-peu-près.

Détermination de la déviation des côtés du courſier. Fig. 3.

242. Puiſque (17) AC & BD (*fig.* 3) ſont reſpectivement la plus grande & la moindre largeur du courſier, il nous ſera aiſé de trouver la déviation du côté B A, par rapport à la ligne B E. Cette déviation eſt $AE = \frac{AC-EF}{2} = \frac{AC-BD}{2}$. Mais nous venons de voir (241) que $AC = l = 0,53\sqrt[3]{m^2 n^3}$, & (237) que $BD = nx = 0,37\sqrt{\frac{mn}{\sqrt{a}}}$. Donc $AE = 0,265\sqrt[3]{m^2 n^3} - 0,185\sqrt{\frac{mn}{\sqrt{a}}}$.

Conſtruction & uſage des courſiers pour les roues placées ſur des rivieres.

243. Nous avons dit (37), que pour augmenter l'effet d'une machine placée ſur une riviere, il falloit faire tourner la roue dans un courſier. Ce courſier ſera aſſez prolongé *en amont*, pour que le courant y étant entré, ne puiſſe pas refluer aiſément en arriere, par la rencontre de la roue, & il ſera terminé *en aval* à l'endroit même où la roue ceſſera d'être plongée dans l'eau. Il ſera diſpoſé parallélement au fil du courant, & il n'aura point de reſſaut. Sa largeur ſera uniforme & égale à celle des ailes agmentée d'une grandeur convenable au jeu latéral; & ſes côtés s'éléveront de quelques pouces au-deſſus de la ſurface des eaux. Il ſera conſtruit de façon qu'on puiſſe l'approcher ou l'éloigner de la roue à volonté, & même l'enlever entiérement, ſi les circonſtances l'exigent, ou du moins enlever ſes côtés. La raiſon en eſt que la machine ayant été conſtruite d'après la vîteſſe des baſſes eaux (222), cette vîteſſe augmentera dans les crues, & conſéquemment celle de la machine. Mais (212) un excès de vîteſſe, peut détériorer & même anéantir l'effet. Donc, pour conſerver le même degré de vîteſſe à la machine, il faudra diminuer l'impulſion, c'eſt-à-dire rendre le fluide moins défini, en augmentant le jeu de la roue (34).

Moyen de connoître ſi un volu-

244. Quelle que ſoit une machine, il y a une grandeur dé-

terminée au-deſſous de laquelle elle devient hors d'uſage. Quand elle ſera parvenue à cet état, la force néceſſaire pour la mouvoir, ſera la moindre qu'il ſoit poſſible d'employer. Cette force une fois fixée pour une machine d'une eſpece donnée, nous pourrons connoître ſi un volume d'eau donné ſous une chûte connue, pourra faire produire le plus grand effet à une autre machine de même eſpece. Soit M le volume d'eau qui ſous la chûte H fait produire le plus grand effet à la moindre machine de l'eſpece propoſée, & m celui dont on a à diſpoſer ſous la chûte h. Puiſque (75) pour produire des effets égaux, les volumes doivent être réciproquement comme les chûtes; ſi le volume m doit produire le même effet que le volume M, nous aurons: $m : M :: H : h$, & par conſéquent $mh = MH$. S'il peut produire un plus grand effet, on aura $mh > MH$, & pour lors la machine ne ſera plus la moindre poſſible. Mais s'il ne pouvoit pas mouvoir de la maniere la plus avantageuſe la moindre machine, on trouveroit $mh < MH$, & alors ſi l'on vouloit l'employer à mouvoir une machine de cette eſpece, il faudroit avoir recours aux écluſes. Ainſi, dans quelque eſpece de machine que ce ſoit, il eſt néceſſaire de déterminer les dimenſions de la moindre qu'on puiſſe employer, & la force néceſſaire pour lui faire produire le plus grand effet: & comme il n'y a que l'expérience qui puiſſe nous l'apprendre, il ne faudra pas ſe borner à de ſimples ſpéculations, mais ſuivre les machines qu'on ſe propoſe de traiter, & examiner la nature de leurs effets, & la valeur des réſiſtances qu'elles éprouvent dans leurs mouvemens, pour trouver les dimenſions de celle dont l'effet eſt ſur le point d'être tel qu'on devroit l'attendre d'une machine bien conditionnée.

me d'eau donné aura aſſez de force pour mouvoir une machine ſans écluſe.

245. Suppoſons qu'on ait une riviere d'où l'on puiſſe dériver de l'eau à ſouhait, & qu'on veuille s'en ſervir pour mouvoir pluſieurs machines de même eſpece, établies au même endroit. Nous allons voir la maniere de diſtribuer, & les machines &

Maniere d'employer un grand volume d'eau à mouvoir pluſieurs machines égales & de même eſpece.

Fig. 15.

le fluide moteur, pour en retirer le plus grand avantage.

A l'endroit où ſe trouve la chûte, on conſtruira un grand baſſin AA (*fig.* 35) de même profondeur que le canal BB qui y amenera l'eau. Ce baſſin ſera de figure rectangulaire, & beaucoup plus long que large. Il ſera ſoutenu par un mur de revêtement CC, qui formera la chûte. Aux extrêmités de ce mur, on ménagera les deux vannes de décharge DD pour l'écoulement des eaux ſuperflues. De ces deux vannes partiront les deux canaux de décharge EEE, qui ſe réuniront en F, pour ne former que le grand canal de fuite FF. La largeur de ces canaux augmentera continuellement juſqu'en F, à cauſe qu'ils ſont deſtinés à recevoir les eaux des courſiers de décharge.

Nous ſuppoſerons toutes les machines égales; elles exigeront toutes la même quantité d'eau. Pour avoir le volume qui reviendra à chacune, on diviſera la dépenſe totale du canal BB par le nombre de machines, & le quotient ſera le volume cherché. Mais avant de chercher les dimenſions de chaque machine, il faut s'aſſûrer ſi ce volume ſuffit pour mouvoir une machine qui ne ſoit pas inférieure à la moindre. Pour cela on diminuera la chûte abſolue d'environ 1 pied (227), & l'on ſuppoſera pour un moment, que le reſte eſt la chûte relative (237). On multipliera ce reſte par le volume trouvé, & on comparera ce produit à celui que donneront le volume & la chûte, qui conviennent à la moindre machine (244). S'il étoit trop petit, il faudroit diminuer le nombre de machines pour employer un plus grand volume d'eau, au mouvement de chacune. Enſuite, ſi l'effet eſt de nature à être produit indifféremment par une machine ſimple ou compoſée, par la formule du n. 153, on cherchera ſi les machines ſeront ſimples ou à engrénage.

A la partie ſupérieure du mur *c*, *c*, on pratiquera, à égales diſtances, des embraſures *d*, *d* &c. deſtinées à introduire l'eau du baſſin dans les courſiers, dont *f g* eſt la projection horiſontale. Ces embraſures auront donc à-peu-près les mêmes dimen-

ſions que les canaux de conduite à l'enrrée des courſiers. Leurs dimenſions ſe détermineront par les formules du n. 241, & celles de la partie inférieure des courſiers, par les formules du n. 237.

Connoiſſant la chûte & la dépenſe par une embraſure quelconque *d*, nous trouverons les dimenſions de l'une de ces machines, & le plus grand effet qu'on en doit attendre par les formules des n. 158 — 182.

Suppoſons que chaque machine & ſes dépendances occupe un des quarrés G. Après que l'eau aura produit ſon effet ſur la machine, on la recevra dans le canal de décharge HH, dont la moindre largeur ſera déterminée par ce que nous avons dit aux n. 227 & 228. Ces canaux ſe rendront aux deux latéraux EEE, ou au grand canal de fuite FF.

A chaque embraſure *d*, on placera une marque à laquelle l'eau devra s'élever afin que la machine produiſe l'effet calculé. Si elle montoit trop ou trop peu, on y remédieroit par les vannes de décharge.

Il pourroit arriver que l'eau vînt à manquer juſqu'à un certain point. Pour lors l'eau baiſſeroit uniformément ſur toute la ſurface du baſſin, & toutes les machines languiroient. Ce qu'il y a de mieux à faire en pareils cas, eſt d'en faire chommer une ou pluſieurs, afin que les autres puiſſent, par ce moyen, produire leur effet ordinaire.

On juge bien que toutes ces machines doivent être renfermées dans un même corps de bâtiment. Comme nous traitons ici des machines en général, nous ne pouvons rien dire de ſa diſtribution intérieure, à cauſe qu'elle dépend de la nature des machines, de celle des lieux, & peut-être de pluſieurs autres circonſtances.

246. Lorſque le produit de la dépenſe de la ſource par ſa chûte (244), ſera au-deſſous de celui qu'exige la moindre machine qu'on puiſſe employer, au lieu même où l'on ſe propoſe

Une écluſe doit avoir deux baſſins. Fig. 36.

de conſtruire la machine, on pratiquera un baſſin ABCD (*fig.* 36), deſtiné à recevoir les eaux de la ſource. Au fond de ce baſſin, & à l'endroit où l'on doit placer le courſier DGHI, on en conſtruira un ſecond DEFG, dont la ſuperficie ſera d'environ une toiſe quarrée, & dont la profondeur DG ſera déterminée par le concours des côtés GH & DI du courſier, avec la verticale DK. Ce ſecond baſſin qu'on n'emploie que peu ou point du tout dans l'uſage ordinaire, eſt néanmoins d'une très grande utilité. Car ſuppoſons qu'au lieu du baſſin ABCD, on eût conſtruit le baſſin ABLG. Il eſt évident que le mouvement de la machine auroit langui depuis que la ſurface de l'eau ſeroit arrivée en CD juſqu'à ce qu'elle fût parvenue en GL, & même il ſe ſeroit anéanti avant que la ſurface de l'eau fût arrivée à cette derniere ligne; au lieu qu'en employant le petit baſſin DEFG, l'eau en ſortant, remplira conſtamment la partie ſupérieure du courſier. Le mouvement de la machine languira, à la vérité, lorſque la ſurface de l'eau ſera arrivée en DE; mais la machine s'arrêtera tout court un moment après; car on ſent bien qu'il faudra très-peu de temps au baſſin DEFG pour ſe vuider.

247. Il eſt aſſez plauſible que pour une ſeule & même ſource qui fournit à un baſſin, l'effet ſera ſenſiblement porportionnel à la chûte relarive moyenne. Or cette chûte ſera d'autant plus grande, que les quantirés DA & DG, ſeront moindres. Donc *l'effet qu'on doit attendre d'une machine à écluſe, ſera d'autant plus grand, que les baſſins ſeront l'un & l'autre moins profonds.*

248. Moins le baſſin ſupérieur ſera profond, moins il y aura de différence entre les vîteſſes extrêmes, & par conſéquent plus le mouvement de la machine s'approchera de l'uniformité, ce qui eſt eſſentiel. Ainſi pour cette raiſon, & pour nous conformer au principe du n. 247, il convient de donner au baſſin ſupérieur le moins de profondeur qu'on pourra. Au reſte, cette profondeur eſt arbitraire; mais il n'en eſt pas de même de celle du

du baſſin inférieur. Elle dépend des dimenſions du coutſier (246), & nous verrons bientôt comment on la détermine.

La machine doit être proportionnée à la plus grande action de l'eau. FIG. 36.

249. Si nous proportionnons les dimenſions de la machine à l'action de l'eau, lorſque la ſurface eſt en A, elle produira le plus grand effet; mais ce ne ſera que dans ce moment-là. Depuis lors juſqu'à ce que la ſurface ſoit arrivée en D, l'effet diminuera, 1°. parceque la force de l'eau deviendra continuellement moindre; 2°. parceque ſa viteſſe s'éloignera toujours de plus en plus de celle qui convient au plus grand effet. Si les dimenſions de la machine ſont relatives à l'action de l'eau, lorſque la ſurface eſt au point le plus bas D, d'un côté l'effet diminuera encore depuis le commencement juſqu'à la fin, à cauſe du décroiſſement de la force de l'eau; mais de l'autre, il augmentera à cauſe que la viteſſe de l'eau ſe rapprochera continuellement de celle qui convient aux dimenſions de la machine. Enfin, ſi la machine eſt proportionnée à la force de l'eau, lorſque ſa ſurface eſt à une hauteur moyenne M, l'effet diminuera encore depuis le commencement juſqu'à la fin, à cauſe de la diminution de la force de l'eau; mais il augmentera depuis A juſqu'en M, pour diminuer enſuite depuis M juſqu'en D, à cauſe que dans le premier intervalle, la viteſſe de l'eau s'approchera de celle qui convient à la machine pour le plus grand effet, & qu'elle s'en éloignera dans le ſecond.

L'on voit par là, qu'à quelque hauteur qu'on ſuppoſe la ſurface de l'eau dans le baſſin, pour déterminer les dimenſions de la machine, à ne conſidérer que la force ſeule du fluide, l'effet doit néceſſairement décroître depuis le commencement du mouvement juſqu'à la fin. C'eſt un inconvénient auquel on ne peut remédier, à cauſe que depuis le point A juſqu'au point B, tout diminue, la dépenſe & la chûte. L'on voit auſſi que relativement à la machine, l'effet augmentera ou diminuera ſelon que la viteſſe de l'eau s'approchera ou s'éloignera du rapport

qu'elle doit avoir avec les dimenſions de la machine pour le plus grand effet. Or ſi l'on fait attention que AD devant être la moindre poſſible, par rapport à la chûte totale (248), la différence qui régnera entre les vîteſſes extrêmes ſera fort petite, on conviendra aiſément que les variations de l'effet par rapport à la machine ſeront peu conſidérables, & que les élémens eſſentiels étant la dépenſe & la chûte, c'eſt ſur ces deux quantités qu'il faut régler les dimenſions & l'effet de la machine. Pour cela il faut les prendre lorſqu'elles ſeront à leur *maximum*, & en même temps avoir égard à ce que nous avons dit (212 & 214). Or ces quantités ſont à leur *maximum*, quand la ſurface de l'eau eſt en A; & la chûte diminuant depuis ce point, la vîteſſe du courant doit auſſi diminuer. Donc ſi l'on proportionne les dimenſions de la machine à la dépenſe du réſervoir, & à la chûte relative de cette dépenſe, quand la ſurface de l'eau ſera au point le plus haut A, on retirera le plus grand avantage de la plus grande dépenſe & de la plus grande chûte, & (214) la bonté de l'effet n'en ſera pas altérée. Ainſi, *quand on ſe ſervira d'écluſes, on déterminera les dimenſions de la machine, en ſuppoſant la ſurface de l'eau au point le plus haut.* Mais qu'on remarque qu'à cauſe de la contraction, la chûte relative ſera moindre que ſi l'on n'employoit point d'écluſe, & que la machine ſe mût d'un mouvement continu.

On doit couvrir la partie ſupérieure du courſier. FIG. 56.

250. L'eau, en entrant du baſſin dans le courſier DGHI, perdra par la contraction une partie de ſa vîteſſe, & cette perte ſera plus ou moins grande, ſelon que la contraction ſera de la premiere ou de la ſeconde eſpece (6). Il eſt donc avantageux de faire enſorte que la contraction ſoit de la ſeconde eſpece. Pour la rendre telle, il ſuffiroit de couvrir une petite portion de la partie du courſier la plus voiſine de l'orifice GD. Mais comme les particules d'eau en ſortant par GD, tendroient à s'échapper horiſontalement, en décrivant des paraboles, pour leur faire

prendre la direction GH, il ſera à propos que la partie couvette s'étende depuis D juſqu'en N, un peu au-deſſous du prolongement de FG. En entrant dans le courſier, l'eau en occupera d'abord toute la capacité ; mais à cauſe de l'accélération, la ſection diminuera bientôt, & les particules ſe détacheront de la partie ſupérieure DN, pour n'occuper que le fond du courſier.

251. *Le reſervoir* ABCD *étant ſuppoſé rempli d'eau, la quantité qu'on en dérivera pour le mouvement de la machine, ne doit pas être moindre que la dépenſe de la ſource qui lui fournit, priſe dans ſes plus grands accroiſſemens, ni que le volume, qui ſous la même chûte relative, ne pourroit mouvoir que la moindre machine de l'eſpece de celle qu'on veut employer.*

Quelle doit être la dépenſe de l'écluſe. Fig. 36.

Car 1°. puiſque la machine ne peut ſe mouvoir que par le moyen d'une écluſe, & que ſa vîteſſe eſt proportionnée ſur la plus grande hauteur de l'eau (249), on n'a plus à craindre qu'un excès dans la dépenſe de la ſource, n'altere la bonté de ſon effet, ou qu'il ne le détruiſe (212). On peut donc employer cet excès à la production de l'effet ; mais on n'en retireroit aucun avantage, & il s'échapperoit à pure perte par-deſſus les bords du baſſin, ſi l'orifice du courſier étoit déterminé par une dépenſe moindre que celle dont on peut diſpoſer dans le temps des plus grands accroiſſements de la ſource. Donc la dépenſe du baſſin ne doit pas être moindre que celle de la ſource priſe dans cet état.

2°. Il eſt encore plus ſenſible qu'elle ne doit pas être au-deſſous du volume, qui ſous même chûte ne mouvroit que la moindre machine de même eſpece, puiſque ſans cela, on tomberoit dans l'inconvénient qu'on veut éviter.

Si l'écluſe étoit conſtruite pour mettre à profit les eaux ſuperflues à une machine, la même proportion auroit lieu en regardant les

eaux ſuperflues comme la dépenſe de la ſource qui fournit au baſſin.

Quelle eſt la profondeur du baſſin inférieur. FIG. 36.

252. Déterminons le rapport de la profondeur DG du petit baſſin à celle (GQ) de la partie ſupérieure du courſier. Dans le triangle DGQ, rectangle en Q, outre l'angle droit & le côté GQ, nous connoiſſons l'angle GDQ = KGH = 25ᵈ 50′(23); car DN eſt parallele à GH, & l'inclinaiſon du courſier eſt la même que ſi la machine ſe mouvoit ſans écluſe. Donc nous aurons : *ſin.* 25ᵈ 50′ : *ſin. tot.* :: GQ : DG, & par conſéquent $DG = GQ \times \frac{\text{ſin. tot.}}{\text{ſin. } 25^d\,50'}$. Mais $\frac{\text{ſin. tot.}}{\text{ſin. } 25^d\,50'} = \frac{GH}{KH}$, & puiſque (23) $\frac{GK}{GH} = c = 0,9$, il eſt aiſé de conclure que $\frac{GH}{KH}$ ou $\frac{\text{ſin. tot.}}{\text{ſin. } 25^d\,50'} = \frac{1}{\sqrt{1-c^2}} = \frac{1}{0,4} = 2,5$. Subſtituons, & nous aurons DG = 2,5 × GQ; ce qui nous fait voir que *la profondeur du baſſin inférieur eſt égale à deux fois & demie celle de la partie ſupérieure du courſier.*

Détermination des dimenſions de la partie ſupérieure du courſier. FIG. 37.

253. Cherchons à préſent les dimenſions de la partie ſupérieure du courſier. Sur la verticale AG (*fig.* 37) comme axe & d'un parametre égal au double de l'intenſité de la gravité naturelle (3), décrivons la parabole AEF, dont le ſommet ſoit à la ſurface de l'eau AB. Menons les ordonnées, CF, QE qui répondent aux extrémités de l'ouverture GH du courſier. La vîteſſe de l'eau étant la même, ſoit qu'elle s'échappe par un point quelconque, pris entre G & Q, ou par le point correſpondant pris ſur GH, les dépenſes par deux éléments correſpondans de ces deux lignes, ſeront comme ces éléments ou comme ces lignes, & conſéquemment les dépenſes totales ſeront dans le même rapport. Nous aurons donc : la dépenſe naturelle par GH, eſt à celle par GQ :: GH : GQ; c'eſt à-dire que la dépenſe par GH eſt égale à celle qui auroit lieu par GQ, multipliée par $\frac{GH}{GQ}$. Ne prenons d'abord qu'un élément vertical

de cette dépenſe. L'élément de la dépenſe natutelle par GQ, ſera = EFGQ, ainſi que nous avons vu (4); & celui de la dépenſe naturelle par GH, ſera = EFGQ × $\frac{GH}{GQ}$. Comme nous ne voulons qu'une approximarion, regardons EFGQ, comme un trapeze. Cette ſuppoſition n'eſt pas éloignée de la vériré, à cauſe de la grandeut du rayon de courbure de la parabole, & ſur-rout parceque l'angle NGM étant peu de choſe (23), ſon complément QGH, eſt fort grand; par conſéquent GH n'étant point & ne pouvant jamais être bien conſidérable, GQ ſera très petite, ainſi que l'arc correſpondant EF. Menons donc par le milieu K de GQ l'ordonnée KL: nous aurons EFGQ = GQ × KL, & l'élément de la dépenſe natutelle par GH deviendra = GH × KL.

Nommons a le tapport de la dépenſe effective à la dépenſe natutelle; AG, b; GH, z; le côté horiſontal de la ſection du courſier ſelon GH, y; l'intenſité de la gravité p; & la dépenſe m. Le ſinus total étant = 1, ſuivant ce que nous avons dit (252) *ſin.* QGH ſera = $\sqrt{1-c^2}$. On doit ſe ſouvenir (23), que dans l'uſage ordinaire $c = 0{,}9$. L'on aura $GQ = z\sqrt{1-c^2}$; $KL = \sqrt{2p(AG-\frac{1}{2}GQ)} = \sqrt{2p(b-\frac{1}{2}z\sqrt{1-c^2})}$; l'élément de la dépenſe effective par GH = a . GH . KL = $az\sqrt{2p(b-\frac{1}{2}z\sqrt{1-c^2})}$; & la dépenſe effective totale = ay. GH . KL = $ayz\sqrt{2p(b-\frac{1}{2}z\sqrt{1-c^2})} = m$, équation dans laquelle l'un des deux côtés y ou z eſt arbirraire. Ainſi l'on pourra prendre pour inconnu celui qu'on voudra, donnant à l'autre telle valeur qu'on jugera à propos.

Si l'on regardoit z comme l'inconnue, on ne pourtoit avoir ſa valeur que par une équation du troiſieme degré; au lieu qu'en ptenant y, ſa valeur ſe trouve par une ſimple équation du

premier degré. Donc puiſqu'il eſt indifférent de prendre l'une ou l'autre, comme on doit toujours avoir en vue de ſimplifier les opérations, on aura ſoin de choiſir le côté horiſontal pour inconnue, & de regarder l'autre comme connu. Alors on aura $y = \frac{m}{a z \sqrt{2p(b - \frac{1}{2}z\sqrt{1-c^2})}}$.

Nommant AD, g; nous aurons AG $= b =$ AD $+$ DG $= g + 2{,}5\,z$. Subſtituons cette valeur dans l'équation, & mettons $\frac{11}{16}$ pour a (6),30 pour p (3),& 0,4 pour $\sqrt{1-c^2}$ (23); après avoir fait les opérations indiquées, nous trouverons $y = \cdots\cdots\cdots$ $\frac{8m}{13z\sqrt{15(g+2{,}5z)}} = \frac{8m}{13\,GH\sqrt{15(AD+2{,}5GH)}}$. Ce ſera la valeur du côté horiſontal de l'orifice, ou celle de la largeur du courſier au ſortir du baſſin.

Moyen de mettre les deux dimenſions de la partie ſupérieure du courſier à peu-près dans un rapport d'égalité.

254. Il peut arriver qu'en ſuppoſant arbitrairement une certaine valeur à GH ou z, celle qu'on trouvera pour y lui ſoit trop diſproportionnée, & qu'elle ſoit beaucoup trop grande ou beaucoup trop petite. On remédiera à cet inconvénient en prenant une moyenne géométrique entre la valeur ſuppoſée à z, & celle qui a été trouvée pour y. Cette moyenne proportionnelle ſera la nouvelle valeur de z. On la ſubſtituera, & l'on recommencera le calcul précédent. Le réſultat donnera pour y une valeur beaucoup moins diſproportionnée.

Moyen de mettre ces mêmes dimenſions à peu-près dans un rapport donné.
Fig. 37.

255. On peut encore employer à-peu-près la même méthode pour mettre les deux côtés z & y dans un rapport qui approche d'un rapport donné. Suppoſons que l'on voulût avoir $z : y :: 1 : n$. Nommons x le côté GH ou z; le côté y ſera $= nx$; & la ſurface de l'orifice $= nx^2$. Or $nx^2 = yz$. Donc $x = \sqrt{\frac{yz}{n}}$; ce qui nous fait voir que pour lors *on prendra le produit de la valeur donnée à* z *par celle qu'on aura trouvée pour* y, *& l'ayant diviſé par* n, *on extraira la racine quarrée du quo-*

tient. Cette racine ſera la valeur qu'on doit ſuppoſer à z dans la nouvelle ſubſtitution qu'on fera.

256. Si les eaux, en entrant dans le courſiet, n'éprouvoient aucune contraction, leur vîteſſe ſeroit due à la preſſion des eaux ſupérieures, dont la ſurface ſeroit en A. Donc, puiſqu'elles en perdent une partie (6), en conſidérant le teſte comme un effet de la preſſion des eaux ſupérieures, indépendant de la contraction, la hauteur des eaux ſupérieures au deſſus du point G, ne ſera plus GA, mais GP < GA. Cherchons-en la valeur. Nous avons vu (253) que l'élément vertical de la dépenſe naturelle par GH, eſt = GH.KL. Celui de ſa dépenſe effective ſera donc = a.GH.KL. Décrivons une autre parabole PQ'R, de même paramêtre que la parabole AEF, mais dont le ſommet ne ſoit qu'en P, c'eſt-à-dire à une hauteur telle que ſi l'eau entroit dans le courſier ſans contraction & avec une vîteſſe exprimée par ſes ordonnées, la dépenſe naturelle ſous cette hauteur, fût égale à la dépenſe effective ſous la hauteur AG. Nous pourrons encore regarder l'élément vertical de la dépenſe naturelle par GH, ſous cette nouvelle hauteur comme exprimé par GH × KS. Donc puiſque la dépenſe naturelle, ſous la hauteur AP, doit être égale à la dépenſe effective ſous la hauteur AG, nous aurons l'équation GH × KS = a × GH × KL, ou KS = a × KL, & en élevant les deux membres au quarré $\overline{KS}^2 = a^2 \times \overline{KL}^2$. Or $\overline{KS}^2 = 2p \times PK = 2p\,(GP - \frac{1}{2}GQ)$; & $\overline{KL}^2 = 2p \times AK = 2p\,(AG - \frac{1}{2}GQ)$. Subſtituant & prenant la valeur de GP, nous trouverons $GP = a^2 \times AG + \frac{1}{2}GQ\,(1 - a^2)$. Dans le ſecond membre tout eſt connu : donc GP le ſera auſſi.

Hauteur naturelle de l'eau au-deſſus du fond du baſſin inférieur, & due à la viteſſe de l'eau à l'entrée du courſier. FIG. 37.

257. Prolongeons le fond NG du courſiet juſqu'à l'horiſontal PV menée par le point P. Puiſque la vîteſſe acquiſe en G ſeroit la même, ſoit que le fluide deſcendît par PG ou

Hauteur effective de l'eau au-deſſus du fond du baſſin inférieur, & due à la viteſſe de l'eau à l'entrée du courſier. FIG. 37.

ou par V G, ſi la gravité naturelle étoit la même que la gravité effective, nous pourrions ſuppoſer le courſier partir du point V, & regarder ce point ainſi que P, comme les points les plus hauts. Mais cela n'eſt pas ainſi. La gravité qui anime le fluide de P en G, eſt la gravité naturelle $= p$; & celle qui eſt cenſée l'animer pareillement ſelon la verticale, en admettant le frottement (23), eſt la gravité effective $= P' = Bp$. Ainſi $p : P' :: 1 : B$. Or ſelon la théorie de l'accélération, ſi un corps animé ſucceſſivement de diverſes gravités acquiert la même vîteſſe, les eſpaces qu'il parcourra ſeront réciproquement comme ces gravités. Donc en admettant la réſiſtance du frottement, ce ne ſera pas V G que le fluide doit parcourir pour acquérir la vîteſſe qu'il a en entrant dans le courſier; mais l'eſpace G X tel que l'on ait : $GX : GV :: p : P' :: 1 : B$. Menons par le point X l'horiſontal XT : GT ſera la hauteur effective au-deſſus du point G due à la vîteſſe de l'eau en entrant dans le courſier : & puiſqu'on a $GT : GP :: GX : GV :: 1 : B$, on tirera $GT = \frac{GP}{B}$. Or (23) dans l'uſage ordinaire $B = \frac{8}{9}$. Donc $GT = \frac{9}{8} GP$.

Comment on ramene la conſtruction à celle d'une machine ſans écluſe. FIG. 57.

258. Il ſuit de tout ce que nous venons de dire, que $AT = AG - \frac{9}{8} GP = AG - \frac{9}{8} (a^2 . AG + \frac{1}{2} GQ . \overline{1 - a^2}) = AG (1 - \frac{9}{8} a^2) - \frac{9}{16} GQ (1 - a^2)$. Mais (253) $AG = AD + DG = g + \frac{2}{\sqrt{1 - c^2}}$; & (253) $GQ = 2 \sqrt{1 - c^2}$. $\left(g + \frac{2}{\sqrt{1 - c^2}}\right)(1 - \frac{9}{8} a^2) - \frac{9}{16}$. Donc $AT = 2 \sqrt{1 - c^2} (1 - a^2)$; ou à cauſe que $a = \frac{11}{16}$ & $\sqrt{1 - c^2} = 0{,}4$, $AT = g . 0{,}26 + 2 . 0{,}57 = AD . 0{,}26 + GH . 0{,}57$. C'eſt la quantité dont la chûte, d'après laquelle on conſtruira la machine, eſt moindre que s'il n'y avoit pas contraction, ou ſi la machine devoit ſe mouvoir ſans écluſe. On la retranchera de la chûte abſolue, & le reſte ſera conſidéré comme la chûte abſolue qui convient à la machine que l'on aura à conſtruire. Le calcul ſera pour lors réduit

à

à celui d'une machine mue ſans écluſe, par une ſource dont on connoît la dépenſe & la chûte.

Comment on peut connoître l'effet d'une machine à écluſe.

259. La vîteſſe & les dimenſions de la machine étant déterminées par rapport à la ſurface de l'eau ſuppoſée au point le plus haut A, l'effet décroîtra à chaque inſtant, comme nous avons vu (249) à cauſe, 1°. que la force de l'eau diminuera; 2°. que ſa vîteſſe s'éloignera du rapport qu'elle doit avoir avec celle de la machine, pour le plus grand effet. Ainſi la détermination rigoureuſe de l'effet total qu'on doit attendre d'une machine mue par le moyen d'une écluſe, ſeroit extrêmement difficile. Mais dans la pratique, on peut trouver des méthodes d'approximation fort ſimples. Nous avons démontré (247), que les baſſins devoient être fort peu profonds. Cela étant, on juge bien que les différences entre les forces & les vîteſſes extrêmes de l'eau, ne ſeront pas grandes. Suppoſons donc qu'il n'y en ait aucune (91). L'effet ſera alors le même que ſi la machine ſe mouvoit d'un mouvement continu, d'où nous pourrons déduire cette régle générale. La dépenſe de l'écluſe eſt à celle de la ſource qui lui fournit, ce que l'effet calculé eſt à celui que la ſource produiroit dans le même temps d'un mouvement continu. Cette régle eſt fondée ſur le principe du n. 73, en ſuppoſant les chûtes égales.

Problême général. Fig. 31.

260. Suppoſons préſentement qu'on nous propoſe cette queſtion: on connoît la dépenſe & la chûte d'une ſource qu'on deſtine à mouvoir une machine d'une eſpece donnée, & dont l'arbre ſur lequel le poids agira, doit faire un nombre déterminé de révolutions par ſeconde. La moindre machine de même eſpece exige une dépenſe & une chûte relative dont le produit eſt donné. Il s'agit de trouver; 1°. ſi la machine ſe mouvra ſans interruption, ou ſi elle aura beſoin d'une écluſe; 2°. ſi elle ſera ſimple ou compoſée; 3°. quelles ſeront ſes dimenſions néceſſaires au plus grand effet, & quelle ſera la valeur de cet effet.

Solution. Avant toutes choſes, on déterminera la moindre largeur du courſier de décharge, par les méthodes des n. 227 & 228, pour avoir la valeur de $k = SQ$ (*fig.* 31). Cette valeur trouvée, on l'ajoûtera à celle de mQ, qui eſt auſſi cenſée connue (139); & retranchant la ſomme de la chûte abſolue dS, on regardera pour un moment le reſte dm comme la chûte relative (237).

On multipliera dm par la dépenſe de la ſource, & par la méthode du n. 244, on s'aſſurera ſi la machine ſe mouvra d'un mouvement continu; ou ſi l'on ſera obligé d'employer une écluſe. Examinons le premier cas.

Par la formule du n. 153, on reconnoîtra ſi l'on doit employer une machine ſimple ou une machine à engrénage, & dans le premier cas, quel doit être à-peu-près le rapport des côtés de la ſection du courant au bas du courſier.

Par les formules du n. 237, on trouvera la largeur du courſier & la profondeur de l'eau au bas de la chûte; & par celle du n. 241, on trouvera la largeur de ſa partie ſupérieure.

La profondeur du courant au bas du courſier étant connue, on trouvera par la méthode du n. 239, la véritable chûte relative d'après laquelle on doit faire le calcul de la machine.

Suppoſons d'abord la machine ſimple, & telle qu'elle eſt repréſentée par la fig. 24, ou par la fig. 25. Dans l'un & l'autre cas, on trouvera le rayon moyen de la roue par la formule du n. 147. Quant au poids enlevé, on le trouvera dans le premier cas par la formule du n. 158, ou par celle du n. 162, ſi l'on veut ſe contenter d'une approximation; & dans le ſecond, on ſe ſervira de la formule du n. 165, ou de celle du n. 167 pour la même raiſon.

Suppoſons à préſent que la machine ſoit à engrénage, & repréſentée par la fig. 28 ou par la fig. 29. Dans l'un & l'autre cas, nous trouverons le rayon moyen du rouet ou du hériſſon, par la ſeconde formule du n. 176 ou 180. Dans le premier cas, le poids enlevé ſera déterminé par la formule du n. 173 ou par celle du

n. 177, ſi une ſimple approximation ſuffit; & dans le ſecond cas, il le ſera par celle du n. 179, ou par celle du n. 182.

On doit obſerver dans la conſtruction ce que nous avons dit au ſujet de l'inclinaiſon des ailes (126—129), de leur biſeau (131) & de leur débordement (133—138).

Si par la méthode du n. 244 on trouvoit que la machine mue ſans interruption, fût trop petite, on ſe ſerviroit d'une écluſe. On donnera au baſſin ſupérieur le moins de profondeur qu'on pourra (248). La dépenſe de l'écluſe ſera déterminée par le n. 251. On trouvera la largeur de la partie ſupérieure du courſier par les n. 253—255; la profondeur du baſſin inférieur par la régle du n. 252; & la chûte abſolue par le n. 258. Le reſte de la conſtruction ſera le même que ſi la machine ſe mouvoit ſans écluſe. Enfin on déterminera la valeur de l'effet par la proportion du n. 259.

On ne doit pas perdre de vue que, ſoit que la machine ſe meuve ſans interruption, ſoit qu'elle ait beſoin d'une écluſe, le courſier ſe conſtruit toujours ainſi que nous avons dit (232—235). V. les exemples numériques dans la troiſieme partie.

Concluſion de la premiere partie.

261. Telle eſt la véritable théorie de la conſtruction la plus avantageuſe des machines hydrauliques, mues par la ſeule impulſion de l'eau. Dans l'application que nous allons faire de ces principes aux moulins à bled, nous aurons occaſion de rencontrer d'autres machines plus compliquées que celles que nous avons vues, & qui nous convaincront toujours de plus en plus de la néceſſité d'employer, par préférence, les machines les plus ſimples, comme étant les plus parfaites. On ſe laiſſe ſouvent éblouir à l'aſpect d'une machine, par le moyen de laquelle on enleve des poids incomparablement ſupérieurs à la force motrice. Mais le preſtige ceſſera bientôt quand on fera attention qu'abſtraction faite des frottements toujours très conſidérables dans les machines compliquées, on perd du côté de la vîteſſe ce qu'on gagne du côté de la maſſe: car (61), l'effet doit ſe meſurer par

la maſſe enlevée & par ſa vîteſſe. Et que ſera-ce quand on verra qu'une partie de la force eſt détruite par la réſiſtance des frottements produits par les preſſions verticales & latérales? Ainſi, le dernier principe que nous établiſſons dans cette partie, & qui eſt le réſultat de tous ceux qui précédent, eſt *d'employer autant qu'on pourra des machines ſimples ; & quand on les compoſera, que ce ne ſoit qu'avec le moins d'appareil poſſible, & que lorſqu'on y ſera forcé par les circonſtances.*

ESSAI
SUR LA MANIERE DE CONSTRUIRE LES MACHINES HYDRAULIQUES, ET EN PARTICULIER LES MOULINS A BLED.

SECONDE PARTIE.
De la conſtruction des Moulins à bled.

262. DANS cette partie nous traiterons ſeulement des moulins ſimples & des moulins à un & à deux engrénages. Si le nombre d'engrénages devoit être plus grand, les procédés que nous ſuivrons, indiqueront la maniere d'en faire le calcul. La théorie que nous allons donner, n'eſt autre choſe que la ſolution de ce problême : *connoiſſant la dépenſe & la chûte d'un courant, ou ſa vîteſſe & la ſurface choquée, trouver les dimenſions des différentes pieces d'un moulin qui produiſe le plus grand & le meilleur effet poſſible.* Pour traiter ce ſujet avec ordre, nous diviſerons cette partie en trois ſections. Dans la premiere nous traiterons des propriétés des meules & de leur action ſur le bled. Dans la ſeconde nous examinerons les loix générales des moulins ſimples & compoſés; & dans la troiſieme, après avoir rapporté les expériences que nous avons faites, nous en appliquerons les réſultats à la théorie générale, & nous en déduirons les régles néceſſaires pour la meilleure conſtruction des moulins.

SECTION I.
Des Meules & de leur action ſur le bled.

263. TOUT le monde ſait que les moulins à bled ſont compoſés de deux meules de même diametre poſées horiſontalement l'une ſur l'autre. Il n'y a que la ſupérieure qui ſoit

Deſcription abrégée des moulins à bled. FIG. 38.

mobile, & qui puiſſe tourner ſur l'axe commun, tandis que l'inférieure eſt immobile : c'eſt pour cela qu'on appelle celle-ci *meule giſante*. Faiſons paſſer un plan vertical par l'axe ; nous engendrerons la fig. 38, dans laquelle AB eſt la ſection de l'arbre vertical, CDEFGH eſt celle de la meule giſante, & CIKFLM eſt celle de la meule tournante. L'arbre vertical paſſe à travers la meule giſante, & porte à ſon extrémité ſupérieure la meule mobile à laquelle il eſt fixé, & avec laquelle il tourne. Dans les moulins ſimples cet arbre a une roue à aubes, ſur laquelle l'eau agit immédiatement. Dans les moulins compoſés au lieu d'une roue il y a une lanterne dont les fuſeaux ſont engrénés par les dents d'un rouet. L'extrémité inférieure B de cet arbre eſt portée ſur un pivot placé dans une crapaudine qui eſt encaſtrée dans un pallier, dont la ſection eſt repréſentée par N O. La figure, tant du pivot que de la crapaudine, eſt ſouvent cylindrique. Nous avons marqué (161), que pour diminuer le frottement, il convient d'arrondir la partie inférieure du pivot, ou de lui donner la figure d'un cône tronqué renverſé. La forme du pivot déterminera celle de la crapaudine. Le pallier N O eſt une piece de bois qui doit être aſſez forte pour porter l'arbre & la meule, & qui en même temps doit avoir un certain degré d'élaſticité, & obéir juſqu'à un certain point au poids dont il eſt chargé, ainſi que nous verrons bientôt. La meule giſante eſt taillée en relief CHGF, au lieu que la ſupérieure eſt creuſe dans ſa partie inférieure CMLF ; ce qui forme deux cônes, dont les axes ſe trouvent ſur la même ligne, & les ſommets tournés du même côté ; mais dont l'un eſt plein, ſavoir CHGF, & l'autre CMLF eſt vuide. Le relief G N de la meule giſante eſt arbitraire : ordinairement il eſt au-deſſous d'un pouce. Les ſurfaces de ces deux cônes ſe rapprochent continuellement & s'uniſſent ſenſiblement à la circonférence C, en formant un angle MCH dont la grandeur eſt déterminée par certaines conditions que nous verrons plus bas. C'eſt dans cet angle que s'inſinue & qu'eſt pulvériſé le grain qui tombe de la trémie.

264. Les deux meules ont chacune au centre une ouverture circulaire, plus grande, pour l'ordinaire, dans la meule tournante, que dans la meule giſante. Dans celle-ci il ſuffit qu'elle ſoit aſſez grande pour que l'arbre puiſſe y paſſer & s'y mouvoir ſur ſon axe, ſans éprouver de frottement. Dans la meule ſupérieure, cette ouverture eſt deſtinée à recevoir l'arbre, & à donner paſſage aux grains qui tombent de la trémie. Cette ouverture s'appelle *l'œil de la meule*, & dans la meule tournante, ſon diametre eſt ordinairement entre 8 & 14 pouces. L'épaiſſeur de la meule giſante eſt arbitraire, à cauſe qu'elle n'eſt deſtinée qu'à ſervir de point d'appui à la preſſion de la meule ſupérieure, dont les dimenſions ſont relatives au poids, ainſi que nous verrons dans la ſuite.

Les ſurfaces frottantes des meules doivent être âpres & raboteuſes. FIG. 32.

265. Pour trouver la véritable théorie des moulins à bled, il n'y a qu'à ſuivre le mouvement de la meule tournante. Si les meules étoient liſſes comme des plaques de marbre bien polies, les grains inſinués dans le vuide CMLFGH, ſeroient écraſés par la preſſion de la meule ſupérieure; mais, leur enveloppe n'étant pas tout-à-fait rompue, leurs parties déſunies reſteroient en dedans; l'enſemble prendroit une forme applatie, & la meule tournante ne feroit que gliſſer ſur tous ces grains écraſés, ſans pouvoir les pulvériſer, du moins ſenſiblement, ni leur communiquer une force centrifuge capable de les pouſſer vers la circonférence en C & F, & de les chaſſer au dehors: car elle n'exerceroit ſur eux qu'une preſſion verticale, tandis que pour les éloigner du centre il faudroit une impulſion horiſontale, laquelle eſt impoſſible dans notre hypothèſe, puiſque, les ſurfaces, étant ſuppoſées ſans inégalités, elle ne peut avoir ſur eux aucune priſe dans ce ſens. Si au contraire les ſurfaces ſont âpres & raboteuſes, les parties ſaillantes de la meule ſupérieure accrocheront les grains écraſés, & les pouſſeront horiſontalement, tandis que celles de la meule giſante les arrêtant par devant, forceront leurs enveloppes à ſe déchirer, & leurs parties à ſe

ſéparer. Ces parties ſe ſépareront en effet, & recevront une force centrifuge qui les chaſſera vers la circonférence où elles acquerront leur dernier degré de ténuité. Ainſi *il eſt néceſſaire que les ſurfaces frottantes des meules ſoient hériſſées d'inégalités*, & par conſéquent *qu'on pique les meules lorſque les parties ſaillantes ſont émouſſées.*

L'âpreté des ſurfaces doit produire un mouvement d'oſcillation dans la meule tournante.

FIG. 39.

266. Soient ABC, CDE (*fig.* 39), deux cavités conſécutives de la meule giſante, FGH une partie ſaillante de la meule tournante, & EK l'intervalle qui les ſépare en cet endroit dans l'état de repos. Suppoſons que le mouvement ſe faſſe de A vers E, & que la pointe FGH choque le grain L. Comme il y a un grand nombre de grains choqués en même temps, & de la même maniere par d'autres parties ſaillantes ſemblables, que le choc ne paſſe pas par le centre, & que la direction n'eſt point perpendiculaire à la ſurface ſur laquelle le grain repoſe, ce grain pourra, conjointement avec les autres, oppoſer aſſez de réſiſtance à la meule pour n'être pas écraſé, & ſon centre n'étant pas arrêté, il roulera le long du plan BC, & prendra la poſition L', tandis que la pointe FGH prendra celle F'G'H' ou à-peu-près. La meule ſera donc ſoulevée d'environ la quantité KM. Mais la pointe F'G'H' tranſportée vers M, par le mouvement de rotation, n'étant plus ſoutenue, deſcendra d'un mouvement accéléré, & tombant ſur L' qui aura pris la poſition L'', ou ſur celui qui occupera la cavité CDE, elle acquerra par ſa chûte une force incomparablement plus grande que la force de preſſion, & l'écraſera ainſi que tous ceux qui ſeront expoſés à ce choc.

Cependant il ne faudroit pas croire que tous les grains qui ſe trouveront ſur la couronne de preſſion fuſſent écraſés par cette chûte, ni que tous ceux qui le ſeront, ne le fuſſent que par ce moyen. Car 1°. il eſt évident qu'il y aura toujours pluſieurs cavités de la meule ſupérieure qui correſpondront à celles de la meule inférieure, & par conſéquent les grains qui ſeront dans celles-ci,

celles-ci, ne pourront point être écraſés; 2°. les cavités ABC peuvent être configurées de façon que B C arrêtant le grain le force à être écraſé par la ſeule action horiſontale de la meule ſupérieure.

Après la chûte de la meule, les grains qui n'auront pas été écraſés recevront le même choc que le grain L, & ſouleveront de nouveau la meule pour être écraſés à leur tour, & pour en faire écraſer d'autres par une nouvelle chûte. Pendant que la meule ſera ſoulevée par l'action des grains L, les pointes plus voiſines du centre communiqueront aux grains correſpondans, une force centrifuge qui les obligera à venir remplacer les grains écraſés, que la même force a pareillement entraînés plus loin. Ces nouveaux grains feront donc les mêmes fonctions que les précédents. Ce que nous venons de dire de la réſiſtance des grains doit auſſi s'appliquer à leurs parties, qui, à quelque choſe près, agiront auſſi de la même façon, & concourront, avec les grains entiers, à la production du même effet. Donc *l'âpreté des ſurfaces doit néceſſairement produire dans la meule ſupérieure un mouvement d'oſcillation ſelon la verticale.*

Le pallier doit être élaſtique.

267. Les grains entiers ayant été écraſés & concaſſés avec leurs parties les plus dures, par le mouvement d'oſcillation, ne doivent plus oppoſer qu'une foible réſiſtance à l'action horiſontale dont nous avons parlé (265). C'eſt donc déjà un grand avantage que produit ce mouvement. Mais lorſqu'il eſt joint à l'élaſticité du pallier, il en réſulte un autre avantage, à tous égards, plus grand & plus eſſentiel. Car alors une partie de la force de la chûte ſe communiquant au pallier, il eſt obligé de plier, & permet, par ce moyen, aux meules de s'approcher le plus qu'il eſt poſſible l'une de l'autre. Elles s'approchent en effet, & même elles ſe toucheroient vers les bords, ſi ce n'étoit l'interpoſition de la farine qui acquiert par-là le plus grand degré de ténuité, dont elle eſt ſuſceptible. Cela ne pourroit pas arriver ſi le pallier étoit inflexible. L'intervalle qui ſéparetoit les meules

vers les bords ſeroit trop grand, quelque précaution qu'on prît d'ailleurs, & la farine ſortiroit âpre & groſſiere, ainſi que l'a obſervé M. Bélidor (*Arch. hyd.* 638). D'ailleurs les expériences que j'ai faites ont confirmé ſon obſervation. Donc, *afin que la farine acquiere le plus grand degré poſſible de ténuité, il faut que le pallier ſoit élaſtique, & qu'il obéiſſe au mouvement d'oſcillation de la meule.*

La ſection du pallier eſt comme le poids de l'équipage de la meule.

268. Nous avons démontré (205), que toutes choſes d'ailleurs égales la ſection d'un fuſeau eſt proportionnelle à ſa force. Si nous ſuppoſons les palliers de même nature & de même longueur ou à-peu-près, nous conclurons pareillement que leur ſection ſuit la même loi. Mais la force du pallier doit auſſi être proportionnelle au poids dont il eſt chargé, c'eſt-à dire au poids de l'équipage de la meule. Donc *la ſection du pallier ſera comme ce poids*, & par conſéquent cette ſection étant connue pour un équipage d'un poids donné, il ſera aiſé d'avoir, par une ſimple regle de trois, celle qui convient à tout autre pallier deſtiné à ſoutenir un équipage d'un poids déterminé.

La réſiſtance du bled peut ſe rapporter à celle du frottement.

269. Par ce que nous avons dit (266), on voit qu'à bien conſidérer les choſes, la réſiſtance du bled ſous la meule doit ſe rapporter, à peu de choſe près, à celle du frottement d'un corps qui ſe meut ſur un autre. Car, dans le frottement ordinaire, la réſiſtance ſe meſure par l'action d'un corps qui fait effort pour briſer ou plier, ou ſurmonter les parties ſaillantes d'un autre corps. Or il n'eſt queſtion ici d'autre choſe que de vaincre; 1°. la réſiſtance des grains entiers, & de leurs parties qui ſoulevent la meule & la forcent à les écraſer par ſon mouvement d'oſcillation; 2°. celle que ces mêmes grains & leurs parties oppoſent à l'action horiſontale, pour être entièrement pulvériſés. Donc puiſque dans le frottement ordinaire la réſiſtance eſt toujours dans un rapport déterminé avec la preſſion, il en ſera de même de celle dont nous parlons, & par conſéquent connoiſſant ce rapport & le degré de preſſion, nous

connoîtrons auſſi la réſiſtance. Mais il faut obſerver que la preſſion qui ſe meſure par le poids du corps dans le frottement ordinaire, eſt moindre dans les moulins à bled, à cauſe que l'équipage de la meule étant ſoutenu juſqu'à un certain point par le pallier, ne doit preſſer le bled qu'en vertu d'une partie de ſon poids, laquelle nous appellons *poids relatif*. Ainſi la réſiſtance du bled rapportée au frottement ordinaire, ſera moindre que celle qui réſulteroit du poids abſolu, & d'autant moindre que le poids relatif deviendra plus petit, c'eſt-à-dire, que le pallier ſera ſoutenu à une plus grande hauteur; au lieu qu'elle augmentera lorſqu'on abaiſſera le pallier. Donc quand on voudra connoître le rapport de la réſiſtance du bled au poids de l'équipage de la meule, pour fixer cette théorie, il faudra ſuppoſer le pallier ſoutenu conſtamment à la même hauteur, laquelle dans les meules d'une certaine grandeur, donne de la farine qui a toute la ténuité qu'on peut exiger.

270. Tranſportons le côté BC de la cavité ABC (*fig.* 39), en BC (*fig.* 40). Soit AF la force que la meule acquiert par la chûte, & AE la portion de la force horiſontale qui agit ſur le bled. La diagonale AD ſera la réſultante de ces deux actions. Décompoſons la en DI & AI. Cette derniere étant ſuppoſée perpendiculaire à BC ſera la véritable action de la meule ſur les grains, & les parties de grains qui ſe trouveront ſur BC. Suppoſons que AF s'anéantiſſe, & que AE devienne AK. L'action relative AI de la meule, ſur les grains répandus le long de BC, ſera encore la même. Or AF ne diminue qu'avec le poids de la meule. Donc *ſi le poids de la meule diminue, on pourra produire le même effet qu'auparavant, en augmentant ſa viteſſe de rotation.*

Le poids de la meule diminuant, on peut produire le même effet en augmentant ſa viteſſe.
FIG. 40.

271. Si deux ſurfaces gliſſent l'une ſur l'autre, il en réſultera un degré de chaleur d'autant plus conſidérable que la viteſſe & la preſſion ſeront plus grandes. Lorſqu'une meule diminue, la preſſion & la chaleur doivent diminuer auſſi; mais en aug-

Pour produire le même effet, il faut conſerver le même poids & la même viteſſe à la meule.
FIG. 40.

mentant la vîteſſe de rotation, on augmente cette derniere. D'ailleurs la vîteſſe devenant trop forte, une partie de la farine animée d'une trop grande force centrifuge, ſe diſſipe comme de la pouſſiere. Ainſi, en pareil cas, ce n'eſt pas en augmentant la vîteſſe qu'on doit tâcher de produire le même effet, mais plutôt en augmentant AF ou la force de preſſion; c'eſt à-dire, en réparant la perte du poids de la meule. Donc *la vîteſſe de la meule étant ſuppoſée conſtante, pour produire conſtamment le même effet, il faut lui conſerver le même poids.*

Le degré de preſſion convenable à la bonne farine, ne doit jamais augmenter.

FIG. 39.

272. La pointe FGH (*fig.* 39) de la meule ſupérieure, ne pourra prendre la poſition F'G'H' ſans fouler les grains & les parties de grains qui ſe trouveront ſur BC, & de cette nouvelle poſition, elle ne pourra venir choquer L'' ou les parties de grains qui ſeront ſur DE, ſans fouler en deſcendant tout ce qui ſe trouvera ſur CD. Ainſi, tous les grains de la couronne de preſſion ſeront foulés par la meule ſupérieure. Or, d'après ce que nous venons de dire (271), elle ne peut les fouler ſans occaſionner un certain degré de chaleur qui, toutes choſes d'ailleurs égales, ſera d'autant plus grand que la preſſion ſera plus grande; & plus la preſſion ſera grande, plus auſſi la réſiſtance augmentera. Donc ſi la preſſion eſt trop grande, on brûlera la farine, & l'on ſe privera à pure perte d'une partie de la force qui ſera employée à vaincre l'excès de réſiſtance qu'elle occaſionnera: par conſéquent *lorſqu'on aura trouvé un degré de preſſion convenable, il faudra tailler les meules de façon que ce degré ne ſoit jamais plus grand.*

Ce même degré ne doit jamais diminuer.

273. Il ne ſeroit pas moins déſavantageux que ce degré fût trop petit, ou que le poids de la meule ne fût pas aſſez conſidérable, eû égard à l'étendue de la couronne de preſſion; 1°. à cauſe que par ſon mouvement d'oſcillation, la meule écraſe les grains, & les parties les plus dures dont elle facilite la trituration (266); 2°. parce que forçant par-là le pallier à plier, elle procure à la farine toute la ténuité dont elle eſt ſuſcep-

tible (267). Or rien de tout cela n'arriveroit, ou du moins ces effets ne ſeroient produits qu'imparfaitement, ſi le poids de la meule étoit trop petit. Donc *le degré de preſſion convenable ne doit jamais diminuer.*

La couronne de preſſion doit être proportionnelle au poids de l'équipage de la meule.

274 La quantité de bled que la couronne de preſſion contiendra, ſera proportionnelle à la ſurface de cette couronne. Mais afin que chaque grain ſoit conſtamment preſſé avec la même force, il faut que le poids comprimant ſoit proportionnel au nombre de parties comprimées, c'eſt-à-dire, à la quantité de bled qui ſe trouve ſur la couronne de preſſion. Donc *pour avoir conſtamment le même degré de preſſion, la couronne de preſſion doit être proportionnelle au poids de l'équipage de la meule.* Je dis *au poids de l'équipage*, à cauſe que la meule & ſon arbre étant joints enſemble, preſſent les grains à-peu-près de la même façon que ſi le poids de l'arbre étoit uniformément répandu ſur la meule.

La grandeur de la couronne & le poids de l'équipage doivent être iovariables.

275. Puiſque la couronne de preſſion doit être proportionnelle au poids de l'équipage de la meule, il s'enſuit que le poids des meules diminuant continuellement, ſi l'on ne répare pas cette perte, la couronne de preſſion doit décroître dans le même rapport. Mais on voit en même temps qu'on ceſſera de produire la plus grande quantité & la meilleure qualité de farine. Car 1°. le poids diminuant, la réſiſtance diminuera auſſi, & le rapport de la vîteſſe abſolue à la vîteſſe relative du fluide, ſera plus grand que celui qu'exige le plus grand effet; 2°. la vîteſſe de la meule devenant trop grande, on tombe dans l'inconvénient dont nous avons parlé ci-deſſus (271). Si l'on ne diminuoit pas la couronne, la farine deviendroit toujours plus groſſiere, à cauſe que la force verticale ſeroit continuellement moindre qu'il ne faudroit pour écraſer le bled & en faciliter la trituration (266); donc, conformément à ce que nous avons dit (271), *il faut laiſſer la couronne telle qu'elle eſt, & conſerver le même poids à la meule.*

La réſiſtance du bled eſt ſenſiblement comme la force horiſontale détruite.

276. AF & AE (*fig.* 40), repréſentant deux forces qui ont pour facteur commun le poids de l'équipage de la meule (270),

FIG. 40.

nous devons avoir la proportion ſuivante : A F eſt à A E, comme la vîteſſe due à une hauteur moindre que le diametre d'un grain de bled (266), eſt à celle de la meule qui eſt détruite par les réſiſtances. Mais la premiere eſt incomparablement moindre que la ſeconde. Donc nous pouvons regarder A D comme étant = A E, & dire qu'*on aura ſenſiblement la réſiſtance du bled proportionnelle à* A E, c'eſt-dire, *à la force horiſontale détruite.*

Il en eſt de même de la couronne de preſſion.

277. La réſiſtance du bled eſt proportionnelle à ſa quantité. Or (274) la quantité de bled eſt proportionnelle à la ſurface de la couronne de preſſion. Donc *la ſurface de la couronne de preſſion ſera auſſi ſenſiblement proportionnelle à la force horiſontale détruite par les réſiſtances* (276).

Le poids de l'équipage eſt comme la réſiſtance du bled.

278. Nous avons vu (274), que la couronne de preſſion doit être proportionnelle au poids de l'équipage de la meule. Mais (277), elle eſt auſſi proportionelle à la réſiſtance. Donc *le poids de l'équipage de la meule ſera proportionnel à la réſiſtance du bled.*

Conſéquence qui en réſulte.

279. De ce que le poids de l'équipage, & la réſiſtance du bled ſeront dans un rapport conſtant, il ſuit que *pour avoir la réſiſtance, il faudra diviſer le poids de l'équipage par une quantité conſtante.*

La réſiſtance du bled eſt indépendante de la viteſſe de la meule.

280. On peut demander ſi la réſiſtance du bled variera en faiſant varier la vîteſſe de la meule. Si cette vîteſſe devient, par exemple, double ou triple, la meule aura à broyer deux ou trois fois plus de bled : mais d'un autre côté, l'augmentation de vîteſſe lui a donné deux ou trois fois plus de force. Ainſi il y a compenſation, & nous pouvons conclure que, toutes choſes d'ailleurs égales, *la réſiſtance du bled eſt indépendante de la vîteſſe de la meule ;* ce qui eſt conforme à l'expérience, ainſi que nous le verrons plus bas.

La réſiſtance du bled doit être moindre ſous une grande meule que ſous une petite.

281. Mais cette réſiſtance n'éprouvera-t-elle aucune variation dans ſon rapport avec le poids de l'équipage, en faiſant varier ce poids, & lui ſera-t-elle toujours proportionnelle, ainſi que nous

l'avons démontré (278)? Toutes choſes d'ailleurs égales, plus la meule diminuera, plus la réſiſtance augmentera. Car (274) la couronne de preſſion étant proporrionnelle aupoids, elle ſera plus ou moins grande ſelon le poids de l'équipage. Mais lorſque la couronne a une cettaine largeur, les grains entiers & les parties qui oppoſent le plus de réſiſtance pat leur dureté, ne ſont que vers le bord intérieur, tandis qu'à une certaine diſtance vers le botd extérieur, il n'y a que des parties qui n'oppoſent preſque aucune réſiſtance, ſoit à raiſon de leut petiteſſe qui les ſouſtrait à l'action de la meule, ſoit à raiſon du peu d'union des molécules qui le compoſent, union qui doit être d'autant moindre qu'elles auront eſſuié un plus grand nombre de ſecouſſes, ou qu'elles ſeront plus éloignés du centre: au lieu que quand la coutonne eſt étroite, les parties qui ſont vers la circonférence extérieure ſont preſque auſſi dures que les grains entiers, tant à cauſe du petit nombte de ſecouſſes qu'elles auront reçues, ſelon l'horiſontale, qu'à cauſe qu'elles n'auront pas pu être aſſez concaſſées par le mouvement d'oſcillation d'un trop petit équipage. Donc le grain & ſes parties oppoſeront plus de réſiſtance ſur une petite couronne que ſur une grande, c'eſt-à-dire que, toutes choſes d'ailleurs égales, *la réſiſtance du bled ſera moindre ſous une grande meule que ſous une petite.*

Conſéquence qui en réſulte.

282. De cette propoſition, il ſuit que toute grandeur ne convient pas aux meules, & qu'il y a un terme au-deſſous duquel on ne doit pas deſcendre. Nous vertons ailleurs comment on doit le déterminer.

Le bras de levier moyen d'une meule, eſt égal aux $\frac{2}{3}$ de ſon rayon.

283. Puiſque c'eſt particulièrement l'action horiſontale de la meule qui ſurmonte les réſiſtances (276), cherchons ſon bras de levier moyen. Pour cela propoſons-nous de trouver le centte d'impreſſion d'un ſecteur élémentaire CAB (*fig.* 41), qui tourne autour du centre C.

FIG. 41.

Soit $CA = b$; la vîteſſe en $A = v$; $CG = x$; $GI = dx$; & le rapport de la circonfétence au rayon $= c$. Nous aurons

la circonférence dont le rayon eſt CG exprimée par cx, & l'élément GH de cette circonférence $= cdx$. L'élément GHKI de la couronne, ſera $=$ GH . GI $= cdx^2$; la viteſſe en G $= \frac{vx}{b}$; la force de l'élément GHKI $= \frac{cv}{b} . xdx^2$, & ſon moment $= \frac{cv}{b} . x^2dx^2$. Donc la diſtance du point C au centre d'impreſſion ſera $= \frac{\int \frac{cv}{b} . x^2dx^2}{\int \frac{cv}{b} . xdx^2} = \frac{2}{3}x = \frac{2}{3}$ CA; c'eſt-à-dire que la diſtance du centre du ſecteur élémentaire qui tourne au tour de ce point à ſon centre d'impreſſion, eſt égale aux deux tiers du rayon. Et puiſque la même choſe a lieu par rapport à tous les ſecteurs qui compoſent la meule, nous concluons que *le bras de levier moyen de la meule eſt égal aux $\frac{2}{3}$ de ſon rayon.*

A quelle diſtance du centre le bled doit-il être écraſé ? Fig. 42.

284. Examinons à préſent à quelle diſtance CE (*fig.* 42) du centre C, le bled doit commencer à être écraſé. Le grain s'inſinuant entre les deux meules, ſera d'abord écraſé dans la caſe 1. Entraîné par le mouvement de rotation de la meule ſupérieure, il ſera diviſé en un grand nombre de parties (265), & emporté dans une caſe égale à la caſe 2, mais dont la diagonale ajoutée bout-à-bout à celle de la caſe 1, forme l'élément d'une ſpirale. Comme il ne nous importe de connoître que ſes différentes diſtances du centre, nous ſuppoſerons que ces parties parcourent ſucceſſivement les caſes 1, 2, 3, &c. ſituées ſur le rayon CB. L'expérience nous apprend que ſur ce grand nombre de parties qui ſe trouvent dans la caſe 2, il n'y en aura que très peu qui ſoient aſſez grandes pour y être broyées & y oppoſer quelque réſiſtance à l'action de la meule, & que toutes choſes égales d'ailleurs cette réſiſtance des parties intérieures du grain, ſera beaucoup moindre que celle du grain entier. Quant aux autres, le plus grand nombre aura déjà acquis un degré de ténuité, qui les ſouſtraira à l'action de la meule juſqu'à la circonférence, & ce qui reſtera ſera de différentes grandeurs, & pulvériſé

vérifé à différentes diſtances du centre ; mais de façon que la réſiſtance ira toujours en décroiſſant, ſoit par le petit nombre de molécules réſiſtantes, qui ſe trouveront dans chaque caſe, ſoit par le peu d'union qu'auront entre elles les parties qui les compoſeront. Car, comme nous l'avons déjà remarqué (281), l'adhéſion diminue d'autant plus que le grain & ſes parties auront eſſuié plus de ſecouſſes, & le nombre de ſecouſſes ſera d'autant plus grand que les parties ſeront plus voiſines de la circonférence extérieure.

L'on voit donc que la réſiſtance eſt la plus grande au point où le grain eſt écraſé, & qu'elle devient toujours moindre à meſure qu'on s'éloigne du centre. Aux différents points de la partie EB élevons les perpendiculaires EF, AG, BH, telles qu'elles repréſentent les réſiſtances aux points correſpondants. Elles ſeront les ordonnées d'une ligne. Mais de quelle nature ſera-t-elle ? Il faudroit connoître la loi que ſuivent les réſiſtances, & que les expériences les plus réitérées n'indiqueront jamais que d'une maniere fort imparfaite. Quoi qu'il en ſoit, la réſultante de toutes ces réſiſtances paſſera par le centre de graviré de la figure EFGHB : & comme la réſultante des forces de rotation de la meule paſſe par les $\frac{2}{3}$ du rayon (283), il faudra oppoſer directement ces deux forces, & faire en ſorte que l'ordonnée qui paſſera par le centre de gravité de la figure des réſiſtances, paſſe auſſi par les $\frac{2}{3}$ du rayon. Tirons la droite FQH. La différence du trapeze, à la figure des réſiſtances, ſera aſſez petite pour que les ordonnées qui paſſeront par leurs centres de gravité, ſoient à une très-petite diſtance l'une de l'autre. On pourra donc, dans la pratique, prendre l'une de ces deux figures pour l'autre, ſans craindre d'erreur ſenſible. Alors il ſuffira de connoître le rapport des réſiſtances extrêmes EF, BH, & l'on opérera comme il ſuit.

Soit $AB = \frac{1}{3} CB = g$; $AE = x$; $EF = a$; $BH = am$. Les triangles ſemblables HDF, HSQ donneront $QS = ag \times$

$\frac{1-m}{g+x}$. Donc $AQ = a \times \frac{g+mx}{g+x}$; $EFQA = \overline{EF+AQ} \times \frac{AE}{2} = \frac{2g+x.\overline{m+1}}{g+x} \times \frac{ax}{2}$; & $AQHB = \overline{BH+AQ} \times \frac{AB}{2} = \frac{2mx+g.\overline{m+1}}{g+x} \times \frac{ag}{2}$: & puiſque AQ doit paſſer par le centre de gravité du trapeze, nous aurons $EFQA = AQHB$, c'eſt-à-dire, $\frac{2g+x.\overline{m+1}}{g+x} \times \frac{ax}{2} = \frac{2mx+g.\overline{m+1}}{g+x} \times \frac{ag}{2}$, équation de laquelle nous tirerons $x = AE = \frac{g}{m+1}(m-1 \pm \sqrt{2.m^2+1})$. Donc $CE = 2g - \frac{g}{m+1}(m-1 \pm \sqrt{2.m^2+1}) = CB \times \frac{1}{3}[2 - \frac{1}{m+1}(m-1 \pm \sqrt{2.m^2+1})]$.

285. Puiſque EF & BH ſont reſpectivement les réſiſtances du grain entier & de la farine parvenue au plus grand degré de ténuité, elles ſont dans un rapport conſtant. Donc, m qui eſt $= \frac{BH}{EF}$ ſera conſtante de même que tout le multiplicateur de CB dans la formule précédente, c'eſt-à-dire $\frac{1}{3}[2 - \frac{1}{m+1}(m-1 \pm \sqrt{2.m^2+1})]$.

La couronne de preſſion eſt comme la ſurface du cercle de la meule. FIG. 42.

286. Il ſuit delà, que *la couronne de preſſion eſt dans un rapport conſtant, avec la ſurface du cercle de la meule.* Car, faiſons $= n$ la quantité conſtante $\frac{1}{3}[2 - \frac{1}{m+1}(m-1 \pm \sqrt{2.m^2+1})]$, de la formule du n. 284, & nous aurons $CE = n \times CB$; & $\overline{CE}^2 = n^2 \times \overline{CB}^2$. Donc, $BPKB : ENLE :: \overline{CB}^2 : \overline{CE}^2 :: 1 : n^2$; & $BPKB - ENLE : BPKB :: 1 - n^2 : 1$, ou $BPKLNE : BPKB :: 2BPKLNE : 2BPKB :: 1 - n^2 : 1$. Mais le rapport $\frac{1-n^2}{1}$ eſt conſtant. Donc, &c.

287. La couronne de preſſion eſt comme le poids de l'équipage de la meule (274). Donc *la ſurface du cercle de la meule, ainſi que le quarré de ſon rayon, doit être auſſi comme le poids de ſon équipage.*

Le cercle & le quarré du rayon de la meule ſont comme le poids de l'équipage.

288. Par la même raiſon, puiſque (277) la couronne de preſſion eſt ſenſiblement proportionnelle à la force horiſontale détruite par les réſiſtances; nous conclurons que *la ſurface du cercle de la meule & le quarré de ſon rayon ſont ſenſiblement comme cette même force.*

Le cercle & le quarré du rayon de la meule ſont auſſi comme la force horiſontale détruite.

289. Propoſons nous à préſent cette queſtion: *connoiſſant le volume & le rayon d'une meule, trouver ſon épaiſſeur à l'axe & à la circonférence, afin que le bled ſoit écraſé à une diſtance connue du centre, ou afin que la couronne de preſſion ait une largeur donnée.*

Trouver les dimenſions convenables à une meule d'un volume & d'un rayon connus.

FIG. 43.

Soit l'axe AM (*fig.* 43). Repréſentons la demi-ſection de la meule giſſante par KFNM, & celle de la meule tournante par ACFB. Faiſons le volume de celle-ci $= n$; $AB = b$: $BF = x$; $AC = y$; le relief KL de la giſſante $= f$; $CD = AE = bm$. CK ſera $= x - y - f$. Soit le diametre d'un grain de bled $= g$; & le rapport de la circonférence au rayon $= c$. A la rigueur, il faudroit que la corde de l'arc HI fût égale au diametre du grain, ou du moins à une corde qui en approchât beaucoup, à cauſe de la petiteſſe de l'angle CFK. Mais dans la pratique, nous pourrons faire $GH = g$. La ſolidité du cylindre engendré par ABFL, ſera $= \frac{1}{2} b^2 c x$, & celle du cône produit par CFL, ſera $= \frac{1}{2} b^2 c . \frac{x-y}{3}$. Donc celle de la meule ſera $= \frac{1}{2} b^2 c . \frac{2x+y}{3} = n$; ce qui nous forme une premiere équation. D'ailleurs, FC : FG :: BA : BE :: CK : GH; c'eſt-à-dire: $b : b \times \overline{1-m}$, ou $1 : 1-m :: x - y - f : g$; d'où nous tirons la ſeconde équation $g =$

$\overline{1-m} \times \overline{x-y-f}$. Ces deux équations nous donnent x ou $BF = \frac{2n}{b^2 c} + \frac{1}{3}\left(f + \frac{e}{1-m}\right)$; & y ou $AC = \frac{2n}{b^2 c} - \frac{1}{3}\left(f + \frac{e}{1-m}\right)$.

Premiere Remarque ſur la ſolution précédente.

290. Dans la ſolution précédente, nous avons ſuppoſé la meule ſupérieure entièrement ſolide. Cette ſuppoſition eſt fauſſe à cauſe que la meule doit avoir au centre une ouverture circulaire, c'eſt-à-dire un *œil* (264). Nous avons dit (274) que le poids de l'équipage eſt compoſé de celui de la meule & de celui de l'arbre, & nous verrons dans la ſuite que les équations nous feront connoître le poids de l'équipage. Celui de l'arbre eſt arbitraire, & l'on peut l'augmenter ou le diminuer à volonté juſqu'à un certain point. Nommons a le poids de l'équipage, a' celui de la meule ſuppoſée percée d'un œil; a'' celui de l'arbre & de ſes dépendances, & a''' celui du cylindre enlevé à l'œil. Nous avons : $a' + a'' = a$, & $a' = a - a''$; c'eſt-à-dire que le poids de la meule percée eſt égal à celui de l'équipage diminué de celui de l'arbre; ce qui eſt évident. Si nous ſuppoſons la meule entièrement ſolide, ainſi que nous avons fait ci-deſſus (289), ſon poids ſera $= a' + a'''$. Pour conſerver l'égalité, ajoutons a''' au ſecond membre de notre équation, & nous aurons : $a' + a''' = a - a'' + a''' = a - (a'' - a''')$; ce qui nous fait voir que dans la pratique, connoiſſant le poids $= a$ de l'équipage, on donnera arbitrairement à l'arbre & à ſes dépendances, un poids $= a''$: enſuite ayant déterminé par la méthode du numéro ſuivant, celui (a''') du cylindre de l'œil, on le ſouſtraita de celui (a'') de l'arbre, & l'on aura un reſte. Si l'on retranche ce reſte du poids de l'équipage entier, on aura le poids de la meule ſuppoſée entièrement ſolide. Qu'on diviſe ce poids par la peſanteur ſpécifique de la pierre, & l'on aura ſon volume tel que nous l'avons ſuppoſé au numéro précédent.

Seconde Remarque ſur la ſolution précédente.

291. Le poids du cylindre de l'œil dépend non-ſeulement du diametre de l'œil, mais encore de l'épaiſſeur de la meule au centre, c'eſt-à-dire d'une quantité inconnue. Cette circonſtance nous force de nous contenter d'une approximation. On retranchera du poids de l'équipage, celui de l'arbre & de ſes dépendances, & l'on regardera le reſte comme celui de la meule ſuppoſée ſolide. Qu'on diviſe ce reſte par la ſurface du cercle de la meule, multiplié par ſa peſanteur ſpécifique : le quotient ſera, à peu de choſe près, la hauteur de ce cylindre, dont on cherchera la ſolidité & le poids, ſelon les méthodes connues. Nous verrons bientôt comment on peut connoître le rayon & la ſurface du cercle de la meule, par la connoiſſance du poids de l'équipage.

On voit au premier abord, que la méthode d'approximation que nous venons de preſcrire, eſt fondée ſur ce principe, que le poids de la meule eſt égal au produit de ſon volume par ſa denſité.

Trouver le bras de levier de la réſultante des réſiſtances du bled. Fig. 44.

292. Soit AB (*fig.* 44) la largeur de la couronne de preſſion. Suppoſons que les réſiſtances du bled aux différents points de AB ſoient exprimées par les éléments correſpondans du trapeze AGFB, dont les côtés extrêmes BF & AG ſoient entre eux :: 1 : m. Il s'agit de trouver l'expreſſion générale du bras de levier de la réſultante des réſiſtances.

Nommons CB, r; AB, b; BH, x, & BF, a. Nous aurons $HN = dx$; $AH = b - x = GP$; $CH = r + x$; $AG = am$, & $KF = a \times \overline{1 - m}$. Les triangles ſemblables GKF, GPL donnent : GK : KF :: GP : PL $= \frac{GP \cdot KF}{GK} = \frac{a}{b} \cdot \overline{1 - m} \cdot b - x$. Donc $HL = a\left(m + \frac{1-m}{b} \cdot \overline{b - x}\right)$. Le trapeze $HLMN = a\,dx\left(m + \frac{1-m}{b} \cdot \overline{b - x}\right)$, & ſon moment rap-

porté au centre C $= a\,dx \cdot \overline{r+x} \cdot (m + \frac{1-m}{b} \cdot \overline{b-x})$. Diviſons l'intégrale de cette quantité par celle du trapeze HLMN, & pour la compléter, faiſons enſuite $x = b$; nous aurons le bras de levier cherché $= r + \frac{1}{3}b \cdot \frac{2m+1}{m+1} =$ CB $+ \frac{1}{3}$ BA. $\frac{2m+1}{m+1}$. Et puiſque la quantité m eſt connue, la valeur du bras de levier de la réſultante, ne dépend que de la grandeur du rayon de la meule & de la largeur de la couronne de preſſion. Ces deux quantités étant connues, le bras de levier le ſera auſſi.

Loix de la diminution des meules. F. a. 45.

293. L'action de la meule ſupérieure ne peut avoir lieu ſans une diminution continuelle de ſon poids. *Cette diminution eſt en raiſon compoſée de la directe du cube du rayon, & du nombre de révolutions dans un temps donné, & en raiſon inverſe de ſa dureté.*

Soit le rayon extérieur CA (*fig.* 45) de la couronne de preſſion $= a$, le rayon intérieur CG $= am$, CF $= x$, FB $= dx$, le nombre de révolution dans un temps donné $= n$, la dureté de la meule $= p$, & le rapport de la circonférence au rayon $= c$. Nous ſuppoſons la preſſion conſtante, ainſi que cela doit être (272 & 273). Il eſt viſible que la diminution d'un élément quelconque BFML, ſera d'autant plus grande que cet élément ſera plus diſtant du centre C, le nombre de révolutions plus grand dans un temps donné, & la pierre moins dure. Cet élément étant $= cx\,dx$, ſa diminution ſera repréſentée par $\frac{cnx^2\,dx}{p}$ dont l'intégrale complete eſt $= \frac{a^3 n}{p}(\frac{1}{3}c \cdot \overline{1-m^3})$. On prouvera de la même maniere, que dans toute autre meule dont le rayon $=$ A, le nombre de révolutions dans un temps donné $=$ N, & la dureté $=$ P, la diminution totale ſera repréſenté par $\frac{A^3 N}{P}(\frac{1}{3}c \cdot \overline{1-m^3})$. Mais (286) le rayon inté-

rieur eſt dans un rapport conſtant avec le rayon extérieur, & par conſéquent m eſt la même dans toutes les meules. Donc à cauſe du facteur conſtant $\frac{1}{4} c \times 1 - m^4$, la diminution de la premiere ſera à celle de la ſeconde :: $\frac{a^4 n}{p}$: $\frac{A^4 N}{p}$, c'eſt-à-dire, dans le rapport énoncé.

Conſéquence qui en réſulte.

294. Il ſuit delà que, *ſi les rayons ſon égaux, ainſi que les nombres des révolutions, les diminutions ſeront réciproquement comme les duretés des meules.* Car pour lors, on a $a = A$, & $n = N$, & la diminution de la premiere eſt à celle de la ſeconde :: $\frac{1}{p}$: $\frac{1}{p}$. Par où l'on voit qu'il eſt avantageux de choiſir la pierre la plus dure, à cauſe que les meules dureront plus long-temps, & que la farine ſera moins mêlée avec des parties hétérogenes qui ne peuvent qu'en altérer la bonté.

En piquant les meules, on doit les diminuer uniformément par-tout. FIG. 38.

295. A meſure que les meules s'uſent par le frottement, les parties ſaillantes des ſurfaces frottantes s'émouſſent, & pour les faire renaître, on eſt obligé de piquer ces mêmes ſurfaces (265). Dans cette opération on leur ôte une couche de matiere qu'on doit obſerver de faire par-tout de même épaiſſeur. Sans cette précaution, l'angle HCM (*fig.* 38) varieroit, & par conſéquent la couronne de preſſion changeroit, & la preſſion deviendroit ou trop forte ou trop foible. Il ne ſuffit donc pas de piquer la couronne de preſſion; il faut piquer également les cercles entiers juſqu'à l'œil.

Moyen de conſerver le même poids aux meules.

296. En même-temps que l'on conſervera conſtamment les mêmes dimenſions à la couronne de preſſion, on doit conſerver auſſi le même poids à la meule, ſi l'on veut toujours produire la plus grande quantité & la meilleure qualité de farine (271). Le moyen en eſt ſimple. Il n'y a qu'à charger la meule ſupérieure d'une couche de plâtre de même diametre, & dont l'épaiſſeur ſoit à celle de la diminution de la meule, comme la peſanteur ſpécifique de la meule eſt à celle du plâtre. Il eſt

évident que cette couche ſera de même poids que la couche uſée de la meule, & dont la hauteur eſt meſurée par la diminution de l'épaiſſeur de la meule, puiſque dans les matieres de différente nature, lorſque les poids ſont égaux, les peſanteurs ſpécifiques ſont réciproquement comme les volumes. Or ici les volumes ſont des cylindres de même baſe, & par conſéquent ils ſont comme les hauteurs. Ainſi, les peſanteurs ſpécifiques étant réciproquement comme ces hauteurs, les couches ſeront de même poids.

Moyen de connoître le rapport des peſanteurs ſpécifiques de la pierre & du plâtre.

297. Nous avons donné (208 1°.) la maniere de connoître le poids d'un pied cube de matiere ſpécifiquement plus peſante que l'eau. Il eſt clair qu'on peut l'employer quand il s'agira de connoître le poids d'un pied cube de pierre ou de plâtre, puiſque chacune de ces deux matieres eſt plus denſe que l'eau. Nommons P le poids d'un morceau de pierre de même nature que la meule peſé dans l'air: & P′ le poids de ce même morceau peſé dans l'eau. Nommons pareillement p & p' les poids reſpectifs d'un morceau de plâtre peſé ſucceſſivement dans l'air & dans l'eau. Repréſentons par x le poids d'un pied cube de pierre, & par y celui d'un pied cube de plâtre. Par la formule du n. 208. 1°. nous aurons $x = 70 \times \frac{P}{P-P'}$, & $y = 70 \times \frac{p}{p-p'}$. Donc $x : y :: \frac{P}{P-P'} : \frac{p}{p-p'}$. Ce qui nous fait voir que pour connoître le rapport des peſanteurs ſpécifiques de la pierre & du plâtre, *il faut prendre deux morceaux quelconques, l'un de pierre & l'autre de plâtre, & les peſer l'un & l'autre d'abord dans l'air, & enſuite dans l'eau. Leurs peſanteurs ſpécifiques ſeront comme leur poids dans l'air diviſé par la perte qu'ils font dans l'eau.*

Loi générale de la chaleur produite par le frottement.

298. Nous avons déjà dit un mot (271) de la chaleur qui pouvoit réſulter de l'action des meules. Nous allons examiner ici cette matiere plus à fond. La chaleur étant l'effet du frotrement,

tement, elle ſera proportionnelle à la quantité de frottement qu'éprouvera un corps en gliſſant ſur un autre. Mais cette quantité de frottement dépend de la preſſion, de la vîteſſe & de la durée du mouvement. Donc *le degré de chaleur que produira un corps en gliſſant ſur un autre, ſera en raiſon compoſée de la preſſion, de la vîteſſe & de la durée du mouvement.*

Loi de la chaleur produite par le frottement des meules.

299. Dans les moulins à bled, la preſſion eſt conſtante (272 & 273), & la vîteſſe eſt égale au nombre de révolutions dans une ſeconde, multiplié par la circonférence moyenne de la meule: par conſéquent, cette vîteſſe eſt proportionnelle au nombre de révolutions multiplié par le bras de levier moyen ou au nombre de révolutions multiplié par le rayon total (283). Donc *la chaleur produite par l'action d'une meule, ſera en raiſon compoſée du nombre de révolutions dans une ſeconde, du rayon de la meule & de la durée de ſon mouvement.*

Pour produire la meilleure farine, le nombre de révolutions de la meule doit être en raiſon inverſe de ſon rayon.

300. La chaleur étant préjudiciable à la bonté de la farine, pendant lequel on doit faire enſorte que la farine en ſortant de deſſous une meule mue pendant le plus long intervalle de temps qu'on a coûtume de ne pas interrompre ſon mouvement, n'en ait que le moindre degré poſſible. Nommons ce temps T, & prenons une meule dont le rayon = B, le nombre de révolutions dans une ſeconde = Q, & qui au bout du temps T a communiqué à la farine le degré de chaleur = C. Nous aurons $C = BQT$. Exprimons par les mêmes lettres minuſcules, les mêmes quantités relatives à une autre meule mue pareillement pendant le plus long intervalle T, qu'une meule ait coûtume de ſe mouvoir ſans interruption. Nous aurons auſſi $c = bq\,T$. Si nous n'imprimons à la premiere meule que le degré de vîteſſe néceſſaire pour qu'au bout du temps T la chaleur C n'altere en aucune façon la bonté de la farine, ce ſera ce degré de chaleur qu'il faudra prendre pour regle & faire $c = C$; ce qui nous donne $bq\,T = BQT$, ou $bq = BQ$; d'où nous tirons la proportion: $q : Q :: B : b$, qui nous fait voir que *pour produire de la farine*

de la meilleure qualité, les nombres de révolutions doivent être réciproquement comme les rayons des meules.

Conséquence qui en réſulte.

301. On peut conclure delà que, *plus les meules ſeront grandes, plus le nombre de révolutions dans un temps donné ſera petit*; & au contraire que *plus les meules ſeront petites, plus le nombre de révolutions ſera grand.*

Expreſſion du nombre de tours par ſeconde.

302. Si nous prenons pour terme de comparaiſon le réſultat donné par la meule, dont le rayon = B, & le nombre de révolutions = Q; dans la proportion du n. 300, nous aurons le produit des moyens BQ qui ſera conſtant. Repréſentons-le par D; nous aurons $q = \frac{D}{b}$, formule dont nous aurons occaſion de faire un aſſez fréquent uſage.

Expreſſion du rayon de la roue dans les moulins ſimples.

303. Prenons l'équation $R = \frac{s}{s'+s} \times \frac{v}{cq}$ du n. 146, & ſuppoſons que R exprime le rayon de la roue à aubes d'un moulin ſimple. Si nous ſubſtituons au lieu de q ſa valeur $\frac{D}{b}$, le rayon de la roue ſera exprimé par $R = \frac{s}{s'+s} \times \frac{bv}{cD}$.

Formule pour les rayons dans les moulins à double engrénage.

304. Dans la formule $\frac{rr'r''}{RR'R''} \times \frac{sv}{s'+s} = aqr''$ du n. 148, ſi nous regardons le bras de levier r'' du poids, comme le rayon moyen de la meule (283) & que nous faſſions $r'' = \frac{1}{3}b$, l'équation s'appliquera exactement à un moulin à double engrénage. Subſtituons-y la valeur de q (302), & toute réduction faite, nous aurons $\frac{rr'}{RR'R''} \times \frac{sv}{s'+s} = \frac{cD}{b}$.

Réflexions ſur le poids le plus convenable à l'équipage d'une meule d'un rayon connu.

305. Suppoſons qu'on ait une meule d'un rayon donné, par exemple, de 3 pieds, mais dont l'épaiſſeur ſoit extrêmement petite. Qu'on lui donne une couronne de preſſion & un degré de vîteſſe convenables à ſon rayon (284 & 300), & qu'elle ſoit conſtamment ſoutenue à la même hauteur au-deſſus de la meule giſſante, hauteur que je ſuppoſe être la même que celle

qui dans les meilleurs moulins donne la meilleure farine. La meule étant trop légere, le mouvement d'oſcillation (266), & celui de rotation (265 & 267) ſeront l'un & l'autre trop foibles, & la farine ſortira groſſiere de deſſous la meule. Qu'on augmente le poids de la meule en lui conſervant toujours le degré de vîteſſe qui convient à ſon rayon : on augmentera auſſi ſa force, tant verticale qu'horiſontale ; & la farine ſera moins groſſiere qu'auparavant. Que l'on continue d'augmenter ſon poids ; la ténuité de la farine augmentera auſſi juſqu'à ce qu'elle ſoit parvenue à ſon *maximum*. Arrivée à ce point, elle ne variera plus, du moins ſenſiblement, quoique l'on augmente encore le poids de la meule : mais alors la preſſion augmentant, la chaleur augmentera avec le poids (298), & elle pourra devenir aſſez forte pour brûler la farine, ou du moins pour en altérer la bonté. Ainſi, *le point où le poids de l'équipage eſt le plus convenable au rayon de la meule, eſt celui où la farine aura le plus de ténuité & le moins de chaleur poſſible.* Au reſte, qu'on ne perde pas de vue que ce degré de chaleur dont il s'agit ici, doit être pris à la fin du temps du plus long mouvement qu'une meule ait ſans interruption dans l'uſage ordinaire, temps que nous avons nommé T au n. 300.

306. L'on voit par-là que, *le poids de la meule diminuant, on peut réparer juſqu'à un certain point la perte qu'on fera, en baiſſant le pallier.* Car le poids relatif de la meule ayant le plus de part à la preſſion (269), on augmentera l'un & l'autre en faiſant enſorte que la meule, dans ſon mouvement d'oſcillation, ſoit moins ſoutenue par le palliet. Il eſt vrai que la force horiſontale n'en deviendra pas plus grande ; mais du moins les grains & leurs parties étant mieux concaſſés par le mouvement d'oſcillation, ſeront plus aiſément broyés par celui de rotation.

307. La remarque du n. 305 nous fait encore voir que tout poids n'eſt pas indifférent à l'équipage d'une meule d'un rayon donné, & nous indique la maniere de trouver le poids le plus

Maniere de trouver ce poids.

avantageux à celui dont la meule a un rayon connu. On prendra pour cet effet une meule hors d'uſage, à cauſe de ſon peu d'épaiſſeur, & après l'avoir raillée conformément à ſon rayon (284), on lui imprimera le degré de vîteſſe qui convient à ce même rayon (300). On augmentera ſon poids à diverſes repriſes, par le moyen de l'argile dont on la chargera uniformément, & l'on s'arrêtera lorſque la farine aura toute la ténuité dont elle eſt ſuſceptible. Alors le poids de l'équipage ſera celui qui conviendra au rayon de la meule.

Le rayon de la meule tournante eſt comme la racine quarrée du poids de ſon équipage.

FIG. 48.

308. On juge bien qu'il n'eſt pas poſſible de faire cette opération pour toutes les meules que l'on pourra employer. Il ne ſuffit donc pas d'avoir trouvé le poids le plus avantageux à un équipage d'un rayon connu ; il faut encore déterminer la fonction du poids de l'équipage à laquelle le rayon eſt proportionnel dans le cas où l'on veut produire le plus grand & le meilleur effet poſſible. Nous n'avons beſoin pour cela que des deux principes établis aux n. 287 & 288; ſavoir 1°. que *le quarré du rayon de la meule eſt proportionnel au poids de ſon équipage*; 2°. *que ce même quarré eſt ſenſiblement proportionnel à la force horiſontale détruite par les réſiſtances*. En compoſant ces deux rapports, nous aurons un réſultat qui nous fera connoître que *le rayon doit être comme la racine quarré du poids de l'équipage* ; ainſi qu'on doit l'entrevoir par le ſeul expoſé que nous venons de faire. Mais pour traiter la queſtion d'une maniere plus générale, nous prendrons un moulin à double engrénage, tel que celui qui eſt repréſenté par la fig. 48, en ſuppoſant qu'il n'y ait qu'une ſeule meule tournante ; & pour ne pas mettre de la confuſion dans les opérations par la multiplicité des lettres, nous exprimerons les rapports par le ſigne =.

Soit le poids de l'équipage de la meule = a ; ſon rayon = b; le rayon FG de la roue à aubes = R ; celui (ED) du rouet vertical = r ; celui (MD) de la premiere lanterne = R′ ; celui (NI) du rouet horiſontal = r' ; celui (CI) de la ſeconde lanterne = R″ ; la vîteſſe abſolue du courant = v ; ſa viteſſe

relative $= g$; & le rapport de la premiere à la ſeconde $= \frac{s'+s}{s'}$.

1°. Selon le premier principe, le quarré du rayon étant proportionnel au poids de la meule, nous aurons pour le premier rapport compoſant $b^2 = a$.

2°. Pour trouver le ſecond, cherchons l'expreſſion de la force horiſontale détruite par les réſiſtances. La vîteſſe du courant détruite par les réſiſtances, c'eſt-à-dire g, rapportée aux dents D du premier rouet, eſt le quatrieme terme de cette proportion, $R : r :: g : \frac{gr}{R}$. Cette vîteſſe rapportée aux dents I du ſecond rouet, eſt le quatrieme terme de cette ſeconde proportion $R' : r' :: \frac{gr}{R} : \frac{grr'}{RR'}$. Enfin rapportée au centre d'impreſſion de la meule, c'eſt à-dire (283) aux $\frac{1}{3}$ de ſon rayon, elle ſera le quatrieme terme de cette troiſieme proportion : $R'' : \frac{1}{3} b :: \frac{grr'}{RR'} : \frac{1}{3} \times \frac{bgrr'}{RR'R''}$. C'eſt l'expreſſion de la vîteſſe que la meule aura perdue par l'oppoſition des réſiſtances. Donc la force horiſontale détruite ſera égale au poids multiplié par cette vîteſſe, c'eſt-à-dire $= \frac{1}{3} abg \times \frac{rr'}{RR'R''}$; ce qui nous donne pour le ſecond rapport compoſant $b^2 = \frac{1}{3} abg \times \frac{rr'}{RR'R''}$, ou en diviſant les deux termes par b, $b = \frac{1}{3} ag \times \frac{rr'}{RR'R}$.

Compoſons ces deux rapports, & nous aurons le rapport compoſé $b^3 = \frac{1}{3} a^2 g \times \frac{rr'}{RR'R''}$. Il ne nous reſte plus qu'à trouver l'expreſſion de g, & celle de $\frac{rr'}{RR'R''}$ que nous ſubſtituerons.

Nous avons dit que le rapport de v à g étoit $= \frac{s'+s}{s'}$. Nous

aurons donc $\frac{v}{g} = \frac{s'+s}{s'}$, & par conſéquent $g = \frac{s'v}{s'+s}$.

L'équation du n. 304, qui ſe rapporte exactement à la figure 48, ou $\frac{rr'}{RR'R''} \times \frac{sv}{s'+s} = \frac{cD}{b}$, nous donne $\frac{rr'}{RR'R''} = \frac{cD}{b} \times \frac{s'+s}{sv}$.

Subſtituons ces deux expreſſions dans le rapport compoſé, & il deviendra $b^3 = \frac{1}{3} a^2 \times \frac{s'+s}{sv} \times \frac{s'v}{s'+s} \times \frac{cD}{b}$, ou $b^3 = \frac{a^2}{b} \times \frac{1}{3} \times \frac{s'}{s} \times cD$. Mais puiſqu'il s'agit de produire le plus grand effet, $\frac{s'}{s}$ eſt une grandeur conſtante, à cauſe qu'elle exprime le rapport de la vîteſſe relative du fluide à la vîteſſe réſidue (67); il en eſt de même de D (302), & de c qui exprime le rapport de la circonférence au rayon (146 & 148). Faiſons donc diſparoître tout ce qui eſt conſtant, & notre rapport deviendra $b^3 = \frac{a^2}{b}$, ou $b^4 = a^2$; d'où nous tirons $b = \sqrt{a}$. Et puiſque les rayons des rouages n'entrent point dans ce rapport, nous devons conclure qu'il convient à toutes ſortes de moulins, tant ſimples que compoſés. Donc *dans un moulin quelconque, ſoit ſimple ſoit compoſé, pour produire la plus grande quantité & la meilleure qualité poſſible de farine, le rayon de la meule ſupérieure doit être proportionnel à la racine quarré du poids de ſon équipage.*

Conſéquence de ce principe.

309. Suppoſons que par la méthode du n. 307, ou par quelque autre équivalente on ait trouvé qu'une meule dont le rayon = B, doit avoir un équipage dont le poids ſoit = A. Si l'on a un équipage d'un poids = a, & qu'on veuille connoître le rayon qui lui appartient, on n'a qu'à faire la proportion : $\sqrt{A} : \sqrt{a} :: B : b$: d'où l'on tire $b = \frac{B}{\sqrt{A}} \times \sqrt{a}$. Mais la quantité $\frac{B}{\sqrt{A}}$ eſt conſtante

& connue, ainſi que nous verrons dans la troiſieme ſection. Faiſons-la $= l$, & nous aurons $b = l\sqrt{a}$. Ainſi, pour avoir le rayon qui appartient à un équipage d'un poids connu, il faut multiplier la racine quarrée de ce poids, par la grandeur conſtante l.

Moyen de trouver le poids du moindre équipage qu'on puiſſe employer.

310. La regle que nous venons d'établir ne s'applique pas aux meules de toute grandeur, & d'après ce que nous avons dit (281), il eſt aiſé de voir que quand elles ſont parvenues à un certain point de petiteſſe, on ne ſauroit les employer ſans faire perdre à la farine la ténuité qu'elle doit avoir. En effet, qu'on ait une meule ordinaire dont le rayon, la couronne de preſſion, & le degré de vîteſſe ſoient tels que ſon poids les exige: elle produira de la farine de la meilleure qualité. Si l'on diminue par degrés, ſon poids, ſon rayon, &c. il eſt évident qu'on parviendra enfin à un point où la maſſe étant trop légere, le mouvement d'oſcillation, qui eſt, pour ainſi dire, l'ame de la trituration, ne ſera plus aſſez fort pour écraſer & concaſſer les grains & les mettre en état d'être broyés par l'action horiſontale. Ainſi, il y a un équipage au-deſſous duquel il ne faut pas en employer d'autres. Le moyen de le connoître eſt de cotter exactement toutes les opérations qu'on fera, & les réſultats qu'elles donneront. Qu'on s'arrête quand on s'appercevra que la farine n'a plus la même ténuité qu'auparavant. L'équipage dont on ſe ſera ſervi dans la pénultieme opération, ſera le moindre qu'on puiſſe employer.

La quantité de farine eſt comme le quarré du rayon de la meule.

311. *Lorſqu'un moulin produit le plus grand & le meilleur effet, la quantité de farine eſt proportionnelle au quarré du rayon de la meule.*

Car nous avons vu (61 & 65), qu'en général l'effet eſt comme le produit de la réſiſtance par la vîteſſe, avec laquelle elle eſt ſurmontée. Or (288) la force détruite par la réſiſtance, eſt comme le quarré du rayon. Il en ſera donc de même de la réſiſtance.

Quant à la vîteſſe de la meule qui la ſurmonte, elle eſt (299) comme le produit du rayon, par le nombre de révolution. Mais celui-ci (300) eſt en raiſon inverſe du rayon : par conſéquent la vîteſſe de la meule eſt comme le rayon diviſé par lui-même, c'eſt-à-dire qu'elle eſt conſtante. Donc le produit de la réſiſtance par la vîteſſe de la meule, eſt comme le quarré du rayon, & conſéquemment il en eſt de même de la quantité de farine.

Elle eſt auſſi comme le poids de l'équipage.

312. Nous avons vu (287), que le quarré du rayon eſt proportionnel au poids de l'équipage. Donc nous pouvons conclute que *la quantité de farine ſera auſſi comme le poids de l'équipage.*

Formule pour exprimer la relation de l'effet au rayon de la meule.

313. Nommons I la quantité de farine produite dans un temps donné par le moulin du n. 309, dont le rayon = B, & le poids de l'équipage = A. Repréſentons par *i* celle que doit produire dans le même temps l'équipage *a* ſous le rayon *b*. Suivant le n. 311, nous aurons la proportion $B^2 : b^2 :: I : i$, qui nous donnera $i = \frac{I}{B^2} \times b^2$. Mais la quantité $\frac{I}{B^2}$ eſt conſtante. Faiſons-la = *k*, & nous aurons $i = k\,b^2$. Il eſt évident qu'on peut regarder comme inconnue celle des deux quantités *i* & *b* que l'on voudra. Ainſi cette équation donne la ſolution de deux problêmes.

Formule pour exprimer la relation de l'effet au poids de l'équipage.

314. D'après le n. 312, nous aurons cette proportion $A : a :: I : i$, laquelle nous donne $i = \frac{I}{A} \times a$. Dans cette équation faiſant la grandeur conſtante $\frac{I}{A} = g$, on aura $i = g\,a$, d'où l'on tirera pareillement la ſolution de deux queſtions, ſelon qu'on prendra pour inconnue *a* ou *i*.

315. L'effet produit par un courant, eſt comme la dépenſe du courant par ſa chûte (73). Donc la quantité de farine ſera dans le même rapport, & ſuivant ce que nous avons dit (312), il en ſera de même du poids de l'équipage, c'eſt-à-dire que *la quantité de farine, ainſi que le poids de l'équipage, ſeront en raiſon*

raiſon compoſée de la dépenſe du courant & de ſa chûte. Nous démontrerons ailleurs ces deux propoſitions d'une maniere plus directe. On peut voir ſeulement par-là qu'il ſeroit aiſé de déduire de la fécondité de ces principes un grand nombre de propoſitions que nous renvoyons ailleurs, comme devant y être mieux placées, ou que nous paſſons entièrement ſous ſilence, à cauſe qu'elles ne ſont que de pure curioſité.

SECTION II.

Théorie générale des Moulins ſimples & compoſés.

§. I.

Des moulins ſimples.

316. Les moulins ſimples dont nous traitons ici, ſont compoſés d'un arbre verrical qui porte à ſon extrémité ſupérieure la meule mobile, & à l'inférieure une roue horiſontale ſur les aubes de laquelle le courant agit immédiatement. L'on en voit le deſſein dans la figure 46. Le ſyſtême eſt porté ſur un pallier AB qu'on peut hauſſer ou baiſſer à volonté par le moyen d'une vis & de ſon écrou. Mais ce ſont des choſes que tout le monde connoît. Dans la premiere partie nous avons donné la conſtruction des courſiers & des roues horiſontales, pour produire le plus grand effet poſſible. Ainſi, nous ne nous y arrêterons pas. Paſſons donc au calcul de la machine, & cherchons les formules qui doivent nous faire connoître l'effet qu'elle peut produire.

Ce que c'eſt qu'un moulin ſimple. Fig. 46.

317. Nommons *a* le poids de l'équipage de la meule, *b* ſon rayon; *g* celui du pivot; *n* le rapport de la preſſion au frottement; *d* celui du poids de l'équipage de la meule à la réſiſtance

Formule générale pour le moulin de la Fig. 46.

du bled ; R le rayon de la roue ; λ la ſection du courant au bas de la chûte, & v la vîteſſe abſolue. Repréſentons par $\frac{s'}{s}$ le rapport de la vîteſſe perdue à la vîteſſe reſtante après l'impulſion. Les dénominations ſont, comme l'on voit, à peu de choſe près les mêmes que celles que nous avons employés au problême du n. 158, auquel nous allons rapporter le calcul de notre moulin. La réſiſtance à vaincre ou le poids à enlever eſt ici $= \frac{a}{d}$, & ſon bras de levier, qui (284) ſe trouve au même point que le centre d'impreſſion de la meule, eſt $= \frac{2}{3} b$ (283). Ainſi, en comparant, on aura $\Pi = \frac{a}{d}$; $\Pi' = a$; & $r = \frac{1}{3} b$. Subſtituons ces valeurs dans la formule, & elle deviendra $R n \left(\frac{1}{3} \frac{ab}{Rd} + \frac{2}{3} \frac{ag}{n} \right) + K \lambda v^2 . \frac{s'^n}{s'+s} \left(g . \overline{1 + \frac{s^2}{s'^n}} - R n \right) - \frac{ag}{n} = 0$. C'eſt l'équation fondamentale aux moulins ſimples, & qui ne laiſſe pas d'être aſſez compliquée.

Formule ſimplifiée pour le même moulin.

318. Nous avons remarqué (161), que s'il n'y avoit pas d'autre réſiſtance étrangere que celle du frottement du pivot, on pouvoit la négliger. Suppoſons donc le frottement nul, ou $n = \infty$. Notre équation ſe changera en celle-ci : $\frac{1}{3} \frac{ab}{Rd} - K \lambda v^2 \frac{s'^n}{s'+s} = 0$, qui eſt beaucoup plus ſimple que la précédente.

Formules ſimplifiées plus générales que la précédente.

Fig. 46.

319. Par le numéro 303, pour produire le meilleur effet poſſible, nous avons le rayon de la roue ou $R = \frac{s}{s'+s} \times \frac{bv}{cD}$. Subſtituons cette valeur dans l'équation, & après avoir diviſé tous les termes par le coëfficient de a, nous aurons : $a - \frac{1}{3} \frac{dK}{cD} . \frac{s'^n s}{s'+s} . \lambda v^3 = 0$, ou en faiſant $\lambda v = m$, & $v^2 =$

$\frac{140\,B\,h'}{K}$ (11 & 87), $a - 210\,\frac{B\,d}{c\,D} \cdot \frac{s^n\,s}{s'+s} \cdot h'm$. Ces formules nous feront connoître les principales propriétés des moulins ſimples.

320. Prenons la ſeconde formule du numéro précédent, & faiſons = L la quantité conſtante $210\,\frac{B\,d}{c\,D} \times \frac{s^n\,s}{s'+s}$. Elle ſe changera en $a - L\,h'm = 0$, d'où nous tirerons $a = L\,h'm$. Si nous avions un autre moulin dont le poids de l'équipage fût = A, la dépenſe du coutant = M, & ſa chûte = H', il eſt aiſé de voir que nous aurions auſſi $A = L\,H'M$. D'où nous déduitions la proportion : $a : A :: h'm : H'M$; qui nous fait voir que *les poids des équipages des moulins ſimples, lorſqu'ils produiſent le plus grand & le meilleur effet poſſible, ſont entre eux comme les produits des dépenſes des courants par leurs chûtes*; ainſi que nous l'avions conclu par induction (315).

Les poids des équipages des moulins ſimples, ſont comme les dépenſes des coutans par les chûtes.

FIG. 46.

321. Nous avons démontré (312) que les quantités de farine produites dans un temps donné, étoient entre elles comme les poids des équipages. Donc puiſque (320), les poids des équipages ſont comme les produits des dépenſes par les chûtes des courants moteurs, nous autons auſſi *les quantités de farine produites par les meilleurs moulins ſimples proportionnelles aux produits des dépenſes des courants par leurs chûtes.*

Les effets des moulins ſimples ſuivent auſſi le même rapport.

322. La formule $a = L\,h'm$, nous donne la ſolution de cette queſtion générale : *de ces trois quantités, le poids de l'équipage de la meule, la dépenſe de la ſource motrice & ſa chûte, deux étant données, trouver la troiſieme.* En effet, ſi les deux donnés ſont h' & m, la formule exprime la valeur de l'inconnue a. Si les deux connues ſont a & h', nous autons $m = \frac{a}{L\,h'}$; & ſi l'on cherche h', on aura $h' = \frac{a}{L\,m}$.

Premiere queſtion ſur les moulins ſimples.

Seconde queſtion ſur les moulins ſimples.

323. Conſervant les dénominations employées au n. 313, nous aurons la quantité de farine produite dans un temps donné, c'eſt-à-dire $i = g\,a$; & en ſubſtituant la valeur de a priſe au n. 322, $i = g\,\mathrm{L}\,h'\,m$, formule qui nous donne encore la démonſtration de la propoſition du n. 321, & de laquelle nous déduirons la ſolution de cette queſtion générale : *de ces trois choſes, la quantité de farine produite dans un temps donné, la dépenſe du courant & ſa chûte, deux étant connues, trouver la troiſieme.* Car, 1°. la formule donne la valeur de i; 2°. on aura $h' = \frac{i}{g\,\mathrm{L}\,m}$; & 3°. on trouvera $m = \frac{i}{g\,\mathrm{L}\,h'}$.

Dans les moulins ſimples, les rayons des meules ſont comme les racines quarrées des rectangles ſous les dépenſes & les chûtes des courants moteurs.

324. Par le n. 309, nous avons le rayon de la meule, ou $b = l\sqrt{a}$. Mais (322) $\sqrt{a} = \sqrt{\mathrm{L}\,h'\,m}$. Donc $b = l\sqrt{\mathrm{L}\,h'\,m}$. Il eſt évident que pour un autre équipage dont le rayon ſeroit $= \mathrm{B}$, la dépenſe du courant moteur $= \mathrm{M}$, & ſa chûte $= \mathrm{H}'$, nous aurions pareillement $\mathrm{B} = l\sqrt{\mathrm{L}\,\mathrm{H}'\,\mathrm{M}}$. Nous aurons donc la proportion : $b : \mathrm{B} :: \sqrt{h'\,m} : \sqrt{\mathrm{H}'\,\mathrm{M}}$, laquelle nous fait voir que *les rayons des meules des meilleurs moulins ſimples ſont comme les racines quarrées des produits des volumes d'eau par les chûtes*, ce qui eſt évident; car (308) les rayons étant comme les racines quarrées des poids des équipages, & les poids des équipages comme les produits des dépenſes par les chûtes (320), les rayons des meules doivent être comme les racines quarrées de ces mêmes produits.

Dans les moulins ſimples, les nombres de révolutions ſont en raiſon inverſe des quantités précédentes.

325. Nous avons (302), le nombre de révolutions $q = \frac{\mathrm{D}}{b}$, ou en ſubſtituant la valeur de b priſe au numéro précédent, $q = \frac{\mathrm{D}}{l\sqrt{\mathrm{L}\,h'\,m}}$. Nommons Q le nombre de révolutions de tout autre moulin dont le courant moteur dépenſera un volume d'eau $= \mathrm{M}$ par ſeconde ſous une chûte $= \mathrm{H}'$. Nous aurons

pareillement $Q = \frac{D}{l\sqrt{L H' M}}$; d'où nous tirerons la proportion $q : Q :: \frac{1}{\sqrt{h' m}} : \frac{1}{\sqrt{H' M}}$ ou $:: \sqrt{H' M} : \sqrt{h' m}$; ce qui nous fait voir que *les nombres de révolutions des meilleurs moulins ſimples ſont réciproquement comme les racines quarrées des produits des dépenſes des courans par les chûtes.* Cette propoſition peut auſſi ſe démontrer de la même maniere que la précédente. Car (300) les nombres des révolutions ſont réciproquement comme les rayons des meules. Mais (324), ceux-ci ſont comme les racines quarrées des produits des dépenſes par les chûtes. Donc les nombres de révolutions ſeront réciproquement comme ces racines.

Dans les moulins ſimples les rayons des roues ſont comme les chûtes par les racines quarrés des dépenſes des courans moteurs.

326. Suivant le n. 303, nous avons le rayon de la roue, ou $R = \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{b v}{c D}$. Puiſque ces ſortes de roues employées à des moulins à bled, ne ſont preſque jamais placées que ſur des courſiers inclinés (87), ſubſtituons au lieu de v ſa valeur $= \sqrt{\frac{140 B h'}{K}}$, & (324) pour b la ſienne $= l\sqrt{L h' m}$. Nous aurons $R = \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{l}{c D} \cdot \sqrt{140 \frac{BL}{K}} \cdot h' \sqrt{m}$. Si nous avons un autre moulin dont le rayon de la roue ſoit $= R'$, la dépenſe du courant $= M$, & la chûte $= H'$, nous aurons pareillement $R' = \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{l}{c D}\sqrt{140 \frac{BL}{K}} \cdot H' \sqrt{M}$; d'où nous tirerons la proportion : $R : R' :: h' \sqrt{m} : H' \sqrt{M}$, ce qui nous fait voir que *dans les meilleurs moulins ſimples, les rayons des roues doivent être en raiſon compoſée des chûtes & des racines quarrées des dépenſes des ſources.*

Erreur de pluſieurs Conſtructeurs.

327. Dans pluſieurs endroits, les Conſtructeurs ont l'uſage de faire ce rayon égal à celui de la meule; ce qui eſt mani-

feſtement un défaut, puiſque ces deux grandeurs ne ſuivent pas les mêmes loix, le rayon de la meule étant (324) en raiſon compoſée des racines quarrées de la chûte & de la dépenſe du courant, au lieu que celui de la roue eſt en raiſon compoſée de la chûte & de la racine quarrée de la dépenſe du courant moteur.

Conſéquence des principes établis.

328. De tout ce que nous venons de dire, on peut conclure que ſi l'on conſtruit un moulin ſimple, ſelon nos principes, en le prenant pour terme de comparaiſon, on trouvera, par une ſimple regle de trois, tout ce qui ſera relatif à un autre moulin ſimple, dont on connoîtra la chûte & la dépenſe du courant moteur. En effet, on trouvera le poids de l'équipage par le n. 320; le rayon de la meule, par le n. 324; celui de la roue, par le n. 326; le nombre de révolutions dans un temps donné, par le n. 325; & la quantité de farine produite dans un temps connu, par le n. 321. Par le moyen des formules que nous avons données (320 — 326), on pourra auſſi connoître chacune de ces grandeurs ſéparément, & indépendamment de tout autre moulin, par la ſeule connoiſſane de la dépenſe & de la chûte du courant, puiſque toutes les autres quantités qui y entrent, ſont conſtantes.

Quelle eſt la chûte au-deſſous de laquelle il faut employer des moulins à engrénage.

329. Nous avons trouvé (153), que la moindre chûte ſous laquelle on puiſſe employer une roue ſans engrénage, & placée ſur un courſier incliné eſt $h' = 3{,}921 \cdot \sqrt[5]{\frac{q^4 m^2}{n^2}}$. Mais (302) $q = \frac{D}{b}$, & (324) $b = l\sqrt{L h' m}$. Subſtituons au lieu de q^4 & b^2 leurs valeurs, & nous aurons $h' = \sqrt[5]{\frac{3{,}921 \times D^4}{l^4 L^2 n^2}}$ pour la moindre chûte ſous laquelle on peut conſtruire un moulin ſimple. Dans la ſection ſuivante, nous l'exprimerons numériquement.

Loi que ſuit cette chûte.

330. Dans l'expreſſion que nous venons de trouver pour la

moindre chûte, tout eſt conſtant excepté n: par conſéquent ſi nous nommons H′ une autre moindre chûte qui réponde à un autre nombre N, nous aurons : $h' : H' :: \frac{1}{\sqrt[5]{n^2}} : \frac{1}{\sqrt[5]{N^2}}$ ou : : $\sqrt[5]{N^2} : \sqrt[5]{n^2}$. Cette proportion nous fait voir que *les moindres chûtes ſont en raiſon inverſe des racines cinquiemes des nombres* n & N *qui expriment* (152) *le rapport de la profondeur de l'eau au bas du courſier à la largeur du courſier au même endroit.* Ainſi, plus ce rapport ſera grand, plus la moindre chûte ſera petite; & au contraire plus ce rapport ſera petit, plus la moindre chûte ſera grande.

La connoiſſance de cette chûte ne ſuffit pas.

331. La chûte n'eſt pas toujours ſuffiſante: il faut (244) qu'elle ait un rapport déterminé avec la dépenſe de la ſource, afin que la force réſultante ſoit aſſez grande pour mouvoir convenablement au moins le moindre équipage qu'on puiſſe employer (310). Ce ne ſera que dans la ſection ſuivante que nous donnerons la valeur de cet équipage, ainſi que celle du produit de la chûte & du volume d'eau qui lui conviennent. Ce produit une fois déterminé, qu'on ſe ſouvienne de la méthode que nous avons donnée (244), & qu'on ait ſoin d'en faire uſage avant de conſtruire le moulin, pour ſavoir s'il ſera au-deſſus du moindre poſſible (310). S'il étoit au-deſſous, on conſtruiroit un moulin à écluſe.

§. II.

Des Moulins compoſés à ſimple & à double engrénage.

En quoi conſiſtent les moulins à ſimple engrénage. Fig. 28.

332. Lorſque par la méthode indiquée au n. 331, on ſe ſera convaincu que la dépenſe & la chûte ſont telles qu'on peut imprimer un mouvement continu à un équipage au-deſſus du moindre, & par celle du n. 329, que la chûte dont on a à

diſpoſer, eſt inférieure à celle qu'exigeroit un moulin ſimple, il faudra employer un engrénage, & conſtruire le moulin à-peu-près de la même maniere que la plupart de ceux qui ſont placés ſur des rivieres, c'eſt-à-dire que la roue à aubes ſera verticale, & que ſon arbre portera un rouet dont les dents engréneront les fuſeaux d'une lanterne fixée à une arbre vertical qui portera à ſon extrémité ſupérieure la meule tournante. Si au lieu du poids Π & de la corde AM (*fig.* 28) qui le ſoutient, on place une meule *abcd* à l'extrémité A de l'arbre vertical AÇ, on aura un moulin à ſimple engrénage, & tel que celui dont nous venons de faire la deſcription.

Formule générale pour les moulins à un engrénage repréſentés par la Fig. 28.

333. Dans le calcul que nous allons faire de cette machine, la figure étant la même qu'au problême du n. 173, employons les mêmes dénominations, avec cette ſeule différence que, conformément à ce que nous avons déjà fait (317), nous nommerons a le poids de l'équipage de la meule, b le rayon de la meule, & d le rapport du poids de l'équipage à la réſiſtance du bled. Le procédé qu'il faut ſuivre pour trouver la formule rélative à ces moulins étant tout-à-fait le même que celui du n. 173, il ſeroit inutile de recommencer le calcul. Il ſuffira de faire $\Pi = \frac{a}{d}$; $r = \frac{2}{3}b$, & $\Pi' = a$. En ſubſtituant ces quantités dans la formule du numéro cité, on aura pour l'équation générale aux moulins de cette forme $\frac{\Pi''g'}{n}\left(\frac{1}{R'} - \frac{1}{R'n-g'}\right) + K\lambda v^2 \cdot \frac{s^2}{s'+s}\left(\frac{g'}{R'n-} - \frac{s'^2}{s^2}\right) + \frac{p}{Rn-gp}\left(\frac{r'}{R'} + \frac{R'+r'}{R'} \cdot \frac{g'}{R'n-g'}\right) \times \left(\frac{2}{3}an \cdot \sqrt{\frac{b}{d} + \frac{g}{n}} + g \cdot \sqrt{\frac{R'}{r'} \cdot K\lambda v^2 \cdot \frac{s^2}{s'+s}} - \frac{a}{n}\right) = 0.$

Relation entre la viteſſe du courant & les rayons des différentes pieces des mêmes moulins.

334. Nous avons vu (174), que pour que le poids pût faire un nombre $= q$ de révolutions par ſeconde, on devoit avoir l'équation $\frac{r'}{R'} \cdot \frac{sv}{s'+s} = cq$R. Mais (302) $q = \frac{D}{b}$. Donc

Donc en ſubſtituant, on aura $\frac{r'}{R'} \cdot \frac{sv}{s'+s} = \frac{cDR}{b}$. C'eſt cette équation qu'il faut combiner avec la précédente, pour faire produire à ces ſortes de moulins le plus grand & le meilleur effet poſſible; & par conſéquent pour remplir toutes les conditions de la queſtion, il doit y avoir deux inconnues.

335. Lorſqu'on voudra appliquer les deux formules précédentes à un moulin conſtruit ſur un courſier incliné, on fera $\lambda v = m$, & (87) $v = \sqrt{\frac{140Bk'}{K}}$. Mais ſi la machine devoit être placée ſur une riviere, on prendroit ſimplement ces deux équations telles qu'elles ſont. Pour lors, on doit ſe ſouvenir (111), que v eſt la vîteſſe moyenne du courant, & (41) que la valeur de K ſera $\frac{7}{5}$ ou $\frac{7}{6}$, ſelon que le fluide ſera défini ou indéfini.

Remarque ſur l'uſage de ces formules.

336. LEMME. *Si tant de forces égales que l'on voudra, agiſſent ſur un même point dans des directions qui faſſent entre elles des angles égaux, toutes ces forces ſeront en équilibre, & le point ne recevra aucun mouvement.*

Propoſition préliminaire pour les moulins à pluſieurs meules.

Démonſtration. Car il n'y a aucune raiſon pour croire que le point ſe mouvra plutôt d'un côté que de l'autre. Donc il reſtera en repos.

337. Corollaire I. *Si ces mêmes forces agiſſent ſur la circonférence d'un cercle dans la direction des tangentes menées à des points également diſtans les uns des autres, le centre reſtera en repos.*

Démonſtration. Car le centre ſera pouſſé de la même façon que ſi toutes ces forces paſſoient par ce point. Or, alors il n'y auroit point de mouvement de tranſlation (336).

338. Corollaire II. *Soit* HIKLMN (fig. 47), *un rouet horiſontal, dont les dents engrénent les fuſeaux de tant de lanter-*

FIG. 47.

nes que l'on voudra, égales, qui portent des équipages égaux & ſemblables, diſpoſées à égales diſtances les unes des autres, & qui reçoivent leur mouvement de la part de ce rouet : les réſiſtances que ces lanternes oppoſeront n'occaſionneront aucun frottement à l'axe C.

Démonſtration. Cela eſt évident, puiſque (337), le centre ne recevra aucun mouvement de tranſlation.

Comment on trouve l'équation exacte d'un moulin à double engrénage & à pluſieurs meules. FIG. 48.

339. Suppoſons à préſent que les dents D (*fig.* 48) du rouet vertical engrénent les fuſeaux d'une lanterne, dont l'arbre vertical MN porte un hériſſon horiſontal qui donne le mouvement à un nombre quelconque N d'équipages égaux & diſpoſés ainſi que nous venons de dire (338). Il s'agit de trouver l'équation à cette machine.

Nommons *a* le poids de l'équipage d'une meule, *b* ſon rayon AB, *d* le rapport du poids de l'équipage à la réſiſtance du bled; *n* celui de la preſſion à la réſiſtance du frottement, R le rayon (FG) de la roue à aubes; *r* celui (ED) du rouet; R′ celui (MD) de la premiere lanterne; *r′* celui (NI) du hériſſon; R″ celui (CI) de la ſeconde lanterne, Π le poids de l'équipage EF; Π′ celui de l'équipage MN; *g* les rayons des pivots Q & Q′ que nous ſuppoſons égaux; & *g′* celui des tourrillons H. Pour ce qui eſt de la viteſſe du courant, de ſa ſection & de la réſiſtance qui s'opere aux engrénages, nous nous ſervirons des mêmes expreſſions que dans le calcul du n. 333 ou du n. 173; & conformément au procédé que nous avons ſuivi dans le n. 173, nous imaginerons la viteſſe du courant décompoſée en deux parties qui ſeront entre elles :: *s′* : *s*, dont la premiere répondra à une force F qui vaincra les réſiſtances, & la ſeconde a une force *f* qui agira ſur la machine comme ſur un ſyſtême libre.

Examinons d'abord les réſiſtances de la part d'un ſeule équipage. Les réſiſtances qui s'exerceront aux fuſeaux I de la lan-

terne CI, seront composées, 1°. de celle du bled sous la meule, 2°. de celle des frottemens au fond de la crapaudine. Le moment de la premiere sera $= \frac{1}{3}\,\frac{ab}{d}$; & celui de la seconde sera $= \frac{1}{3}\,\frac{ag}{n}$. Ainsi, la somme de ces moments sera $= \frac{1}{3}\,a \cdot \overline{\frac{b}{d} + \frac{g}{n}}$. Pour surmonter ces résistances, il faudra appliquer aux dents I du hérisson, une force qui, à cause du frottement de l'engrénage (172), sera $= \frac{1}{3}\,\frac{aP}{R''} \cdot \overline{\frac{b}{d} + \frac{g}{n}}$. Faisons cette force $= f'$.

La force f' luttera contre l'équipage, & par conséquent poussera le pivot Q' contre les côtés de la crapaudine. Mais la force f' qui agit en G, & qui donne le mouvement à la machine considérée sans obstacles, cette force, dis-je, rapportée aux dents I du hérisson, y aura une intensité $= f' \cdot \frac{RR'}{rr'}$. C'est l'énergie avec laquelle elle agit contre la somme de tous les équipages des meules. Donc son énergie, contre un seul équipage, sera $= f' \cdot \frac{RR'}{Nrr'}$. Cette force poussera, ainsi que f', l'équipage contre les côtés de la crapaudine ; & à cause que la résistance du frottement sur le fond de la crapaudine s'y oppose avec une force $= \frac{a}{n}$, la force de pression latérale sera $= f' + f' \cdot \frac{RR'}{Nrr'} - \frac{a}{n}$ que nous faisons $= \varphi$ pour abréger.

La premiere résistance latérale en Q' sera $= \frac{g}{n}$, & la force nécessaire aux dents I pour la surmonter, en ayant égard à l'engrénage, sera $= \varphi \cdot \frac{gP}{R''n}$.

Cette premiere force est suivie d'une seconde résistance

larérale en Q', laquelle eſt $= \varphi \cdot \frac{gP}{R'n'}$, & qui pour être vaincue exige aux dents I une ſeconde force $= \varphi \cdot \frac{g'P'}{R''n'}$.

La ſeconde force occaſionne en Q' une troiſieme réſiſtance latérale $= \varphi \cdot \frac{g'P'}{R''n'}$ qui ſera vaincue aux dents I par une troiſieme force $= \varphi \cdot \frac{g'P'}{R''n'}$, & ainſi de ſuite à l'infini.

Les forces néceſſaires aux dents I du rouet, pour vaincre les réſiſtances larérales qui s'exercent en Q', formeront la ſuite infinie $\varphi \cdot \frac{gP}{R''n} \left(\frac{\cdot\cdot}{\cdot\cdot} 1 : \frac{gP}{R''n} : \frac{g'P'}{R''n'} \cdots \cdot \frac{1}{\infty} \right)$ dont la ſomme de tous les termes $= \varphi \cdot \frac{gP}{R''n - gP}$.

Donc la réſiſtance totale qui s'exerce aux dents I de la part d'un ſeul équipage, ſera $= f' + \varphi \cdot \frac{gP}{R''n - gP}$: & puiſqu'il y a un nombre N d'équipages, la réſiſtance totale de la part de tous les équipages ſera $= N \left(f' + \varphi \cdot \frac{gP}{R''n - gP} \right)$. Nommons-là φ'.

Pour vaincre la réſiſtance φ', il faudra aux dents D du rouet vertical, une force qui, à cauſe de l'engrénage, ſera $= \varphi' \cdot \frac{r'P}{R'}$; & pour vaincre le frottement de rotation au fond de la crapaudine, il y en faudra appliquer une autre $= \frac{2}{3} \frac{gPn'}{R'n}$. Ces deux agiront ſur l'équipage MN de la même façon que f' agit ſur l'équipage AC ; c'eſt-à-dire qu'elles pouſſeront le pivot Q contre les côtés de la crapaudine. La force f qui anime la machine rapportée en D, y aura une intenſité $= \frac{Rf}{r}$. La preſſion larérale du pivot Q ſera donc égale à la ſomme de ces trois forces

diminuée de la réſiſtance du frottement ſur le fond de la crapaudine, c'eſt-à-dire $= \phi' \cdot \frac{r'p}{R'} + \frac{2}{3}\frac{fp\Pi}{R'n} + f \cdot \frac{R}{r} - \frac{n'}{n} = \phi''$ pour ſimplifier.

La premiere réſiſtance latérale en Q ſera $= \frac{\phi''}{n}$; & la force aux dents D du rouet, pour la vaincre malgré le frottement de l'engrénage, ſera $= \phi'' \cdot \frac{fp}{R'n}$.

La premiere force ne peut agir ſans preſſer le point d'appui en Q, & y occaſionner une ſeconde réſiſtance $= \phi'' \cdot \frac{fp}{R'n^2}$, qui pour être vaincue, exige aux dents D du rouet une ſeconde force $= \phi'' \cdot \frac{f^2p^2}{R''n^2}$.

Celle-ci agit ſur le pivot Q de la même maniere que la précédente, & y produit une troiſieme réſiſtance latérale $= \phi'' \cdot \frac{f^2p^2}{R''n^2}$, qui ſera vaincue par une troiſieme force en D $= \phi'' \cdot \frac{f^3p^3}{R'^3n^3}$: & ainſi de ſuite.

Les forces néceſſaires aux dents D du rouet vertical, pour ſurmonter les réſiſtances latérales du pivot Q, formeront la progreſſion infinie $\phi'' \cdot \frac{fp}{R'n}\left(\frac{\cdots}{\cdots} 1 : \frac{fp}{R'n} : \frac{f^2p^2}{R'^2n^2} \cdots \frac{1}{\infty}\right)$ dont la ſomme des termes $= \phi'' \cdot \frac{fp}{R'n - fp}$.

Donc la réſiſtance rotale qui s'exerce aux dents D du rouet, ſera $= \phi' \cdot \frac{r'p}{R'} + \frac{2}{3}\frac{fp\Pi'}{R'n} + \phi'' \cdot \frac{fp}{R'n - fp}$. Nommons-la χ.

La force néceſſaire en G pour faire équilibre à x ſera $= \chi \cdot \frac{r}{R}$. Mais parce que les rayons ED & FG forment enſemble un levier vertical, les points d'appui H, H, ſeront laté-

ralement chargés d'un poids $= \chi + \chi \cdot \frac{r}{R} = \chi \cdot \frac{R+r}{R}$. La force f preſſe auſſi l'équipage EF dans le même ſens. Ainſi la preſſion latérale qui aura lieu aux tourrillons, ſera égale à la ſomme de ces deux actions diminuée de la réſiſtance qu'oppoſe le frottement occaſionné par le poids de l'équipage EF; c'eſt-à-dire qu'elle ſera $= \chi \cdot \frac{R+r}{R} + f - \frac{n}{n}$. Faiſons-la $= \chi'$.

La premiere réſiſtance latérale qui s'exercera aux tourrillons H, H, ſera $= \frac{\chi'}{n'}$, & la force néceſſaire en G pour la ſurmonter, ſera $= \chi' \cdot \frac{g'}{Rn}$.

De cette premiere force réſulte aux tourrillons une ſeconde réſiſtance latérale $= \chi \cdot \frac{g'}{Rn^2}$ qui exige en G une ſeconde force $= \chi' \cdot \frac{g'^2}{R^2 n^2}$.

Cette ſeconde force produit aux tourrillons une troiſieme réſiſtance latérale $= \chi' \cdot \frac{g'^2}{R^2 n^2}$ qui ſera vaincue par une troiſieme force en G $= \chi' \cdot \frac{g'^3}{R^3 n^3}$; & ainſi de ſuite.

Ces forces en G qui doivent détruire les réſiſtances latérales des tourrillons, forment la ſuite infinie : $\chi' \cdot \frac{g'}{Rn}$ $\left(\div 1 : \frac{g}{Rn} : \frac{g'^2}{R^2 n^2} \cdots \frac{1}{\infty}\right)$; & leur ſomme eſt $= \chi' \cdot \frac{g'}{Rn - g'}$.

Mais pour imprimer à l'équipage EF un mouvement de rotation, ſelon ce que nous avons dit (165), il faut employer en G une force $= \frac{n g'}{Rn}$.

Donc pour ſurmonter tous les obſtacles, & mettre la machine en état d'obéir à l'action de la force f, comme un ſyſtême libre, il faudra employer trois forces en G. La premiere $= \frac{\Pi g'}{Rn}$ vaincra le frottement de rotation des tourrillons. La ſeconde $= \chi \cdot \frac{r}{R}$ ſera équilibre aux réſiſtances qui s'exercent en D; & la troiſieme $= \chi' \cdot \frac{g'}{Rn - g'}$ ſurmontera les réſiſtances latérales des tourrillons. Or, la force deſtinée à ſurmonter toutes les réſiſtances, eſt $=$ F. Donc nous aurons l'équation $F = \frac{\Pi g'}{Rn} + \chi \cdot \frac{r}{R} + \chi' \cdot \frac{g'}{Rn - g'}$.

Souvenons-nous à préſent que nous avons $\chi' = \chi \cdot \frac{R+r}{R} + f - \frac{\Pi}{n}$; $\chi = \phi' \cdot \frac{r'p}{R'} + \frac{1}{3} \cdot \frac{gp\Pi'}{R'n} + \phi'' \cdot \frac{gp}{R'n - gp}$; $\phi'' = \phi' \cdot \frac{r'p}{R'} + \frac{1}{3} \frac{gp\Pi'}{R'n} + \frac{rf}{R} - \frac{\Pi'}{n}$; $\phi' = N \times \left(f' + \phi \cdot \frac{gp}{R''n - gp} \right)$; $\phi = f' + f \cdot \frac{RR'}{Nrr'} - \frac{a}{n}$; $f' = \frac{1}{3} \frac{ap}{R''} \left(\frac{b}{d} + \frac{g}{n} \right)$; $F = K\lambda\nu^2 \times \frac{s^2}{s'+s}$ (47); & par conſéquent $f = K\lambda\nu^2 \cdot \frac{s^2}{s'+s}$. Subſtituant & tranſportant tous les termes dans un même membre, nous aurons : $\frac{\Pi g'}{n} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{Rn - g'} \right) + K\lambda\nu^2 \cdot \frac{s^2}{s'+s} \left(\frac{g'}{Rn - g'} - \frac{s^2}{s^2} \right) + \frac{p}{R'n - gp} \left(\frac{r}{R} + \frac{R+r}{R} \cdot \frac{g'}{Rn - g'} \right) \cdot \left[g\Pi' \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{n} + \frac{gR}{r} \cdot K\lambda\nu^2 \cdot \frac{s^2}{s'+s} + \frac{r'nNp}{R''n - gp} \left(\frac{1}{3} an \cdot \frac{b}{d} + \frac{g}{n} + g \left\{ \frac{RR'}{rr'N} \cdot K\lambda\nu^2 \cdot \frac{s^2}{s'+s} - \frac{a}{n} \right\} \right) \right] = 0$; c'eſt l'équation générale aux moulins à double engrénage, & de la forme de ceux qui ſont repréſentés par la figure 48.

Relation entre la viteſſe du courant & les rayons des différentes pieces du même moulin.

340. On voit évidemment que la formule $\frac{rr'}{RR'R''} \cdot \frac{sv}{s'+s} = \frac{cD}{b}$, du n. 303 exprime la relation qui doit régner entre la viteſſe du courant, & les rayons de la roue, des rouets, de la lanterne & de la meule, afin que les meules faſſent dans un remps donné, un nombre $= q$ de révolutions. Il eſt inutile de rapporter la méthode que nous avons ſuivie pour trouver cette équation, puiſqu'on peut la voir au n. 64.

FIG. 48.

Détermination du rayon du hériſſon du même moulin.

341. Quand on emploiera pluſieurs équipages, il faut que l'intervalle qui ſéparera les meules, ſoit aſſez grand pour pouvoir y paſſer commodément. Et puiſque (338), tous les équipages doivent être placés ſur la circonférence d'un cercle, on ſent bien que le rayon du hériſſon qui les mettra en mouvement eſt ſoumis à une loi conſtante. Cherchons donc ſon expreſſion; & avant de traiter généralement la queſtion, ſuppoſons qu'il n'y ait que trois équipages, dont les centres ſoient en A, B & D, (*fig.* 49); & dont les lanternes reſpectives ſoient GQR, MNK, & LST. Le triangle BAD ſera équilatéral. Du centre C menons CA, & la perpendiculaire CE. L'angle CAE ſera de 30^d, & par conſéquent $CE = \frac{1}{2} CA$; HE ſera $= \frac{1}{2}$ HP. Nommons toujours b le rayon AH de la meule; R'' celui (AG) de la lanterne, & r' celui (CG) du hériſſon. Soit l'intervalle donné $HP = p'$. Dans le triangle rectangle ACE, nous aurons: $\overline{AC}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{CE}^2 = \overline{AE}^2 + \frac{1}{4} \cdot \overline{AC}^2$; par conſéquent $AC = \frac{2AE}{\sqrt{3}}$. Mais $AC = R'' + r'$; & $AE = b + \frac{1}{2}p'$. Donc $R'' + r' = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \overline{b + \frac{1}{2}p'}$, & $r' = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \overline{b + \frac{1}{2}p'} - R''$.

FIG. 49.

342. Si le hériſſon engréne quatre lanternes, comme dans la figure 50, on aura $EAC = 45^d$, & par conſéquent $CE =$ AE

FIG. 50.

$AE = \frac{AC}{\sqrt{2}}$. Conſervant les mêmes dénominations, nous aurons l'équation : $\overline{b + \frac{1}{2}p'} . \sqrt{2} = R'' + r'$, de laquelle nous tirerons $r' = \overline{b + \frac{1}{2}p'} . \sqrt{2} - R''$.

343. L'on voit par ces deux exemples, que dans le triangle AEC l'angle CAE ſera toujours connu, puiſqu'il ſera la moitié de l'angle à la circonférence d'un polygone régulier, dont le nombre de côrés ſera le même que celui des lanrernes que le hériſſon doir engréner. On aura donc en général : $1 : m' :: AC : CE = m' . AC$, & $\overline{AC}^2 = \overline{CE}^2 + \overline{AE}^2 = m'^2 \overline{AC}^2 + \overline{AE}^2$; d'où l'on tirera $AC . \sqrt{1 - m'^2} = AE$. Subſtituons $R'' + r'$ au lieu de AC, & $b + \frac{1}{2}p'$ au lieu de AE, & nous aurons $r' = \frac{b + \frac{1}{2}p'}{\sqrt{1 - m'^2}} - R''$. Dans cette expreſſion, il faur avoir ſoin de ſubſtiruer pour m' la valeur qui lui conviendra, & qui ſera déterminée par le nombre d'équipages.

344. Lorſqu'il n'y a que deux meules tournanres, l'angle CAE s'anéanrit, & $m' = 0$; ce qui donne pour lors $r' = b + \frac{1}{2}p' - R''$.

345. Pour facilirer le calcul aux Lecteurs, nous joindrons ici une table des valeurs de m'; & comme le même hériſſon ne peut pas engréner un rrop grand nombre de lanrernes, nous nous contenterons de la pouſſer ſeulemenr juſqu'à dix meules. Table pour faciliter le calcul du hériſſon.

Lorſque le nombre de meules ſera =	2	3	4	5	6	7	8	9	10
La valeur correſpondante de m' ſera... =	0	0,5	0,709	0,809	0,866	0,9	0,914	0,939	0,951

Par exemple, ſi l'on vouloit que le même rouet engrénât huit lanternes, dans la formule du n. 343, on ſubſtitueroit 0,924 au lieu de m'; ce qui donneroit $r' = \frac{b + \frac{1}{2}p'}{0,388} - R''$.

Quand on emploie pluſieurs meules, il y a trois inconnues.

346. Tous ces calculs font voir que quand on emploiera pluſieurs meules, pour faire produire à la machine le plus grand & le meilleur effet poſſible, on a trois équations; & par conſéquent pour remplir toutes les conditions du problême, on eſt obligé de ſuppoſer trois inconnues. Il eſt rare qu'on ne puiſſe pas choiſir quelques-unes de ces quantités qu'on ſuppoſera telles. En pareils cas, on ſent bien qu'il faut faire tomber le choix ſur celles qui donneront les équations les moins compoſées. Nous verrons bientôt quelles ſont celles qui dans l'uſage ordinaire peuvent avoir ces propriétés.

347. On pourroit auſſi prolonger l'arbre MN (*fig.* 48), juſqu'en P, & placer en S un ſecond hériſſon égal au premier. Cela ne changeroit rien aux calculs que nous avons donnés. Il faudroit ſeulement avoir ſoin d'employer le même nombre d'équipages à l'égard de chaque hériſſon, & alors dans l'équation $r' = \frac{b + \frac{1}{2}p'}{\sqrt{1 - m'^2}} - R''$, on ne prendroit pour m' que la valeur correſpondante au nombre d'équipages animés par un ſeul hériſſon. Suppoſons, par exemple, qu'on emploie dix meules: on en placera 5 autour de chaque hériſſon, & pour déterminer r', on prendra dans la table du n. 345, la valeur correſpondante à 5, c'eſt-à-dire 0,809.

Frottement latéral du pivot de l'arbre du hériſſon, quand on n'emploie qu'une meule tournante. FIG. 48.

348. La forme de la figure 48 ſuppoſe que l'on a aſſez d'eau & aſſez de chûte pour fournir à pluſieurs équipages. Mais ſi la dépenſe du courant & ſa chûte ne ſuffiſoient qu'à un ſeul, on feroit mal d'employer cette forme à cauſe de l'excès de frottement occaſionné par le double engrénage: il faudroit alors ſe ſervir de ceux qui ſont à engrénage ſimple. Cependant, comme des circonſtances locales peuvent s'y oppoſer, examinons le cas où l'on n'emploieroit qu'un ſeul équipage avec un double engrénage. Nous allons voir que la loi que ſuit le

frottement latéral du pivot Q, varie ſelon la poſition de l'équipage.

Que l'aube G reçoive l'impulſion ſur la face oppoſée à celle qu'on voit. On apperçoit ſans peine dans quel ſens doit ſe faire le mouvement de toutes les parties de la machine. Si l'on place la lanterne à la droite de l'arbre MN, la force de la dent D pouſſera cet arbre en avant, & il en ſera de même de la réſiſtance des fuſeaux en I. Ainſi, la preſſion latérale des pivots Q & Q, ſera pour lors égale à la ſomme de la force en D, & de la réſiſtance en I.

Plaçons la lanterne à la gauche. La réſiſtance aux fuſeaux I, aura une direction contraire à celle de la force en D, & la preſſion latérale des pivots Q, Q ne ſera que la différence de la force en D, & de la réſiſtance en I.

Enfin, ſi nous plaçons la lanterne entre la droite & la gauche, il eſt évident que la preſſion latérale en Q ſera plus ou moins grande ſelon que la lanterne approchera plus ou moins de la premiere de ces deux poſitions.

Comment on doit placer la meule quand on n'en emploie qu'une dans les moulins à double engrénage. FIG. 48.

349. Concluons delà que quand les circonſtances exigeront qu'on n'emploie qu'une meule avec un double engrénage, & que le mouvement de la roue à aubes ſe fera, ainſi que nous venons de dire, pour diminuer le plus qu'il eſt poſſible le frottement latéral de MN, il faut placer la lanterne à la gauche; & à la droite, ſi le mouvement ſe fait dans un ſens contraire.

Comment on trouve l'équation à ce moulin. FIG. 48.

350. Suppoſons qu'on ſoit forcé à n'employer qu'une meule tournante avec un double engrénage. On fera le calcul de la machine à peu de choſe près de la même manière qu'au n. 339. Le ſeul changement qu'il y aura à faire, ſera dans la preſſion latérale des pivots Q & Q. Pour n'être pas arrêté lorſque l'occaſion ſe préſentera, cherchons la formule rélative à ce cas. Elle ſervira pareillement à faire voir comment on doit ſe conduire dans le calcul des autres machines dont la forme ſe rapporteroit à celle

dont nous parlons. Reprenons le calcul du n. 339. Nous aurons $N = 1$; $\varphi = f' + f \cdot \frac{RR'}{rr'} - \frac{a}{n}$; & $\varphi' = f' + \varphi \cdot \frac{gp}{R''n - gp}$. Suppoſons à l'équipage de la meule la poſition la plus ou la moins déſavantageuſe. La premiere preſſion latérale en Q ſera (348) $= \varphi' \cdot \frac{r'p}{R'} \pm \varphi' + \frac{Rf}{r} - \frac{\Pi}{n} = \varphi' \cdot \overline{\frac{r'p}{R'} \pm 1} + \frac{Rf}{r} - \frac{\Pi}{n} = \varphi''$. Le ſigne ſupérieur ſe rapportera à la premiere poſition, & le ſigne inférieur à la ſeconde. Le reſte du calcul ſera exactement le même qu'au n. 339, & par le même raiſonnement, on trouvera $F = \frac{n'g'}{Rn} + \chi' \cdot \frac{r}{R} + \chi' \cdot \frac{g'}{Rn - g'}$; équation qui par la ſubſtitution & la tranſpoſition deviendra $\frac{n'g'}{n}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{Rn - g'}\right) + \frac{s^2}{s'+s} \cdot K\lambda\nu^2\left(\frac{g'}{Rn - g'} - \frac{s'^2}{s^2}\right) + \left(\frac{r}{R} + \frac{R+r}{R} \cdot \frac{g'}{Rn - g'}\right) \cdot \left\{\frac{p}{R''n - gp}\left[\frac{3}{4}an \cdot \overline{\frac{b}{d} + \frac{g}{n}} + g\left(\frac{RR'}{rr'} \cdot \frac{s^2}{s'+s} \cdot K\lambda\nu^2 - \frac{a}{n}\right)\right] \times \left(\frac{r'p}{R'} + \frac{gp}{R'n - gp} \times \overline{\frac{r'p}{R'} \pm 1}\right) + \frac{gp}{R''n - gp}\left(\frac{R}{r} \cdot \frac{s^2}{s'+s} \cdot K\lambda\nu^2 - \frac{\Pi}{n}\right)\right\} = 0$.

Comment on trouve l'équation exacte d'un moulin à pluſieurs meules & à un ſeul engrénage. Fig. 51.

351. Il peut arriver que la chûte (329) ſoit ſuffiſante pour conſtruire un moulin ſimple, & qu'en même temps on ait un volume d'eau aſſez conſidérable pour mouvoir pluſieurs meules. Dans ce cas, on feroit bien de n'employer qu'un ſeul engrénage. Pour cet effet, la roue à aubes FG (*fig.* 51), ſera portée par l'arbre vertical EF. Il en ſera de même du hériſſon EF, dont les dents engréneront les fuſeaux des lanternes CD, CD. Conſervons aux dimenſions des équipages des meules les mêmes dénominations que dans le calcul précédent, avec cette ſeule différence que CD ſera $= R'$. Nommons Π le poids de l'équipage EF & de ſes dépendances, R le rayon (FG) de la

roue, r celui (ED) du hériſſon, & g' celui du pivot H. Les autres dénomination ſeront les mêmes qu'au n. 339. Nous aurons la force néceſſaire aux dents D, pour vaincre la réſiſtance du bled & celle du frottement au fond de la crapaudine, c'eſt-à-dire f' qui ſera $= \frac{1}{3}\frac{ap}{R'} \cdot \overline{\frac{b}{d} + \frac{g}{n}}$, ainſi qu'on peut le voir par un raiſonnement ſemblable à celui du commencement du numéro que nous venons de citer. L'intenſité de la force f qui meut la machine, rapportée aux dents du hériſſon, ſera $= f \cdot \frac{R}{r}$; & ſon énergie ſur une ſeule lanterne $= f \cdot \frac{R}{rN}$. Ainſi la premiere propoſition latérale du pivot Q contre les côtés de la crapaudine pour un ſeul équipage, ſera $= f' + f \cdot \frac{R}{rN} - \frac{a}{n}$, que nous nomerons φ.

Par le raiſonnement du n. 339, on trouvera aiſément que les frottemens latéraux du pivot Q, pour être vaincus, exigeront aux dents du hériſſon, une ſuite infinie de forces, dont la ſomme ſera $= \varphi \cdot \frac{gp}{R'n - gp}$.

Donc la force néceſſaire aux dents D du hériſſon, pour ſurmonter les réſiſtances d'un ſeul équipage, ſera $= f' + \varphi \cdot \frac{gp}{R'n - gp}$: & pour ſurmonter celles d'un nombre N, elle ſera $= N\left(f' + \varphi \cdot \frac{gp}{R'n - gp}\right)$ que nous faiſons $= \varphi'$.

La force en G néceſſaire pour faire équilibre à φ' ſera $= \frac{r\varphi'}{R}$. Donc la premiere preſſion latérale du pivot H ſera $= \frac{r\varphi'}{R} + f\frac{1}{3} - \frac{n}{n}$. Faiſons-la $= \varphi''$. Nous aurons encore une ſuite de réſiſtances latérales qui ſeront vaincues par une ſuite de forces en G, dont la ſomme ſera $= \varphi'' \cdot \frac{g'}{Rn - g'}$.

Mais le mouvement circulaire occaſionne au fond de la crapaudine une réſiſtance dont le moment $= \frac{2}{3}\frac{\pi g'}{n}$ & qui ſera vaincue par une autre force en G $= \frac{2}{3}\frac{\pi g'}{Rn}$.

Donc pour vaincre tous les obſtacles, il faudra appliquer trois forces en G. La premiere $= \frac{2}{3}\frac{\pi g'}{Rn}$ vaincra le frottement au fond de la crapaudine H. La ſeconde $= \varphi' . \frac{r}{R}$ fera équilibre aux réſiſtances qu'éprouveront les dents du hériſſon; & la troiſieme $= \varphi'' . \frac{g'}{Rn - g'}$ ſurmontera les réſiſtances latérales du pivot H. Et puiſque F eſt la force qui doit détruire tous les obſtacles, nous aurons l'équation $F = \frac{2}{3}\frac{\pi g'}{Rn} + \varphi' . \frac{r}{R} + \varphi'' . \frac{g'}{Rn - g'}$. Or nous avons $\varphi'' = \varphi' . \frac{r}{R} + f - \frac{\pi}{n}$; $\varphi' = N\left(f' + \varphi . \frac{gp}{R'n - gp}\right)$; $\varphi = f' + f . \frac{R}{rN} - \frac{a}{n}$; $f' = \frac{2}{3}\frac{ap}{R'} . \sqrt{\frac{b}{d} + \frac{g}{n}}$; $F = \frac{s'^2}{s' + s} . K\lambda v^2$; & $f = F . \frac{s^2}{s'^2} = \frac{s^2}{s' + s} . K\lambda v^2$. Subſtituons toutes ces quantités dans l'équation, & paſſons tous les termes dans un membre, nous aurons : $\frac{\pi g'}{n}\left(\frac{2}{3} . \frac{1}{R} - \frac{1}{Rn - g'}\right) + \frac{s^2}{s' + s} . K\lambda v^2 \left(\frac{g'}{Rn - g'} - \frac{s'^2}{s^2}\right) + \frac{rn}{Rn - g'} . \frac{Np}{R'n - gp} \times \left[\frac{2}{3} an . \sqrt{\frac{b}{d} + \frac{g}{n}} + g\left(\frac{R}{rN} . \frac{s^2}{s' + s} . K\lambda v^2 - \frac{a}{n}\right)\right] = 0$.

352. Nous n'examinerons pas le cas où l'on auroit N = 1 ; car il eſt évident que quand la roue à aubes pourra être horiſontale, ſi le volume d'eau ne ſuffit qu'à une meule, on ſe ſervira d'un moulin ſimple, & non pas d'un moulin compoſé.

Néanmoins ſi l'on en vouloit faire le calcul, on ſe conduiroit à-peu près ainſi que nous avons fait ci-deſſus (350).

Relation entre la viteſſe du courant & les rayons des différentes pieces du moulin de la Fig. 51.

353. Cherchons une équation qui exprime la relation qui doit regner entre la viteſſe du courant & les rayons de la roue, du hériſſon, &c. pour faire prendre aux meules la viteſſe qui leur convient. La viteſſe du point G ou l'arc qu'il décrira dans une ſeconde, ſera $= \frac{sv}{s'+s}$, & celui que décrira dans le même temps la dent D du hériſſon ſera $= \frac{r}{R} \cdot \frac{sv}{s'+s}$. Le rapport de la circonférence au rayon étant $= c$, la circonférence de la lanterne ſera $= cR'$. Soit q le nombre de révolutions que chaque meule doit faire dans une ſeconde : $cR'q$ ſera l'eſpace parcouru par un fuſeau dans le même temps. Or (150) cet eſpace doit être égal à l'arc décrit par la dent D. Donc nous aurons $\frac{r}{R} \cdot \frac{sv}{s'+s} = cR'q$; & à cauſe que $q = \frac{D}{b}$ (302), en ſubſtituant l'équation deviendra $\frac{r}{R} \cdot \frac{sv}{s'+s} = \frac{cDR'}{b}$.

Valeur du rayon du hériſſon dans le moulin de la Fig. 51.

354. Nous avons vu (343) que l'on avoit $r' = \frac{b+\frac{1}{2}p'}{\sqrt{1-m^2}} - R''$. Mais dans cette conſtruction on a $r' = r$; & nous avons nommé R' le rayon de la lanterne de la meule, lequel dans le calcul de la figure 48 étoit $= R''$. Donc nous aurons $r = \frac{b+\frac{1}{2}p'}{\sqrt{1-m^2}} - R'$.

355. L'on voit que dans cette forme on a encore trois équations, ainſi que dans celle du n. 339 : par conſéquent quand on voudra faire produire à cette ſorte de moulins le plus grand & le meilleur effet poſſible, on choiſira trois quantités pour inconnues, afin de remplir par là toutes les conditions de la queſtion. Nous pourrions rapporter pluſieurs autres formes de moulins à engrénage : car il y en a une infinité. Mais la maniere de calculer leurs effets eſt preſque par-tout la même, & à

quelques legers changemens près, elle ſe rapporte ordinairement à quelqu'une des méthodes que nous avons employées. Ainſi il ſeroit inutile d'en parcourir un plus grand nombre.

Loix des moulins repréſentés par la fig. 28, & conſidérés ſans frottement.

356. Après avoir examiné les moulins compoſés tels qu'ils ſont dans la nature, conſidérons-en la théorie abſolue, & dépouillée de tout frottement pour la comparer à celle des moulins ſimples. Commençons par les moulins à un ſeul engrénage, & prenons l'équation du n. 333 qui ſe rapporte à la figure 28, dont l'arbre vertical A C eſt ſuppoſé porter une meule à ſon extrêmité ſupérieure. En faiſant le frottement nul, nous aurons $n = \infty$ & $p = 1$ (171 & 172): ce qui change cette équation en celle-ci: $\frac{r'}{RR'} \cdot \frac{1}{3}\frac{ab}{d} - \frac{s''}{s'+s}$. $K\lambda v^2 = 0$. Celle du n. 334 nous donne $\frac{r'}{RR} = \frac{cD}{b} \cdot \frac{s'+s}{sv}$. Subſtituons cette valeur dans la premiere équation, & ayant diviſé tous les termes par le coëfficient de a, nous aurons: $a - \frac{1}{2} \cdot \frac{dK}{cD} \cdot \frac{s''s}{s'+s} \cdot \lambda v^3 = 0$, équation exactement la même que celle du n. 319, rapportée aux moulins ſimples, & de laquelle l'on peut déduire que *les poids des équipages des meules ſont les mêmes dans les moulins ſimples & dans les moulins compoſés, mûs par le même courant & conſidérés ſans frottement.*

357. Puiſque les poids des équipages ſont les mêmes, les rayons des meules, leurs nombres de révolutions & les quantités de farine produites dans un temps donné, ſuivront auſſi les mêmes loix, & auront les mêmes expreſſions que dans les moulins ſimples; puiſque ces quantités ne dépendent que du poids de l'équipage auquel elles appartiennent (309, 302, 312).

358. L'équation du n. 334 nous donne $R \cdot \frac{R'}{r'} = \frac{b}{cD} \cdot \frac{sv}{s'+s}$, expreſſion tout-à-fait la même que celle du n. 303, qui

qui s'applique au n. 319. Cette expreſſion nous fait voir que *le rayon* R *de la lanterne multiplié par le rapport du rayon* R′ *de la roue à aubes au rayon* r′ *du rouet a la même valeur & ſuit la même loi que le rayon de la roue dans les moulins ſimples.* La théorie des moulins compoſés differe donc en ce point de celle des moulins ſimples.

Loix des moulins repréſentés par la fig. 48, & conſidérés ſans frottement.

359. Paſſons aux moulins à double engrénage repréſentés par la fig. 48, à laquelle l'équation du n. 339, ſe rapporte. Suppoſons $n = \infty$. p ſera $= 1$, & cette équation deviendra $\frac{rr'}{RR'R''} \cdot \frac{1}{3}\frac{abN}{d} - \frac{s'^3}{s'+s} \cdot K\lambda v^2 = 0$. Mais l'équation du n. 340, nous donne $\frac{rr'}{RR'R''} = \frac{cD}{b} \cdot \frac{s'+s}{s'v}$. Subſtituons dans la premiere, & diviſons tous ſes termes par le multiplicateur de aN : elle deviendra $aN - \frac{1}{2}\frac{dK}{cD} \cdot \frac{s's}{s'+s} \cdot \lambda v^2 = 0$. Or aN eſt le poids équivalent à tous les équipages. Donc *dans les moulins à double engrénage conſidérés ſans frottement, les équipages ſont les mêmes que dans les moulins ſimples.*

360. La quantité de farine produite dans un temps donné étant (312) proportionnelle à aN, ſuivra les mêmes loix que dans les moulins ſimples. Quant aux rayons des meules & au nombre de leurs révolutions dans un temps donné, ce ne ſera qu'à la fonction de a, & non à celle de aN qu'ils ſeront proportionnels.

361. De l'équation du n. 340, nous tirons $R'' \cdot \frac{R'}{r'} \cdot \frac{R}{r} = \frac{b}{cD} \cdot \frac{sv}{s'+s}$. Le ſecond membre eſt entièrement le même que celui des formules des n. 319 & 358. Quant au premier membre, il eſt compoſé de trois facteurs, dont le premier (R'') eſt le rayon de la lanterne de l'arbre qui porte la

meule; le ſecond $\left(\frac{R'}{r'}\right)$ eſt le rapport du rayon de la lanterne à celui du hériſſon de l'arbre ſuivant; & le troiſieme $\left(\frac{R}{r}\right)$ eſt le rapport du rayon de la roue à aubes à celui de ſon rouet. Si l'on compare cette formule à celles des n. 319 & 358, on verra que les variations du premier membre ſont ſoumiſes à une loi conſtante, & qu'en général il ſera très aiſé de trouver la formule relative à un moulin quelconque auſſi compoſé qu'on voudra. Car le premier facteur du premier membre ſera toujours le rayon de la lanterne de l'arbre qui porte la meule; le ſecond ſera le rapport du rayon de la lanterne ſuivante à celui du rouet du même arbre; le troiſieme ſera le rapport du rayon de la troiſieme lanterne à celui du rouet de ſon arbre... & le dernier ſera le rapport du rayon de la roue à aubes à celui de ſon rouet. Le ſecond membre ſera conſtamment compoſé de la quantité $\frac{b}{cD} \cdot \frac{sv}{s'+s}$.

362. Lorſqu'on doit employer pluſieurs équipages, on a une troiſieme équation qui remplit la condition concernant l'intervalle qui doit ſéparer les meules (341). Mais cette équation ne change rien à la loi dont nous venons de parler. Car quelle que ſoit la valeur du rayon du hériſſon, le premier membre de l'équation qu'on déduira du n. 361, n'en aura pas moins les mêmes propriétés.

Loix des moulins repréſentés par la fig. 51, & conſidérés ſans frottement.

363. Il nous reſte à examiner la formule du n. 351, relative à la figure 51. Si nous ſuppoſons $n = \infty$ & $p = 1$, elle deviendra $\frac{r}{RR'} \cdot \frac{2}{3} \frac{abN}{d} - \frac{s'^2}{s'+s} \cdot K \lambda v^2 = 0$. Mais l'équation du n. 353 nous donne $\frac{r}{RR'} \cdot \frac{cD}{b} = \frac{s'+s}{sv}$. Subſtituons cette valeur dans la formule, & diviſons tous les termes par le multiplicateur de aN: nous aurons $aN - \frac{1}{2} \frac{dK}{cD} \cdot \frac{s'^2 s}{s'+s}$.

$\lambda v^3 = 0$, équation exactement la même que celle du n. 359, laquelle on déduira les mêmes concluſions qu'au n. 359 & 360.

364. De l'équation du n. 353, nous tirons $R'. \frac{R}{r} = \frac{b}{cD} . \frac{sv}{s'+s}$, expreſſion qui eſt la même que celle de la figure 28 n. 358. En les comparant, il faut faire attention que nous avons accentué dans le premier membre de celle-ci, les lettres qui ne le ſont pas dans le premier membre de l'autre, & réciproquement. Du teſte, on en déduira les mêmes concluſions.

365. De toute cette théorie, il réſulte que s'il n'y avoit point de frottement, le poids de l'équipage de la meule ou celui qui ſeroit équivalent à la ſomme des poids des équipages des meules d'un moulin compoſé d'autant d'engrénages qu'on voudra, ſeroit toujours le même que celui d'un moulin ſimple, pourvu que la valeur de K fût la même dans tous les cas (41); & qu'il en ſeroit de même de la quantité de farine produite dans un temps donné. Pour ce qui eſt des rayons de la roue, des rouets & des lanternes, ils ſont aſſujettis à une loi déterminée par ce que nous avons dit (361). Cette loi ſera d'autant plus compoſée que la machine aura plus d'engrénages. Cependant on peut encore rapporter la formule à celle des moulins ſimples, puiſque les ſeconds membres ſont les mêmes (319).

Réflexions ſur l'uſage des formules des moulins compoſés dépouillés de tout frottement.

366. Si nous jettons encore un coup d'œil ſur les formules primitives des moulins, nous verrons que pour les ramener à cet état de ſimplicité que leur donne la théorie, il a fallu négliger un nombre de termes d'autant plus grand que la machine renferme plus d'engrénages. Par conſéquent ſi par la connoiſſance de la dépenſe & de la chûte du courant, ou de ſa ſection & de ſa viteſſe, on vouloit déterminer théoriquement le poids de l'équipage de la meule d'un moulin à engténage, on ſe tromperoit

infailliblement, & l'erreur ſeroit d'autant plus grande que le moulin auroit plus d'engrénages. Cette erreur ne manqueroit pas de ſe communiquer à tout ce qui ſuivroit quelque fonction du poids de cet équipage, & elle ſeroit d'autant plus ſenſible que la fonction ſeroit plus élevée. Or parmi les grandeurs proportionnelles à quelque fonction du poids de cet équipage, la quantité de farine ſeroit la plus élevée, puiſqu'elle lui eſt proportionnelle (312). Le rayon de la meule & les quantités qui en dépendent ne ſuivant qu'une fonction ſoudoublée (308 & 300), l'erreur s'y fera moins ſentir.

367. Quelque éloignée de la pratique que ſoit la théorie des moulins compoſés, on peut néanmoins s'en ſervir utilement pour ſavoir, avant la conſtruction, la valeur groſſièrement eſtimée des élémens qu'on doit employer, & de l'effet qu'on peut attendre. Ainſi, dans un moulin, les principaux élémens étant, ou la ſection & la vîteſſe du courant au bas de la chûte, ou ſa dépenſe & ſa chûte, le poids de l'équipage de la meule, & la quantité de farine que la machine peut produire; ſi le moulin doit avoir la forme repréſentée par la figure 28, on aura les deux formules du n. 319, c'eſt-à-dire $a - \frac{1}{2}\frac{dK}{cD}\cdot\frac{s''s}{s'+s}\cdot\lambda v^3 = 0$, & $a - 210\cdot\frac{Bd}{cD}\cdot\frac{s''s}{s'+s}\cdot h' m = 0$; & celle du n. 314, qui donneront la ſolution approchée de cette queſtion générale : *de ces quatre quantités, la ſection & la vîteſſe du courant au bas de la chûte, ou ſa dépenſe & ſa chûte, le poids de l'équipage de la meule, & la quantité de farine produite dans un temps connu, deux étant données, trouver les deux autres.* Et ſi la machine devoir mouvoir pluſieurs meules, on trouveroit par les mêmes formules & la ſomme des poids de leurs équipages (359 & 363) & la quantité de farine produite dans un temps donné.

Simplification de la formule gé-

368. En examinant les moulins dans tous leurs détails, on a

des équations extrêmement compoſées & très-peu commodes dans la pratique ; & au contraire en ſe bornant à la ſimple théorie, on ne peut manquer dans les moulins compoſés, de commettre des erreurs ſenſibles. Tâchons donc de trouver un milieu qui ſimplifie la conſtruction, & rende les erreurs ſenſiblement négligeables. Commençons par ceux qui ſont repréſentés par la figure 28. Nous avons vu (161), qu'on pouvoit ſuppoſer nul le frottement du pivot D, contre le fond & contre les côtés de la crapaudine, & que pour ce qui regarde le frottement latéral des tourrillons, il étoit plus que ſuffiſant (175) de prendre le premier terme de la ſérie modifié. Cette hypothèſe réduit la formule du n. 173 à celle-ci : $\frac{\Pi'' g'}{R' n} \cdot \frac{n-1}{n} \cdot \nu + \frac{s'+s}{s} \cdot cpqr \cdot \Pi\left(1 + \frac{g'}{R'n}\right) + \frac{s^3}{s'+s} \cdot K \lambda \nu^1 \left(\frac{g'}{R'n} - \frac{s''}{s^2}\right) = 0$, ainſi qu'on peut voir au n. 175. Pour la ramener à la théorie des moulins, (333) on a $\Pi = \frac{a}{d}$, $\Pi' = a$, $r = \frac{1}{3} b$, & $q = \frac{D}{b}$. Ces quantités ſubſtituées dans l'équation, la tranſforment en cette autre : $\frac{\Pi'' g'}{R'} \cdot \frac{n-1}{n^2} \cdot \nu + \frac{1}{3} \frac{cDp}{d} \cdot \frac{s'+s}{s} \cdot \overline{1 + \frac{g'}{R'n}} \cdot a + \frac{s^3}{s'+s} \cdot K \lambda \nu^1 \cdot \left(\frac{g'}{R'n} - \frac{s''}{s^2}\right) = 0$.

Générale des moulins repréſentés par la Fig. 28.

Au premier abord, cette formule paroît encore fort compliquée : mais avec un peu d'attention, on verra qu'elle n'eſt rien moins, à cauſe que la plupart des lettres qui la compoſent, repréſentent des grandeurs conſtantes. Ce ſera donc cette équation, qui conjointement avec celle du n. 334, réſoudra le plus grand nombre des queſtions qu'on peut propoſer ſur les moulins de cette forme.

369. Dans la pratique, lorſqu'on a à diſpoſer d'une ſource particuliere, il s'agit toujours ou de conſtruire un moulin à

Quelles ſont pour l'ordinaire les inconnues

dans les moulins conſtruits ſur des courſiers inclinés.

neuf, ou d'en corriger un déjà conſtruit, à cauſe que le poids de l'équipage de la meule, eſt ou trop fort ou trop foible. Or, dans tous les cas, il eſt évident qu'on doit regarder ce poids comme inconnu. Il n'eſt donc plus queſtion pour remplir toutes les conditions du problême, c'eſt-à-dire pour produire le plus grand & le meilleur effet poſſible, que de trouver une ſeconde inconnue (334); & puiſque nous pouvons la choiſir à volonté, nous prendrons le rayon du rouet, tant à cauſe que l'équation finale ſera plus ſimple, que parceque le rouet étant une piece peu conſidérable, il eſt plus aiſé d'y faire des changemens qu'à la plûpart des autres.

Cas où le moulin de la fig. 28 eſt placé ſur un courſier incliné.

370. Quand on a à conſtruire un moulin ſur un courſier incliné, on eſt cenſé connoître la dépenſe & la chûte du courant, ou du moins on peut aiſément ſe procurer cette connoiſſance. Pour lors, dans la formule du n. 368, ainſi que dans celle du n. 334, au lieu de v on ſubſtituera ſa valeur $= \sqrt{\frac{140\,B\,h'}{K}}$, & on fera $\lambda v = m$; ce qui changera ces deux équations en celles-ci : $\frac{n''g'}{R'} \cdot \frac{n-1}{n^2} \cdot \sqrt{140B} \cdot \sqrt{h} + \frac{2}{3} \frac{cDp\sqrt{K}}{d} \times \frac{s'+s}{s} \cdot \overline{1 + \frac{g'}{R'n}} \cdot a + \frac{s^2}{s'+s} \cdot 140\,B\sqrt{K} \cdot h'm \cdot \left(\frac{g'}{R'n} - \frac{s'^2}{s^3}\right) = 0$; & $\frac{r'}{R'} \cdot \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{\sqrt{140B}}{\sqrt{K}} \cdot \sqrt{h'} = \frac{cDR}{b}$. Suivant ce que nous venons de dire (369), les deux inconnues ſeront a & r'. La premiere de ces équations donne $a =$

$$\frac{\frac{s^2}{s'+s} \cdot 140\,B\sqrt{K} \cdot h'm\left(\frac{s'^2}{s^3} - \frac{g'}{R'n}\right) - \frac{n-1}{n^2} \cdot \sqrt{140B} \cdot \frac{n''g'}{R'} \cdot \sqrt{h'}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{cDp\sqrt{K}}{d} \cdot \frac{s'+s}{s} \cdot \overline{1 + \frac{g'}{R'n}}}$$

; & la ſeconde nous donne $r' = \frac{s'+s}{s} \cdot \frac{cD\sqrt{K}}{\sqrt{140B}} \cdot \frac{RR'}{b\sqrt{h'}}$. Le ſecond

membre de cette derniere formule eſt connu, puiſque (309) on a $b = l\sqrt{a}$.

371. Dans la conſtruction des moulins ſur les tivieres, la meule doit être faite pour la machine, ou la machine pour la meule ; ce qui conſtitue les deux cas les plus ordinaires.

Cas où le moulin de la fig. 18, eſt placé ſur une tiviere.

1°. Si la meule doit être taillée pour la machine, la premiere inconnue eſt néceſſairement le poids de ſon équipage. Quant à la ſeconde, on prendra le rayon du rouet pour les raiſons que nous avons données au n. 369. Dans ce cas, la formule du n. 368 nous donne le poids de l'équipage de la meule, ou

$$a = \frac{\frac{s^3}{s'+s} \cdot K\lambda v^3 \left(\frac{s'^3}{s^3} - \frac{g'}{R'n}\right) - \frac{n-1}{n^3} \cdot \frac{n''g'}{R'} \cdot v}{\frac{1}{3}\frac{cDp}{d} \cdot \frac{s'+s}{s} \cdot 1 + \frac{g'}{R'n}}\ ;\ \&$$

celle du n. 334 nous donne le rayon du rouet ou $r' = \frac{s'+s}{s} \cdot cD$. $\frac{RR'}{bv}$. Dans la premiere de ces deux formules, on aura ſoin de faire $K = \frac{7}{3}$ ou $\frac{7}{6}$, ſelon que le fluide ſera défini ou indéfini (41).

2°. Si la machine doit être conſtruite relativement à la meule dont le poids de l'équipage eſt déjà connu, pour avoir des équations fort ſimples, & plus de facilité dans la conſtruction ; on pourra prendre pour inconnues le rayon du rouet & la ſurface de l'aube. Mais la ſurface de l'aube eſt formée du produit de ſa largeur par ſa hauteur, & (119) cette derniere dimenſion dépend juſqu'à un certain point de la grandeur du rayon moyen de la roue qui eſt cenſé connu. Il en ſera donc de même de la hauteur de l'aile. Ainſi ſa largeur ſeule ſera inconnue. Nommons λ' ſa hauteur, λ'' ſa largeur. Nous aurons $\lambda = \lambda'\lambda''$. Subſtituons dans la formule du n. 368, & prenons la valeur de λ'' ; nous aurons $\lambda'' =$

$$\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{cDp}{d}\cdot\frac{s'+s}{s}\cdot\sqrt{1+\frac{g'}{R'n}}\cdot a+\frac{n-1}{n^2}\cdot\frac{\Pi''g'}{R'}\cdot\nu}{\frac{s^2}{s'+s}\cdot K\lambda'\nu^2\cdot\left(\frac{s'^2}{s^2}-\frac{g'}{R'n}\right)}$$

. Quant au rayon du rouet, ſa valeur ſera la même que dans le premier cas. Qu'on ne perde jamais de vue la valeur qu'on doit donner à K (41).

372. Le poids de l'équipage étant connu, il n'y a plus de difficulté à trouver tout ce qui en dépend. On aura le rayon de la meule, c'eſt-à-dire $b = l\sqrt{a}$ (309); le nombre de révolutions dans une ſeconde ou $q = \frac{D}{b}$ (302); & la quantité de farine $i = ga$ (312).

Simplification de la formule générale des moulins repréſentés par la fig. 48.

373. Dans le calcul du n. 339, relatif à la figure 48, négligeons les frottemens des pivots Q & Q', & traitons ceux des tourrillons H, H de la même maniere qu'au n. 175. Nous aurons $f' = \frac{1}{3}\frac{abp}{dR}$; $\varphi = 0$; $\varphi' = Nf'$; $\varphi'' = 0$; $\chi = \varphi' \times \frac{pr'}{R^2}$; & $\chi' = \chi\cdot\frac{R+r}{R} + f - \frac{n'}{n}$; ou en modifiant cette quantité, ainſi que nous avons fait au n. cité, $\chi' = \chi\cdot\frac{r}{R} + f - \frac{n'}{n}$. L'équation deviendra $F = \frac{n'g'}{Rn} + \chi\cdot\frac{r}{R} + \chi'\cdot\frac{g'}{Rn}$. Subſtituons à F & f les valeurs que nous leur avons aſſignées au n. 339, & aux autres quantités, celles que nous venons d'indiquer. Après avoir tranſpoſé tous les termes dans le même membre, nous aurons: $\frac{n'g'}{R}\cdot\frac{n-1}{n^2} + \frac{1}{3}\cdot\frac{Np^2}{d} \times \sqrt{1+\frac{g'}{Rn}}\cdot\frac{rr'}{RR'R''}\cdot ab + \frac{s^2}{s'+s}\cdot K\lambda\nu^2\cdot\left(\frac{g'}{Rn}-\frac{s'^2}{s^2}\right) = 0$. Mais l'équation du n. 340 nous donne $\frac{rr'}{RR'R''} = \frac{s'+s}{s\nu}\cdot\frac{cD}{b}$. Subſtituons

Subſtituons cette valeur dans la formule & elle deviendra : $\frac{\pi' g'}{R} \cdot \frac{n-1}{n^2} \cdot v + \frac{2}{3} \cdot \frac{cDNp^2}{d} \cdot \frac{s'+s}{s} \cdot \sqrt{1+\frac{g'}{Rn}} \cdot a + \frac{s^3}{s'+s} \cdot K\lambda v^3 \cdot \left(\frac{g'}{Rn} - \frac{s'^2}{s^2}\right) = 0$. Ainſi pour réſoudre les queſtions relatives aux moulins à double engrénage, & de la forme repréſentée par la figure 48, ou par un autre qui en approche, on aura trois équations. La premiere eſt celle que nous venons de réduire. La ſeconde eſt celle du n. 340, ou $\frac{rr'}{RR'R''} \cdot \frac{sv}{s'+s} = \frac{cD}{b}$; & la troiſieme eſt celle du n. 343, ou $r' = \frac{b+\frac{1}{2}p'}{\sqrt{1-m^2}} - R''$. Il ſeroit inutile de parcourir tous les problêmes qu'on pourroit réſoudre par le moyen de ces équations, à cauſe qu'ils ne ſont pour la plupart que de pure curioſité, & que d'ailleurs ils donnent ſouvent des équations finales d'un ordre fort élevé. C'eſt pourquoi à l'imitation de ce que nous avons déjà fait au ſujet de la figure 28, nous nous bornerons aux cas les plus ordinaires.

374. Lorſque la machine devra être conſtruite ſur un courſier incliné, & mue par une ſource particulière, dans les formules précédentes on fera $\lambda v = m$, & $v = \sqrt{\frac{140 B h'}{K}}$. Nous avons vu (346) que pour remplir toutes les conditions, il falloit avoir trois inconnues, & (369) que dans tous les cas le poids de l'équipage des meules étoit cenſé inconnu. Donc, puiſque nous pouvons choiſir les deux autres, pour les raiſons mentionnées au n. 369, nous prendrons le rayon du touet & celui du hériſſon. Ainſi les trois inconnues ſont a, r & r'. On aura d'abord $a = \frac{\frac{s^3}{s'+s^2} \cdot 140 B.h'm\left(\frac{s'^2}{s^2} - \frac{g'}{Rn}\right) - \frac{n-1}{n^2} \cdot \sqrt{\frac{140B}{K}} \cdot \frac{\pi' g'}{R} \cdot \sqrt{h'}}{\frac{2}{3} \frac{cDNp^2}{d} \cdot \frac{s'+s}{s} \cdot \sqrt{1+\frac{g'}{Rn}}}$.

Cas où le moulin de la fig. 48 eſt placé ſur un courſier incliné.

La seconde formule nous donnera $r = \frac{cD\sqrt{K}}{\sqrt{140\,B}} \cdot \frac{s'+s}{s} \cdot \frac{RR'R''}{b'\sqrt{K'}}$ pour le rayon du rouet; & la troisieme donnera immédiatement $r' = \frac{b+\frac{1}{2}p'}{\sqrt{1-m^2}} - R''$ pour celui du hérisson.

Cas où le moulin de la fig. 48 est placé sur une riviere.

375. Si le moulin est placé sur une riviere, on doit encore distinguer les deux cas du n. 371.

Dans le premier cas, les trois inconnues seront les mêmes qu'au n. précédent, c'est-à-dire qu'elles seront encore le poids de l'équipage d'une meule, le rayon du rouet & celui du hérisson. Par la formule simplifiée du n. 373, nous trouverons $a = \frac{\frac{s^3}{s'+s} \cdot K\lambda\nu^3\left(\frac{s'^2}{s^2} - \frac{g'}{Rn}\right) - \frac{n-1}{n^2} \cdot \frac{\Pi' g'}{R} \cdot \nu}{\frac{2}{3}\frac{cDNp'}{d} \cdot \frac{s'+s}{s} \cdot \sqrt{1+\frac{g'}{Rn}}}$. Par la seconde formule du même numéro, nous aurons $r = \frac{s'+s}{s} \cdot \frac{cD}{b\nu} \cdot \frac{RR'R''}{r'}$; & par la troisieme, $r' = \frac{b+\frac{1}{2}p'}{\sqrt{1-m^2}} - R''$.

Dans le second cas, en conservant les mêmes dénominations que ci-dessus (371. 2°.) on substituera dans la formule $\lambda'\lambda''$ au lieu de λ, & ourre les rayons du rouet & du hérisson, dont les valeurs seront les mêmes que dans le premier cas, on prendra pour inconnue la largeur λ'' de l'aube qu'on trouvera $= \frac{\frac{2}{3}\frac{cDNp^3}{d} \cdot \frac{s'+s}{s} \cdot \sqrt{1+\frac{g'}{Rn}} \cdot a + \frac{n-1}{n^2} \cdot \frac{\Pi' g'}{R} \cdot \nu}{\frac{s^3}{s'+s} \cdot K\lambda'\nu^3\left(\frac{s'^2}{s^2} - \frac{g'}{Rn}\right)}$.

376. Le poids de l'équipage d'une meule étant trouvé ou donné, on déterminera les grandeurs qui en dépendent, suivant ce que nous avons dit (372). Il y aura seulement cette différence; c'est que l'équation $i = ga$ ne donnera que la quantité de farine produite par un seul équipage. Ainsi, pour avoir l'effet total, il faudra multiplier ga par le nombre N d'équipages.

377. Nous avons ſuppoſé que la quantité N étoit connue. Cette grandeur n'eſt arbitraire que dans les moulins conſtruits ſur des rivieres où l'on a de l'eau à ſouhait ; au lieu que dans ceux qui ſont mûs par des ſources particulieres, elle dépend du poids total de l'équipage, que la ſource pourroit mettre en mouvement, en employant un moulin ſimple (319), & de celui du moindre équipage qu'on puiſſe employer (310). Pour la déterminer, on ſuppoſera que la ſource ne meut qu'un moulin ſimple dont on cherchera le poids de l'équipage (320). L'ayant trouvé, on le diviſera par le poids du moindre équipage qu'on puiſſe employer. Le nombre entier qu'on trouvera au quotient ſera le plus grand nombre d'équipages qu'on puiſſe admettre. Lorſqu'on fera N égale à ce nombre entier, les équipages qu'on emploiera, & dont le véritable poids ſera donné par la formule du n. 374, ſeront des moindres dont on puiſſe ſe ſervir ; mais on pourra en augmenter le poids en faiſant diminuer leur nombre N.

Comment on trouve le nombre d'équipages qu'on peut employer.

On pourroit encore déterminer le plus grand nombre d'équipages par cette méthode. Qu'on prenne la valeur non de a, mais de a N dans la formule du n. 374. L'ayant trouvée, on la diviſera par le poids du moindre équipage, & le quotient donnera le plus grand nombre d'équipages qu'on puiſſe employer. La premiere opération qu'on doit faire eſt donc de déterminer la valeur de N par l'une de ces deux méthodes. Nous en donnerons des exemples ailleurs.

378. Dans les moulins conſtruits ſur des rivieres, on emploie quelquefois deux roues à aubes, qu'on place l'une à droite & l'autre à gauche du bateau qui porte la machine. Dans cette conſtruction, la vîteſſe du courant, les rayons des roues & la hauteur des aîles doivent être les mêmes de tout côté, & alors on ſe ſervira encore des formules que nous avons données (371 & 375), ayant ſoin de regarder la largeur de l'aube comme égale à la ſomme des largeurs des aubes de chaque roue. Il

Réflexions ſur les moulins mus par le moyen de deux roues à aubes.

eſt difficile que les deux roues ſoient choquées avec la même vîteſſe, à cauſe que le courant n'a pas la même rapidité dans toute la largeur de ſon lit, & qu'elle n'eſt conſtante ſur un eſpace conſidérable que vers le milieu de la riviere. Ainſi des machines conſtruites à deux roues à aubes, devroient être placées au milieu du courant; mais comme elles gêneroient ſouvent la navigation, ſi on les place vers les bords, la vîteſſe du courant y étant ſenſiblement différente ſur un eſpace déterminé, il ſeroit difficile d'en faire un calcul exact. Il peut même arriver que la différence des vîteſſes de la riviere ſoit aſſez grande pour que la roue qui ſera vers les bords, ſoit obligée de pouſſer l'eau, au lieu d'en être pouſſée. C'eſt pourquoi, autant qu'on pourra, on doit éviter cette conſtruction, & employer d'autres moyens pour faire enſorte que l'axe du grand arbre ſoit perpendiculaire à la direction du courant.

Simplification de la formule relative aux moulins repréſentés par la Fig. 51.

379. Pour ſimplifier la formule du n. 351, relative à la (*fig.* 51), nous pourrons négliger les frottemens des pivots contre le fonds & contre les côtés des crapaudines (161). Alors nous aurons $f' = \frac{1}{3}\frac{abp}{dR^2}$; $\phi = 0$; $\phi' = Nf'$; & $\phi'' = 0$; & l'équation $F = \frac{1}{3}\frac{\pi g'}{Rn} + \phi' \cdot \frac{r}{R} + \phi'' \cdot \frac{g'}{Rn-g'}$ deviendra $F = \frac{1}{3} \cdot \frac{abNp}{d} \cdot \frac{r}{RR^2}$. Mais (353) $\frac{r}{RR^2} = \frac{cD}{b} \cdot \frac{s'+s}{sv}$, & (351) $F = \frac{s^n}{s'+s} \cdot K\lambda v^2$. Subſtituons & tranſpoſons tous les termes dans un membre; nous aurons: $\frac{1}{3}\frac{cDNp}{d} \cdot \frac{s'+s}{s} \cdot a - \frac{s^n}{s'+s} \cdot K\lambda v^3 = 0$. Mettons m au lieu de λv & $\frac{140Bh'}{K}$ au lieu de v^2, & diviſons tous les termes par le coëfficient de a; nous aurons enfin l'équation $a - 210 \cdot \frac{Bd}{cDNp} \cdot \frac{s^n s}{s'+s} \cdot h'm = 0$. Subſtituons auſſi la valeur de v dans la formule

du n. 353, & elle deviendra : $\frac{r}{R} \cdot \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{\sqrt{140\,B}}{\sqrt{K}} \cdot \sqrt{h'} = \frac{cDR'}{b}$. Ces deux équations, jointes à celles du n. 354, donneront la ſolution apptochée des diverſes queſtions qu'on peut propoſet ſur les moulins de cette forme.

380. La toue à aubes étant horiſontale, cette machine ne doit être placée (164), que ſur un courſier incliné pour être mue par une ſource dont on eſt cenſé connoître la dépenſe & la chûte; par conſéquent (369), dans tous les cas on aura le poids de l'équipage d'une meule pour inconnue; & puiſqu'on a trois équations, les deux autres inconnues ſeront le rayon de la toue à aubes & celui du hériſſon. La premiere formule du numéro précédent nous donnera le poids de l'équipage d'une meule, ou $a = 210 \cdot \frac{Bd}{cDNp} \cdot \frac{s's}{s'+s} \cdot h'm$. Celle du n. 354 donnera le rayon du hériſſon, ou $r = \frac{b+\frac{1}{2}p'}{\sqrt{1-m^2}} - R'$; & la ſeconde du numéro précédent donnera le rayon de la toue à aubes ou $R = \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{\sqrt{140\,B}}{cD\sqrt{K}} \cdot \frac{r}{R'} \cdot b\sqrt{h'}$. Nous ſuppoſons qu'on ait déterminé la valeur de N par la méthode du n. 377.

Ce qu'il faut faire pour interrompre le mouvement de quelques meules dans les moulins repréſentés par les Fig. 48. & 51.

381. Il peut arriver qu'on ſoit obligé de faire chômer un ou pluſieurs équipages. Pour le faire commodément, on conſtruira les lanternes de façon qu'on puiſſe en ôter deux ou trois fuſeaux quand on voudra. Mais alors il ne faut plus attendre de la part de la machine, ni le plus grand ni le meilleur effet poſſible, à cauſe que la réſiſtance totale diminuant les autres équipages prendront plus de vîteſſe qu'il ne leur en faut, & pourront altéret la bonté de la farine (212); & quoiqu'ils produiſent un plus grand effet qu'auparavant, l'augmentation ne compenſera pas la perte qu'on fera par l'inaction de ceux qui

chômeront, par la taiſon que le fluide moteur en agiſſant ſur tous les équipages, exerçoit ſon action de la maniere la plus avantageuſe ; au lieu que, n'agiſſant que ſur une partie ſeulement, le tappott entre ſa vîteſſe & celle de la machine ne ſeta plus tel que l'exige le plus grand effet. Ainſi, que, la machine une fois miſe en mouvement, toutes ſes parties le conſervent enſemble ; ou s'il faut le ſuſpendre dans quelqu'une, que ce ſoit le plus rarement qu'on pourra, & ſi la vîteſſe eſt trop grande, qu'on ait ſoin alors de diminuer la dépenſe de la ſource juſqu'à ce que l'on s'appetçoive, pat les impulſions du tacquet, que les meules ont tepris le degré de vîteſſe qui leut convient.

Remarque ſur les moulins repréſentés pat les fig. 48. & 51.

382. Pout ttoublet le mouvement d'un ſyſtême, il ſuffit de ſuſpendre ou d'altérer celui de quelqu'une de ſes parties : & par conſéquent plus le nombre de parties ſera grand, plus les dérangemens dans le ſyſtême ſeront fréquens. Or, quand un hériſſon eſt employé à mettre en mouvement pluſieurs équipages, comme dans les *figures* 48 & 51, tous ces équipages doivent être conſidérés comme autant de parties du ſyſtême qui eſt la machine totale. D'où l'on peut conclure qu'on fera très bien de ne placer autour du hériſſon que le moins d'équipages qu'on poutta.

SECTION III.

Expériences ſur les Moulins.

Application des réſultats à la conſtruction de ces Machines.

Quelles ſont les quantités que l'expérience doit déterminer.

383. JUSQU'ICI nous avons examiné les moulins d'une maniere génétale, en ſuppoſant connues certaines grandeurs, qui ne le ſont pas. Il étoit indiſpenſable de ſuivre cet ordre, tant pour ſavoir quelles étoient les grandeurs qui devoient fixet cette théorie, & dont la connoiſſance dépendoit de l'ex-

pétience, que pour connoître le nombre & la nature des expériences à exécuter, & la maniere dont il falloit ſe conduire dans l'exécution. Ainſi, pour perfectionnet cette matière, il ne nous reſte qu'à déreminer cęs quantirés. Pour les connoître, parcourons tout ce que nous avons dit dans certe pattie.

1°. Nous avons vu (286), que la couronne de preſſion étoit dans un rapport conſtanr avec la ſurface du cetcle de la meule, & (284) que ſon étendue dépendoir du rapport de la téſiſtance du bled entier à celle de la farine priſe dans l'état où elle eſt ſur le point de tecevoir ſon dernier degré de rénuité. Puiſque le tapport de ces deux réſiſtances a éré exprimé génétalemenr, & qu'il n'eſt pas connu, il faut le déterminer par la voie de l'expérience. Ce ſera le ſujet de la premiere.

2°. Afin que la bonté de la farine ne ſoit pas altérée par la chaleur, la vîteſſe de la meule doit êrre conſtanre, ou ce qui revient au même, le nombre de ſes révolutions dans un temps donné, doit être dans un tapport conſtant avec ſon tayon (300 & 302). Ce rapport n'étant pas connu, nous le déterminetons dans la ſeconde expérience.

3°. Pour procurer à la farine toute la ténuité & toure la bonté dont elle eſt ſuſceptible, tous les poids ne ſont pas indifférents à une meule d'un rayon connu (305). Nous chercherons par la troiſieme expérience le poids le plus avantageux à l'équipage d'une meule, dont le rayon eſt donné.

4°. La dérerminarion du poids de l'équipage de la meule par la connoiſſance de la force motrice exige que nous connoiſſions encore le rapport de ce même poids à la téſiſtance du bled ſur la couronne de preſſion. Nous nous en occuperons dans la quatrieme expérience.

5°. La quantiré de farine produire dans un temps donné, eſt comme le quarté du rayon de la meule ou comme le poids de ſon équipage (311, 312). Mais pout faire uſage de ce tap-

port, nous avons beſoin d'un terme de comparaiſon. Nous le chercherons dans la cinquieme expérience.

6°. Enfin, pour n'être pas expoſé à conſtruire un moulin qui, à raiſon de ſa petiteſſe, ne produiroit qu'un mauvais effet (310), dans la ſixieme expérience, nous déterminerons le poids du moindre équipage qu'il ſoit poſſible d'employer.

Ce ſont là les expériences dont les réſultats éclairciront & fixeront en même temps la théorie & la conſtruction des moulins, pour en obtenir le plus grand & le meilleur effet poſſible.

384. Une partie des expériences a été exécutée ſur des moulins ſimples, & dont les aîles étoient inclinés à l'horizon ainſi que le courſier. De plus, elles étoient courbes dans le ſens du rayon; mais leur courbure étoit fort petite, & le courſier étant d'ailleurs aſſez étroit, elles pouvoient ſenſiblement être regardées comme placées au point d'impulſion. C'eſt pour cela que j'ai fondé mes calculs ſur cette hypothèſe. Le nombre d'aîles étant fort grand, j'ai ſuppoſé, ſelon la méthode ordinaire, que l'impulſion ſe faiſoit ſur un ſeul plan incliné à l'horizon, ſous le même angle que les aîles. Ainſi l'impulſion ſe rapporte à la *fig.* 7, & à ce que nous avons dit au n. 84.

Calcul d'un moulin ſimple mû par une impulſion oblique. Fig. 7.

385. Nous avons démontré (84), qu'afin qu'une roue horizontale produiſît le plus grand effet, il falloit que le courſier fût horizontal & les aîles verticales. C'eſt pour cette raiſon que dans la ſection précédente nous ne nous ſommes point occupés des moulins à impulſion oblique. Mais comme nous avons beſoin pour quelques-unes de nos expériences de connoître leur équation, nous allons la chercher: & parcequ'il ſeroit trop long & inutile d'y faire entrer les ſéries des frottemens du pivot, nous les négligerons. L'action AQ (*fig.* 7) ſe décompoſant (54) en horizontale AS, & en verticale QS, nous nous contenterons de prendre le frottement occaſionné par chacune de ces deux forces; & pour compenſer l'erreur que pourroit cauſer l'omiſſion des termes de la ſérie des frottemens latéraux

latéraux produits par AS contre le côté de la crapaudine, nous ſuppoſerons que rien n'empêche cette force de pouſſer le pivot contre les bords, & que ſon action n'eſt aucunement diminuée par les frottemens contre le fond, cauſés par le poids de l'équipage, & par la force verticale QS, frottemens qui, à la rigueur, arrêtent le pivot juſqu'à un certain point, & l'empêchent d'obéir librement à l'action horizontale.

386. Soit le poids de l'équipage de la meule $= a$; ſon rayon $= b$; le bras de levier de la réſultante des réſiſtances du bled ſous la meule $= bl'$; le rayon du pivot $= g$; celui de la roue $=$ R; le rapport du poids de l'équipage à la réſiſtance du bled $= d$; celui de la preſſion à la réſiſtance du frottement $= n$; le *ſinus* total $= 1$; *ſin.* BAC $= p$; *coſ.* BAC $= q$; *ſin.* EAF $= p'$; *coſ.* EAF $= q'$; la ſurface de l'aube DE $= \lambda$; la vîteſſe abſolue AG du courant $= v$; & celle (AF) de la roue $= u$.

La ligne TX perpendiculaire à AB, déterminée par les lignes TE, DX, paralleles à AB, repréſente la ſection du courant, laquelle je nomme λ'. Comme elle eſt plus aiſée à trouver que DE, nous l'emploierons par préférence. Or (81) TX ou $\lambda' = \lambda . \overline{pq' + p'q}$. Donc DE ou $\lambda = \frac{\lambda'}{pq' + p'q}$.

Cela poſé, la réſiſtance du bled ſous la meule ſera $= \frac{a}{d}$, & ſon moment $= \frac{abl'}{d}$. La réſiſtance du frottement cauſé par le poids de l'équipage, ſur le fond de la crapaudine $= \frac{a}{n}$; & ſon bras de levier étant $= \frac{2}{3}g$, ſon moment ſera $= \frac{2}{3}\frac{ag}{n}$.

Par le n. 54, on a QS $= q' . AQ$, & AS $= p' . AQ$. Donc le moment du frottement produit au fond de la crapaudine

sera $= \frac{1}{3} \cdot \frac{g q' \cdot AQ}{n}$; & celui du frottement latéral produit par AS sera $= \frac{g p' \cdot AQ}{n}$.

Ainsi la somme des momens de toutes les résistances sera $= \frac{a b f'}{d} + \frac{1}{3} \frac{a g}{n} + \frac{1}{3} \frac{g q' \cdot AQ}{n} + \frac{g p' \cdot AQ}{n}$. Mais toutes ces résistances doivent être surmontées par la force AS, dont le moment $= R \times AS = R p' \cdot AQ$. Donc nous aurons l'équation : $\frac{a b f'}{d} + \frac{1}{3} \frac{a g}{n} + \frac{1}{3} \frac{g q' \cdot AQ}{n} + \frac{1}{3} \frac{g p' \cdot AQ}{n} = R p' \cdot AQ$; ou en passant tous les termes dans un même membre : $AQ \times (p' R - \frac{g}{n} \cdot \overline{\frac{1}{3} q' + p'}) - \frac{1}{3} \frac{a g}{n} - \frac{a b f'}{d} = 0$. Or (49) nous avons $AQ = K \lambda (GN - FM)^2$, & en substituant $\frac{\lambda'}{p q' + p' q}$ au lieu de λ, $AQ = \frac{K \lambda'}{p q' + p' q} \times (GN - FM)^2$. Mettant cette valeur dans l'équation, elle deviendra : $\frac{K \lambda'}{p q' + p' q} (GN - FM)^2 (p' R - \frac{g}{n} \cdot \overline{\frac{1}{3} q' + p'}) - \frac{1}{3} \frac{a g}{n} - \frac{a b f'}{d} = 0$.

Pour ramener les *finus* algébriques à ceux des tables, nommons R' le *finus* total de ces derniers. Suivant ce que nous avons dit (52), nous aurons $p q' + p' q = \frac{fin. EAG}{R'}$; $p' = \frac{fin. EAF}{R'}$, & $q' = \frac{cof. EAF}{R'}$. Substituons ces quantités, & nous aurons $\frac{K \lambda' R'}{fin. BAD} \times (GN - FM)^2 \times (R \cdot \frac{fin. EAF}{R'} - \frac{g}{n} \cdot \overline{\frac{1}{3} \frac{cof. EAF}{R'} + \frac{fin. EAF}{R'}}) - \frac{1}{3} \frac{a g}{n} - \frac{a b f'}{d} = 0$. Nous allons faire usage de cette équation dans l'expérience suivante.

387. *Problême I.* Déterminer le rapport de la réſiſtance du grain entier à celle de la farine, lorſqu'elle eſt ſur le point de recevoir le dernier degré de ténuité.

Comment on trouve le rapport de la réſiſtance du bled à celle de la farine.

Fig. 7.

Expérience I. Pour trouver cette quantité, j'ai choiſi un moulin dont la meule avoit vingt-cinq pouces de rayon. Par la connoiſſance de ſa peſanteur ſpécifique, & de celle de l'arbre & de la roue, j'ai évalué le poids de l'équipage à 2120 ℔ poids de marc. Le rayon moyen de la roue étoit = 1 pied 9 pouces, & celui du pivot = 5 lignes; la vîteſſe abſolue du courant = 31,4 pieds, & la ſection du courſier à l'endroit de l'impulſion, étoit un rectangle de 4 pouces $\frac{1}{3}$ ligne à-peu près de baſe & de 5 pouces de hauteur; ce qui donne une ſurface = 0,14 pieds quarrés. Je ſuppoſe $n = 3$, ce qui eſt très-ordinaire. Nous aurons $a = 2120$; $R = 1,75$; $g = \frac{1}{144}$; $\lambda' = 0,14$, & $v = AG = 31,4$. Nous trouverons bientôt la valeur de bl'. On ſait (41), que $K = \frac{2}{3}$. Quant aux angles j'ai trouvé $BAC = 12^d\ 40'$; & $EAF = 73^d\ 30'$; d'où j'ai conclu que $BAD = BAC \times EAF$ étoit $= 86^d\ 10'$. Dans le triangle GAN, on trouvera GN par la proportion : $R' : \sin. 86^d\ 10' :: GA = 31,4 : GN = \frac{31,4 \times \sin. 86^d\ 10'}{R'} = 31,32$.

La largeur FH (*fig.* 43) de la couronne de preſſion quoiqu'aſſez petite, étant trop grande pour pouvoir m'en ſervir, j'ai fait enlever tout autour de la meule giſſante KFNM la portion PQRTFP telle que le pallier étant conſtamment ſoutenu à la même hauteur, le bled ne pût être écraſé qu'en R, où l'on avoit encore RS = GH; de façon que RT étoit = deux pouces.

Fig. 43.

Avant cette opération, j'avois fait élever tant ſoit peu le pallier, & j'avois eu de la farine à laquelle il ne manquoit plus que le dernier degré de ténuité. Je l'avois miſe à part pour l'employer comme on va voir.

J'ai fait mettre du bled dans la trémie, & j'ai fait lever la vanne pour donner l'eau au moulin. La machine s'étant mise en mouvement, n'a donné que des grains concaſſés & très groſſièrement broyés. Lorſque le mouvement a été bien établi, j'ai compté le nombre de révolutions de la meule par le moyen d'un pendule à ſecondes, & j'en ai trouvé 126 en 75 ſecondes. J'ai répété pluſieurs fois cette opération, & j'ai aſſez conſtamment trouvé le même réſultat.

Après cette opération, j'ai fait ôter un peu de matière en RT, & j'ai fait rendre cette portion ſenſiblement parallele à FS; de ſorte qu'en abaiſſant le pallier, la farine échappoit à l'action de la meule ſupérieure juſqu'en R; mais en cet endroit les meules étant dans leur plus grande proximité ſur l'étendue RT, elle étoit forcée de recevoir le degré de ténuité qui auroit pu lui manquer. Ayant fait baiſſer le pallier pour rapprocher les deux meules autant qu'il étoit poſſible, j'ai fait mettre dans la trémie la farine groſſière que j'avois préparée avant l'opération. Cette farine a réellement acquis ſur RT la ténuité qui lui manquoit. Pendant ce temps-là j'ai compté, ainſi qu'auparavant, les révolutions de la meule, & j'en ai trouvé 137 moins quelque choſe dans une minute.

Le rayon moyen de la roue étant $= \frac{7}{4}$ pieds, ſa circonférence ſera $= 11$ pieds. Nommant N le nombre de révolutions, & T celui des ſecondes, on aura $11N = Tu$, d'où l'on tirera $u = \frac{11N}{T}$. Cette équation donnera, à peu de choſe près, pour le premier cas : $u = AF$ (*fig.* 7) $= 18{,}48$; & pour le ſecond $u = AF = 25{,}05$. La couronne de preſſion étant fort étroite, on peut ſuppoſer que dans dans chaque cas la réſiſtance ſur l'étendue RT (*fig.* 43), eſt uniforme, & que la réſultante paſſe par le milieu. Alors ſon bras de levier $bl' =$ deux pieds.

Connoiſſant AF (*fig.* 7), on pourra dans chaque cas, trouver

la valeur de FM, par la proportion : R′ : *ſin.* 73° 30′ :: AF : FM. Dans le premier cas, on trouvera FM = 17,72 ; & dans le ſecond FM = 24,02. L'équation du numéro précédent nous donne

$$\frac{a}{d} = \frac{\frac{K\lambda' R'}{\text{ſin. BAD}} \cdot (GN - FM)^2 \cdot \left(R \cdot \frac{\text{ſin. EAF}}{R'} - \frac{g}{n} \cdot \frac{1}{3} \sqrt{\frac{\text{cof. EAF}}{R'} + \frac{\text{ſin. EAF}}{R'}}\right) - \frac{2}{1} \frac{ag}{n}}{bf}$$

pour la valeur générale de la réſiſtance, qui dans l'expérience préſente, ſe change en celle-ci : $\frac{a}{d} = \frac{7}{3} \cdot \frac{0,14}{2} \cdot \frac{R'}{\text{ſin. } 86^d\, 10'} \times$

$$\left(31,32 - \left\{\begin{matrix}17,72\\24,02\end{matrix}\right\}\right)^2 \times \left(\frac{7}{4} \cdot \frac{\text{ſin. } 73^d\, 30'}{R'} - \frac{5}{144 \times 3} \cdot \frac{1}{3} \sqrt{\frac{\text{cof. } 73^d\, 30'}{R'} + \frac{\text{ſin. } 73^d\, 30}{R'}}\right)$$

$$- \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{144 \cdot 3} \cdot \frac{2120}{2}.$$ Faiſant les opérations indiquées, on trouvera pour $\frac{a}{d}$ deux valeurs, dont la premiere, qui appartient au premier cas, ſera = 31,6 ; & la ſeconde qui regarde le ſecond, ſera = 3,3. Ces deux réſultats nous font voir que la réſiſtance du grain entier eſt à celle de la farine, quand elle reçoit ſon dernier degré de ténuité :: 31,6 : 3,3 :: 1 : 0,106, ou ſimplement :: 1 : 0,1. Ainſi la réſiſtance de la farine à la circonférence, n'eſt que la dixieme partie de celle du grain entier. Ce rapport étant déterminé, on connoîtra par le moyen de la formule du n. 284, à quelle diſtance du centre le bled doit être écraſé, & par conſéquent la largeur de la couronne de preſſion pour toutes ſortes de meules.

388. *Problême II.* Trouver le degré de vîteſſe qui convient à une meule d'un rayon connu, afin que la bonté de la farine ne ſoit pas altérée par la chaleur.

Comment on trouve le nombre de révolutions que doit faire une meule d'un rayon donné.

Expérience II. Je me ſuis ſervi, pour cette expérience, d'une meule de trente pouces de rayon, & dont l'épaiſſeur étoit jugée des plus propres à produire de la farine bien fine. La couronne de preſſion étoit ſenſiblement telle que l'exigeoit le rayon d'après le réſultat de l'expérience précédente. Pendant

tour le temps de l'opération, on n'a mis dans la trémie que la même qualité de bled; du moins la différence n'étoit pas ſenſible. La meule dans ſon état naturel faiſoit quatre-vingt-quinze révolutions dans une minute. Je n'ai pas tardé à m'appercevoir que cette vîteſſe étoit beaucoup trop grande; car après un court intervalle de temps, la chaleur de la farine a augmenté d'une maniere bien ſenſible. Après avoir laiſſé mouvoir la meule ſans interruption pendant environ deux heures, j'ai fait ſéparer 40 ℔ de farine que j'ai eu ſoin de cotter pour ne la pas confondre.

Cette premiere opération faite, l'on a arrêté la meule pour lui donner le temps de ſe refroidir; & enſuite quand on lui a rendu le mouvement, j'ai fait diminuer ſa vîteſſe. J'ai compté, par la méthode employée dans l'expérience précédente, le nombre de ſes révolutions par minute, & je n'en ai trouvé à-peu-près que quatre-vingt-une. J'ai recommandé au Meûnier de la laiſſer mouvoir ſans interruption au moins pendant deux heures, non-ſeulement dans cette opération, mais encore dans les ſuivantes; ce qu'il a exécuté. A la fin de cette opération, j'ai encore ſéparé 40 ℔ de farine que j'ai marquées provenant de quatre-vingt-une révolutions par minute.

Avant de paſſer à la troiſieme opération, j'ai encore donné à la meule le temps de perdre entièrement ſa chaleur, & en la remettant en mouvement, j'ai de nouveau fait diminuer ſa vîteſſe. J'ai compté le nombre de ſes révolutions, & je l'ai trouvé réduit à environ ſoixante-huit par minute. A la fin de l'opération, j'ai ſéparé 40 ℔ de farine, dont la chaleur étoit ſenſiblement moindre que la chaleur de celle des opérations précédentes.

J'ai pris les mêmes précautions pour les opérations ſuivantes, ayant ſoin de diminuer toujours la vîteſſe de la meule, de

ompte t exactement le nombte de ſes tévolutions dans une minute, de n'interrompte ſon mouvement qu'après un intetvalle de deux heures au moins, de ſépater à la fin de chaque opétation 40 ℔ de fatine, & de la cottet exactement pout ſavoit à quel nombre de révolutions elle tépondoit. Par ce moyen j'ai trouvé ſoixante-une tévolutions pout la quattieme opétation; cinquante-quatre pour la cinquieme; & quarante huit pour la ſixieme & en même-temps la dettiete. Il faut remarquer que pendant tout le temps de ces opétations, le pallier a toujours reſté dans la poſition la plus otdinaite, & que pat conſéquent le degré de preſſion a été conſtamment le même.

Tous ces différents réſultats ayant été travaillés avec le même ſoin, on a ttouvé, 1°. que le pain de la farine produite ſous quatante-huit révolutions étoit ſenſiblement le même que celui de la farine qui tépondoit à cinquante-quatte & à ſoixante-une tévolutions: 2°. que la différence étoit ſenſible ſous ſoixante-huit tévolutions, & que le pain du téſulat cotteſpondant commençoit à être d'une qualité un peu inférieute: 3°. que cette différence étoit plus ſenſible dans le pain telatif à quatre-vingt-une révolutions, & encote plus dans celui qui répondoit à quatre-vingt-quinze. Nous pourtions donc dire que, *pour produire le meilleur effet poſſible, une meule telle que celle de l'expérience peut faire de* 48 *à* 61 *révolutions dans une minute.* Cependant comme un trop long mouvement ſans interruption, altéreroit plutôt la farine ſous 61 révolutions que ſous 48, que le premiet nombre exigetoit plus d'eau que le ſecond, & que conſéquemment la quantité de l'effet n'y gagnetoit rien; que d'ailleurs il faut avoir un tetme fixe de comparaiſon, nous conclurons que *pour produire de la farine de la meilleure qualité, une meule de trente pouces de rayon, ne doit faire que quarante-huit révolutions dans une minute.* Mais qu'on oberve que l'on eſt exactement le maître d'adopter tous les nombres depuis 48 juſqu'à 61. La ſubſtitution de ces différens nombres

donneta des équations, dont les réſultats ſetont analogues au ſyſtême de vîteſſe que l'on aura embraſſé.

Comment on trouve le poids le plus avantageux à l'équipage d'une meule d'un rayon connu.

389. *Problême III.* Trouver le poids le plus avantageux à l'équipage d'une meule dont le rayon eſt connu.

Expérience III. Dans la recherche ſuivante, j'ai choiſi pluſieurs moulins, dont les équipages euſſent différents poids, & les meules des rayons égaux & des couronnes de preſſion d'une grandeur relative à celle des rayons (284 & 387). Lorſque les couronnes n'ont pas été telles, je les ai fait augmenter ou diminuer juſqu'à ce qu'elles fuſſent de la largeur convenable. J'ai fait prendre à chaque meule la vîteſſe relative à ſon rayon, & j'ai ſoigneuſement remarqué la farine qu'elles donnoient. Comme la farine, pour être de la meilleure qualité, exige d'avoir le plus de ténuité & le moins de chaleur poſſible (305), l'équipage qui l'a produite avec ces conditions, a dû avoir le poids le plus convenable à ſon rayon.

Les moulins que j'ai choiſis avoient des meules de trente pouces de rayon, & des vîteſſes différentes entre elles & trop grandes, eu égard à leur rayon. Par l'expérience précédente, ces meules ne devoient faire que 48 révolutions dans une minute. J'ai donc fait diminuer la vîteſſe de chacune juſqu'à ce que le nombre de révolutions par minute fût à-peu-près = 48. J'ai eu ſoin que le mouvement ſe fît ſans interruption pendant deux heures au moins, & que tous les palliers fuſſent ſoutenus à la hauteur la plus ordinaire. Toutes ces précautions priſes, j'ai trouvé que l'équipage dont le poids évalué avec le plus grand ſoin étoit d'environ 3990 ℔ poids de marc, donnoit de la farine de la plus grande ténuité & de la moindre chaleur. Ainſi, en attendant des expériences plus directes, nous pouvons dire que le rayon de la meule étant de trente pouces, le poids de l'équipage doit être de 3990 ℔. Avec cette connoiſſance, il nous ſera aiſé à l'avenir d'avoir le rayon d'une meule,

meule, le poids de l'équipage étant connu, & réciproquement (308).

390. *Problême IV.* Déterminer le rapport du poids de l'équipage à la réſiſtance du bled.*

Comment on trouve le rapport du poids de l'équipage à la réſiſtance du bled. Fig. 7.

Expérience IV. Pour réſoudre ce problême, je me ſuis ſervi du moulin que j'ai reconnu le meilleur dans l'expérience précédente. Ce moulin étoit ſimple. Le rayon moyen de ſa roue = 26 pouces; celui du pivot = 6 lignes; l'angle BAC = $14^d\ 35'$ à-peu-près; EAF = $69^d\ 50'$; & par conſéquent BAD = $84^d\ 25'$. Ainſi dans la formule du n. 386, nous avons R = $\frac{26}{11} = \frac{13}{6}$ pieds; $g = \frac{1}{12}$ pied; $bl' = \frac{2}{3}b = \frac{1}{3}$ pieds; $a = 3990$, & $n = 3$. J'ai fait donner au pallier la poſition la plus ordinaire. La vîteſſe de la meule étant trop grande, j'ai fait abaiſſer la vanne & diminuer l'orifice juſqu'à ce que le nombre de révolution dans une minute, ait été ſenſiblement 48, nombre qui convient à un rayon de trente pouces (388). Alors j'ai meſuré la vîteſſe abſolue du courant que j'ai trouvée à-peu-près de 28,3 pieds. La ſection du fluide étoit un rectangle dont les côtés étoient 5 & 6 pouces, ce qui donnoit $\lambda' = 0{,}208$ pieds quarrés. La meule faiſant $\frac{5}{7}$ révolution dans une ſeconde, j'ai multiplié par ce nombre la circonférence moyenne de la roue, & j'ai trouvé ſa vîteſſe = 10,88 pieds. Donc v = AG = 28,3; & u = AF = 10,88: D'où l'on conclura aiſément que GN = 28,18, & FM = 9,67. Subſtituons toutes ces quantités dans l'équation

$$\frac{a}{d} = \frac{\frac{K\lambda' R'}{\text{ſin. BAD}}(GN-FM)^2.\left(R.\frac{\text{ſin. EAF}}{R'} - \frac{g}{n}.\frac{2}{3}\sqrt{\frac{\text{cof. EAF}}{R'} + \frac{\text{ſin. EAF}}{R'}}\right) - \frac{2}{3}\frac{ag}{n}}{bl'}, \text{ \& nous trouverons } \frac{a}{d} = \frac{1}{5}(0{,}487 . 342{,}63 . 2{,}017 - 36{,}94) = 179{,}77; \text{ \& } d = \frac{3990}{179{,}77} = 22{,}1.$$

Ayant fait augmenter la grandeur de l'orifice, la vîteſſe de la meule a pareillement augmenté: mais le calcul que j'ai fait

d'après cette nouvelle vîteſſe, m'a donné un réſultat dont la différence par rapport au premier, étoit très petite, & que j'ai crue ne devoir être attribuée qu'à l'augmentation de la preſſion du pivot occaſionnée par l'augmentation de la force motrice; ce qui prouve que la réſiſtance du bled eſt indépendante de la vîteſſe de la meule, ainſi que nous l'avions conclu par la théorie (280).

Conſervant à l'orifice la même grandeur que dans la premiere opérarion, j'ai fait baiſſer le pallier par degrés, & à chaque fois je me ſuis apperçu que la vîteſſe de la meule diminuoit, & que la chaleur de la farine augmentoit; ce qui ne pouvoit ſe faire que par une augmentation de réſiſtance de la part du bled.

Au contraire, ayant fait un peu hauſſer le pallier, la vîteſſe de la meule a un peu augmenté, & la farine eſt ſortie un peu moins fine. Ainſi, dans ce cas, la réſiſtance a dû diminuer.

Ces deux dernieres obſervations confirment ce que nous avons dit au n. 269; ſavoir, que pour fixer la théorie des moulins à bled, il faut ſuppoſer au pallier une poſition déterminée. L'expérience nous démontre qu'il eſt également déſavantageux de lui donner une poſition trop élevée ou trop abaiſſée. Il faut donc prendre une ſituation moyenne, & qui ſoit immédiatement au-deſſous de celle qui commenceroit à donner de la farine, dont le degré de fineſſe ſeroit un peu altéré. J'ai tâché de rencontrer ce point dans mes expériences, & je crois que quand le pallier ſera ſoutenu à la hauteur la plus convenable, la réſiſtance du bled peut, en attendant mieux, être ſenſiblement regardée comme la vingt-deuxieme partie du poids abſolu de la maſſe comprimante.

Comment on trouve l'effet d'une meule connue.

391. *Problême V.* Trouver la quantité de farine que peut produire dans un temps donné une meule connue, & mue avec la vîteſſe qui convient à ſon rayon.

Expérience V. Le moulin de l'expérience précédente ayant le degré de vîteſſe qui lui convenoit, & le pallier étant ſoutenu à la hauteur ordinaire, j'ai remarqué que dans une heure il donnoit environ 390 ℔ de farine, poids de marc. Nous avons vu (311 & 312) que les quantités de farine ſont entre elles comme les quarrés des rayons ou comme les poids des équipages des meules. On pourra donc, par le moyen de ce réſultat, connoître l'effet d'un moulin quelconque conſtruit d'après nos principes, en connoiſſant le rayon de la meule ou le poids de ſon équipage.

392. *Problême. VI.* Trouver le poids du moindre équipage qu'on puiſſe employer.

Comment on trouve le poids du moindre équipage.

Expérience VI. Ne perdons pas de vue que la farine doit avoir le plus de ténuité & le moins de chaleur poſſible. Ce principe nous fournira le moyen de réſoudre la queſtion. J'ai choiſi une meule à bras de deux pieds de rayon, & dont l'équipage peſoit moins que ce rayon n'exigeoit (389). J'ai fait faire la largeur de la couronne de preſſion analogue à ce rayon (284 & 387), & j'ai ſuppléé au poids qui manquoit à l'équipage, en employant de l'argile dont j'ai chargé uniformément la meule. Je l'ai fait mouvoir ſur la meule giſſante, par le moyen d'un engrénage & d'une double manivelle; & lui ayant imprimé la vîteſſe qui lui convenoit (300 & 388), j'ai ſoigneuſement remarqué le degré de ténuité de la farine. Enſuite j'ai diminué par degrés le poids, le rayon & la couronne de preſſion, & j'ai recommencé l'opération précédente. J'ai continué d'opérer de la ſorte juſqu'à ce que la farine a ceſſé d'avoir le même degré de ténuité; &, ſelon ce que nous avons dit (310), j'ai regardé le poids de l'équipage dans la pénultieme opération, comme celui du moindre équipage qu'il ſoit poſſible d'employer. Par cette méthode, j'ai trouvé qu'en ſoutenant conſtamment la meule, ou, pour mieux dire, le pallier

à la hauteur ordinaire, la ténuité de la farine n'étoit ſenſiblement altérée que quand le rayon étoit de dix-ſept pouces. L'altération diſparoiſſoit en abaiſſant un peu le palliet ; mais en même temps, la chaleur augmentoit. De ſorte que nous pouvons dire qu'il n'y a qu'à perdre en employant des meules qui ont moins de dix-huit pouces de rayon ou de trois pieds de diametre. Or nous avons vu, 1°. que les poids étoient comme les quarrés des rayons (308); 2°. qu'une meule de trente pouces de rayon demandoit un équipage dont le poids fût = 3990 ℔ (389). Nommant donc x le poids du moindre équipage; nous le trouverons par la proportion : $(\frac{1}{2})^2 : (\frac{1}{4})^2 :: 25 : 9 :: 3990 : x = 1436$ ℔. Ainſi on ne peut, ſans perte, employer des équipages au-deſſous de 1436 ℔.

393. Il réſulte des expériences précédentes :

Réſultat des expériences précédentes.

1°. Que la réſiſtance que le grain entier oppoſe à l'action de la meule, eſt à celle que lui oppoſe la farine lorſqu'elle eſt ſur le point de recevoir ſon dernier degré de ténuité :: 1 : 0,106, ou pour ſimplifier :: 1 : 0,1 (387) :

2°. Que pour produire de la farine dont la bonté ne ſoit point altérée par la chaleur, après un mouvement de deux heures au moins ſans interruption, une meule de $\frac{1}{2}$ pieds de rayon ne doit pas faire plus de quarante-huit révolutions par minute, ou pour compter plus rondement qu'une meule de trois pieds de rayon ne doit pas faire plus de quarante révolutions dans cet intervalle de temps. Elle ne doit pas auſſi en faire moins, à cauſe que c'eſt d'après cette hypotèſe que nous avons exécuté les autres expériences, & que les rayons ne ſont proportionnels aux racines quarrées des poids des équipages, qu'en ſuppoſant aux meules une vîteſſe invariable (300 & 308) (388).

3°. Que quand le poids de l'équipage de la meule eſt de 3990 ℔ poids de marc, le rayon de la meule doit être = $\frac{1}{2}$ pieds = 2 pieds 6 pouces (389).

4°. Que le rapport du poids de l'équipage de la meule à la réſiſtance du bled ſur la couronne de preſſion, eſt = 22; ou que la réſiſtance du bled eſt la vingt-deuxieme partie du poids abſolu de l'équipage (390).

5°. Qu'une meule de 2 pieds 6 pouces de rayon mue avec la viteſſe qui lui convient, moudra dans une heure environ 390 ℔ de bled, poids de marc, & que la farine réſultante ſera de la meilleure qualité poſſible (391).

6°. Qu'il ne peut être que déſavantageux d'employer un équipage dont le poids eſt au-deſſous de 1436 ℔ poids de marc; & qu'un équipage de ce poids doit être regardé comme le moindre dont on puiſſe ſe ſervir pour produire de la farine de la meilleure qualité (392). Quant au pallier, j'ai obſervé que lorſqu'il eſt de chêne, & qu'il a environ 9 pied de long ſur $\frac{1}{4}$ pied quarré de ſection, il peut ſoutenir avantageuſement un équipage peſant 4800 ℔ poids de marc.

Réflexions ſur ces expériences.

394. Dans l'exécution d'une expérience quelconque, faite avec la machine la mieux travaillée, il eſt rare qu'il ne ſe gliſſe quelques erreurs qu'on doit regarder comme inévitables. Ces erreurs qui proviennent ordinairement de la machine ou de la force motrice, ſont plus ou moins conſidérables, ſelon le degré de perfection de la machine, & ſelon qu'il eſt plus ou moins difficile d'évaluer avec préciſion la valeur de la puiſſance. Dans les machines hydrauliques, le moteur étant un fluide dont l'action dépend d'une infinité de circonſtances, on auroit tort d'exiger la détermination exacte & rigoureuſe de l'effet qui ſera produit même en ſuppoſant que la machine fût exempte d'imperfection; à plus forte raiſon, ſi la machine étoit défectueuſe dans quelques-unes de ſes parties. Dans tous les cas on doit ſe contenter d'une approximation dont l'exactitude dépendra de la perfection de la machine qu'on emploiera. Pour parvenir

à cette exactitude dans la matiere que je traite, je m'étois proposé de faire conſtruire un moulin uniquement deſtiné à l'exécution de mes expériences, & que j'aurois eu ſoin de rendre le plus parfait & le plus commode qu'il m'auroit été poſſible. Par le moyen de cette machine, j'aurois exécuté avec plus de préciſion, non ſeulement les expériences que j'ai rapportées, mais encore pluſieurs autres qui auroient eu leur utilité. Malheureuſement les circonſtances m'ayant privé d'une grande partie des ſecours qu'on m'avoit fait eſpérer, j'ai été réduit à la néceſſité d'employer le plus ſouvent des moulins défectueux à bien des égards. Il eſt vrai, que quand la choſe m'a été poſſible, j'ai eu ſoin de corriger les défauts les plus remarquables, & qui auroient influé ſur les réſultats d'une maniere trop ſenſible: mais cela n'empêche pas que malgré tous mes ſoins, ces réſultats ne ſoient moins exacts que ceux que j'aurois eus en employant des moyens plus directs. Cependant, quoi qu'il en ſoit, en attendant qu'on répete ces expériences avec des machines mieux conſtruites, je penſe qu'on peut ſe ſervir utilement de ces réſultats approchés, & que l'application qu'on en fera à la conſtruction des moulins, ne pourra être qu'avantageuſe.

On doit remarquer que ces expériences ont été exécutées dans les Provinces méridionales de la France, où la mouture eſt un peut différente de celle des Provinces du Nord. Ainſi l'application de cette théorie pourra donnet quelque différence dans les réſultats des moulins de ces derniers pays. Dans la ſuite, jeſpere de les examiner ſéparément.

Voyons à préſent la manière d'appliquer ces réſultats aux formules précédentes.

La largeur de la couronne de preſſion eſt égale à la moitié du rayon. Fig. 42.

395. Dans la queſtion du n. 284, nous avons trouvé que la diſtance CE (*fig.* 42) à laquelle le grain devoit être écraſé, étoit $= CB \frac{1}{3}\left[2 - \frac{1}{m+1}\left(m - 1 + \sqrt{2.m^2+1}\right)\right]$. Dans

cette expreſſion, m exprime le rapport de la réſiſtance de la farine, lorſqu'elle eſt à la circonférence, à celle du grain entier, puiſque la premiere eſt à la ſeconde :: $am : a :: m : 1$. Mais (393. 1°.), la premiere eſt à la ſeconde :: 0,1 : 1. Donc $m : 1 :: 0{,}1 : 1$, & par conſéquent $m = 0{,}1$. Subſtituons cette quantité dans la formule, & nous trouverons $CE = CB \cdot 0{,}509$; ou en négligeant les milliemes, $CE = CB \cdot 0{,}5 = \frac{1}{2} CB$. Donc *dans la bonne conſtruction, le bled doit être écraſé au milieu du rayon, ou la largeur de la couronne de preſſion doit être égale à la moitié du rayon.*

396. D'après le n. 289, nous avons l'épaiſſeur BF (*fig.* 43) de la meule à la circonférence $= \frac{2n}{b^2 c} + \frac{1}{3}\left(f + \frac{g}{1-m}\right)$, & celle de l'épaiſſeur AC au centre $= \frac{2n}{b^2 c} - \frac{1}{3}\left(f + \frac{g}{1-m}\right)$. Mais (395) AB : AE :: 1 : $\frac{1}{2}$. Donc puiſqu'on a auſſi AB : AE :: 1 : m, on aura $m = \frac{1}{2}$ & $\frac{g}{1-m} = 29$. La premiere de ces deux formules deviendra $\frac{2n}{b^2 c} + \frac{1}{3}(f + 29)$, & la ſeconde $\frac{2n}{b^2 c} - \frac{1}{3}(f + 29)$.

Formule pour les épaiſſeurs d'une meule.

Fig. 43.

397. Nommons B & b les rayons de deux meules, dont les équipages reſpectifs ont des poids exprimés par A & a. Nous avons vu (309) que l'on avoit $b = \frac{B}{\sqrt{A}} \cdot \sqrt{a}$. Prenons encore A pour le poids le plus avantageux au rayon B, & ſuppoſons-le déterminé par l'expérience du n. 389. Nous aurons $A = 3990$ ℔, & $B = \frac{1}{2}$ pieds; ce qui donne $\frac{B}{\sqrt{A}} = 0{,}039$ pieds; & puiſque nous avons repréſenté cette quantité par l, nous aurons $l = 0{,}039$ pieds, & $b = 0{,}039\sqrt{a}$. Ainſi *le rayon de la meule eſt égal à* 0,039 *pieds pris autant de fois qu'il y a d'unités dans la racine quarrée du poids de ſon équipage évalué en livres poids de marc.*

Formule & regle pour trouver le rayon d'une meule.

Formule & regle pour trouver le nombre de tours de la meule par ſeconde.

398. En nommant Q & q les nombres de révolutions que font dans un temps donné deux meules dont les rayons ſont reſpectivement B & b, (300) nous avons : $q : Q :: B : b$: d'où nous tirons $q = \frac{BQ}{b}$. Prenons B pour le rayon de la meule de l'expérience, & Q pour le nombre de révolutions qu'elle doit faire dans une ſeconde : (388) nous aurons $B = \frac{1}{8}$ pieds, & $Q = \frac{48}{60''} = \frac{4}{5}$; par conſéquent $BQ = \frac{1}{8} \times \frac{4}{5} = 2$. Mais (302) nous avons fait $BQ = D$. Donc $D = 2$, & $q = \frac{2}{b}$; d'où nous conclurons que *pour avoir le nombre de révolutions que doit faire une meule pour produire la meilleure farine poſſible, il faut diviſer le nombre 2 par ſon rayon.*

Premiere formule & premiere regle pour trouver la farine produite dans une heure.

399. Nous avons vu (313) qu'en nommant I & i les quantités de farine produites par deux meules, dont les rayons ſont reſpectivement B & b, on avoit $i = \frac{I}{B^2} \times b^2$. Regardons I comme le réſultat de l'expérience du n. 391, & B comme le rayon de la meule que nous y avons employée. Nous aurons I = 390 ℔ dans une heure, temps que nous prenons ici pour unité ; & $B = \frac{1}{8}$ pieds. Donc $\frac{I}{B^2} = \frac{390}{\frac{15}{4}}$ ℔ = 62,4 ℔ ; & puiſque nous avons fait $\frac{I}{B^2} = k$, nous aurons auſſi $k = 62{,}4$ ℔ ; & $i = 62{,}4$ ℔ $\times b^2$: ce qui nous fournit cette regle. *Multipliez par le quarré du rayon de la meule évalué en pieds le nombre 62,4 conſidéré comme des livres, poids de marc ; & le réſultat vous fera connoître à-peu-près la quantité de farine que vous devez attendre d'un moulin conſtruit ſelon les vrais principes.*

Seconde formule & ſeconde regle pour trouver la farine produite dans une heure.

400. En nommant A le poids de l'équipage relatif à I, (314) nous avons encore $i = \frac{I}{A} \times a$. Mais (389 & 391) A = 3990. Donc

Donc $\frac{I}{A} = \frac{390}{3990} = 0{,}097 = g$; & par conſéquent $i = 0{,}097 \times a$. D'où nous conclurons que *pour avoir la quantité de farine produite dans une heure, il faut multiplier le poids de l'équipage par* 0,097.

Valeur des quantités conſtantes.

401. Dans les applications ſuivantes, nous aurons continuellement beſoin de ſubſtituer les nombres relatifs aux quantités connues. Mais comme ces nombres ſont diſperſés dans le cours de l'ouvrage, pour faciliter ces ſubſtitutions, nous raſſemblerons ici toutes ces grandeurs avec leurs valeurs. Nous aurons (23) $B = \frac{8}{9}$; (41) $K = \frac{7}{5}$ ou $\frac{7}{6}$, ſelon que le fluide ſera défini ou indéfini ; (146) $c = \frac{44}{7}$; (67) pour le plus grand effet, $s' = 3$, & $s = 2$; (390) $d = 22$; (398) $D = 2$; (397) $l = 0{,}039$; (399) $k = 62{,}4$; (400) $g = 0{,}097$; (172) $n = 3$, & $p = \frac{19}{18}$.

Equation qu'il faut prendre pour la conſtruction d'un moulin ſimple.

402. Pour réſoudre le plus exactement qu'il eſt poſſible les problêmes qu'on peut propoſer ſur la conſtruction des moulins ſimples, on prendra les équations des n. 303 & 317 ; & après avoir ſubſtitué les valeurs numériques des quantités connues, on choiſira deux inconnues, dont on déterminera la valeur ſelon les méthodes ordinaires.

403. Lorſqu'on ſe contente d'un à-peu-près, ce n'eſt pas l'équation du n. 317 qu'il faut prendre, mais la ſeconde du n. 319, c'eſt-à-dire $a - 210 \cdot \frac{B\,d}{c\,D} \cdot \frac{s'' s}{s' + s} \cdot h' m = 0$. Cette équation étant très ſimple, & en même temps aſſez exacte à cauſe du peu de réſiſtance qui s'exerce au pivot, nous allons examiner tout ce qui lui eſt relatif.

Formule & regle pour avoir le poids de l'équipage de la meule, par le moyen de la dépenſe & de la chûte du courant.

404. Au n. 320 nous avons repréſenté par L la quantité conſtante $210 \times \frac{B\,d}{c\,D} \times \frac{s'' s}{s' + s}$, & nous avons tiré de l'équation précédente $a = L\,h' m$. Subſtituons les valeurs numériques

des quantités connues, qui compoſent l'expreſſion de L (401), & nous aurons L = 47,04. Donc $a = 47{,}04 \times h'm$. Cette formule nous fait voir que *pour avoir le poids de l'équipage d'une meule d'un moulin ſimple, mû de la maniere la plus avantageuſe par un courant dont on connoît la chûte & la dépenſe évaluées l'une & l'autre en pieds, il faut prendre le produit de ces deux grandeurs, & en multiplier la quantité* 47,04 *conſidérée comme des livres.*

Dans la pratique, on peut négliger la fraction décimale 0,04 & ne multiplier que la quantité entiere 47. On compenſera par là une partie des frottemens que nous avons négligés.

Formule & regle pour en avoir l'effet par le moyen des mêmes quantités.

405. Par le n. 314, nous avons $i = g\,a$: mais $a = \mathrm{L}\,h'm$. Donc $i = g\,\mathrm{L}\,h'm$. Subſtituant les valeurs de g (401), & de L (404), nous aurons $i = 4{,}56\,.\,h'm$; c'eſt-à-dire que *pour avoir à-peu-près le poids du bled que le moulin pourra moudre dans une heure, il faut multiplier* 4,56 ℔ *par le produit de la dépenſe & de la chûte du courant moteur.*

Dans la pratique, il ſuffira de multiplier 4,5 ℔ $= \frac{9}{2}$ ℔ par le produit de la dépenſe & de la chûte.

Formule & regle pour avoir le rayon de la meule par le même moyen.

406. Nous avons (324) le rayon de la meule ou $b = l\sqrt{\mathrm{L}\,h'm}$. Subſtituons au lieu de l & de L leurs valeurs, & faiſons les opérations indiquées ; nous aurons $b = 0{,}267\sqrt{h'm}$. Cette expreſſion nous fait voir que *dans un moulin ſimple, le rayon de la meule eſt égal à la moyenne proportionnelle géométrique entre la dépenſe & la chûte du courant priſe* 0,267 *fois.*

Formule & regle pour avoir le nombre de révolutions par ſeconde par le même moyen.

407. Le nombre de révolutions dans une ſeconde ou $q = \frac{D}{l\sqrt{\mathrm{L}\,h'm}}$ (325). Subſtituons les valeurs des quantités conſtantes, & faiſons les opérations indiquées, nous aurons $q =$

$\frac{7,49}{\sqrt{h' m}}$. Donc *pour avoir le nombre de révolutions par ſeconde, il faut diviſer 7,49 par la moyenne géométrique entre la dépenſe & la chûte du courant.*

408. Il eſt bon de remarquer que le poids de l'équipage de la meule étant trouvé, on fera bien de s'en ſervir autant qu'on pourra pour déterminer les quantités i, b, & q, plutôt que d'employer la dépenſe & la chûte du courant. C'eſt à quoi il faut ſur-tout faire attention dans les moulins compoſés, ainſi que nous verrons ailleurs. Remarque.

409. Nous avons (326) le rayon moyen de la roue, ou $R = \frac{s}{s'+s} \cdot \frac{l}{cD} \cdot \sqrt{140 \cdot \frac{BL}{K}} \cdot h' \sqrt{m}$. Après avoir ſubſtitué les nombres convenables, & fait les opérations indiquées, nous aurons $R = 0,062 \cdot h' \sqrt{m}$; ce qui fait voir que *le rayon moyen de la roue ſe trouve en prenant 0,062 fois le produit de la chûte par la racine quarrée de la dépenſe du courant.* Formule & regle pour avoir le rayon de la roue par le même moyen.

410. Nous avons vu (392) que le poids du moindre équipage étoit = 1436 ℔. Subſtituons cette valeur pour a dans la formule du n. 404, & nous trouverons $h' m = 30,51$. Donc *lorſque la dépenſe de la ſource motrice multipliée par ſa chûte, donnera un produit* < 30,51, *il faudra recourir aux écluſes* (331). Dans quel cas il faut ſe ſervir d'un moulin à écluſe.

411. Déterminons à préſent la moindre chûte dont on puiſſe diſpoſer pour conſtruire un moulin ſimple. Nous avons trouvé (329) que cette chûte h' étoit $= \sqrt[4]{\frac{1}{3,921 \cdot D^4}{h' L^2 n^2}}$. Dans cette expreſſion, tout eſt conſtant & connu, excepté n qui exprime le rapport de la profondeur naturelle de l'eau à la largeur du courſier au bas de ſa chûte (152); & dont les variations ſont Chûtes au-deſſous deſquelles il faut ſe ſervir de moulins à engrénage.

renfermées (144) entre 3 & $\frac{1}{3}$. Suppoſons donc ſucceſſivement $n = 3$, $n = 2$, $n = 1$, $n = \frac{1}{2}$, $n = \frac{1}{3}$, & ſubſtituons au lieu des autres quantités, leurs valeurs (401 & 404); lorſque n ſera $= 3$, nous trouverons $h' = 7,314$ pieds.

Cette chûte étant déterminée relativement à $n = 3$, la propoſition du n. 330 nous donne un moyen aiſé de trouver celles qui répondent aux autres valeurs de n. Pour trouver la ſeconde, nous ferons la proportion : la ſeconde eſt à la premiere :: $\sqrt[3]{9}$: $\sqrt[3]{4}$. Ainſi la ſeconde ſera égale à la premiere, multipliée par $\sqrt[3]{\frac{9}{4}}$, c'eſt-à-dire $= 7,314 \sqrt[3]{2,25}$. Nous ſuivrons la même méthode pour les autres. Par ce moyen nous trouverons que quand

n ſera $= \{ 3 : 2 : 1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} . \}$

On aura $h' =$ 7,314 pieds : 8,602 p. : 11,350 p. : 14,976 p. : 17,613 p.

Donc les moindres chûtes relatives extrêmes pour un moulin ſimple, ſeront 7,314 pieds & 17,613 pieds.

Avantage de la table précédente.

412. La table que nous venons de calculer ſert à faire connoître à-peu-près dans quel rapport on doit mettre les deux côtés de la ſection naturelle du courant au point d'impulſion (235 & 337), lorſque la chûte eſt peu conſidérable, & que néanmoins la dépenſe l'eſt aſſez pour qu'on puiſſe employer un moulin ſimple (410). Car ſi, par exemple, la chûte donnée tombe entre 7,314 & 8,602; la valeur qu'on peut donner à n tombera entre 3 & 2 : mais on fera bien de s'en tenir aux valeurs ſuppoſées, & de prendre toujours celle qui répond à la moindre chûte, inférieure à celle qu'on donne. Dans l'exemple dont il s'agit, ce ſeroit 3 qu'il faudroit prendre pour n, c'eſt-à-dire qu'on feroit la dimenſion verticale triple de l'horiſontale; ſi la chûte donnée tomboit entre 14,976 & 17,613, on ſuppoſeroit $n = \frac{1}{2}$ & non pas $= \frac{1}{3}$; puiſqu'en la ſuppoſant $= \frac{1}{2}$, il faudroit que la chûte donnée fût $= 17,013$, tandis que par hypothèſe elle eſt moindre.

413. Si la chûte relative eſt $< 7{,}314$ pieds, & qu'en même temps la dépenſe de la ſource motrice ſoit aſſez conſidérable pour que (410), multipliée par la chûte, le produit ſoit $> 30{,}52$, on emploiera un moulin à engrénage tel que celui qui eſt repréſenté par la fig. 28; & ſi l'on veut en trouver les dimenſions les plus exactes, on ſe ſervira des équations des n. 333 & 334, dans leſquelles on aura ſoin de faire les ſubſtitutions convenables (401). Mais comme dans la pratique une ſimple approximation ſuffit, nous laiſſerons ces équations trop compliquées aux Lecteurs verſés dans le calcul algébrique, pour ne nous occuper que des formules ſimplifiées.

Moyen de connoître s'il faut employer un moulin à engrénage.

414. Si l'on veut conſtruire le moulin ſur un courſier incliné, on trouvera le poids de l'équipage de la meule & le rayon du rouet par les deux formules du n. 370. Subſtituons dans chacune les valeurs convenables (401) & nous aurons $a =$

$$\frac{19{,}911 \cdot h' m \left(2{,}25 - \frac{\frac{1}{2}g'}{R'}\right) - 1{,}617 \cdot \frac{\pi'' g'}{R'} \cdot \sqrt{h}}{1{,}005 \left(1 + \frac{\frac{1}{2}g'}{R'}\right)},$$ & $r' =$

$4{,}302 \cdot \frac{R R'}{b\sqrt{h'}}$. Dans cette derniere expreſſion, b eſt connu, puiſque (397) elle eſt $= 0{,}039 \sqrt{a}$.

Cas où le moulin de la fig. 28, eſt placé ſur un courſier incliné.

415. Si le moulin doit être placé ſur une tiviere, & que la meule doive être faite pour la machine, on aura le poids de l'équipage de la meule, & le rayon du rouet par les deux formules du n. 371. 1°. Faiſons les ſubſtitutions convenables (401), & nous aurons : $a = \frac{K \cdot \frac{4}{15} \cdot \lambda v^{1} \left(\frac{9}{4} - \frac{\frac{1}{2}g'}{R'}\right) - \frac{2}{9} \cdot \frac{\pi'' g'}{R'} \cdot v}{\frac{190}{189}\left(1 + \frac{\frac{1}{2}g'}{R'}\right)}$,

& $r' = \frac{210}{7} \cdot \frac{R R'}{b v}$. Dans la premiere expreſſion, on fera $K = \frac{7}{5}$ ou, $\frac{7}{6}$ ſelon que le fluide ſera défini ou indéfini.

Cas où le même moulin eſt placé ſur une riviere.

416. Le moulin devant être placé ſur une riviere, ſi la ma-

chine eſt conſtruite pour une meule donnée, on aura la largeur des aubes, & le rayon du rouet par le moyen des formules du n. 371. 2°. La premiere de ces deux formules donnera la largeur $\lambda'' = \frac{\frac{196}{149} \cdot \left(1 + \frac{\frac{1}{3}\varepsilon'}{R'}\right) \cdot a - \frac{2}{9} \cdot \frac{n''\varepsilon'}{R'} \cdot \nu}{K \cdot \frac{4}{67} \cdot \lambda' \nu^3 \left(\frac{9}{4} - \frac{\frac{1}{3}\varepsilon'}{R'}\right)}$; & la ſeconde donnera pour r' la même valeur que celle que nous avons trouvée au numéro précédent.

Comment on doit déterminer l'effet des moulins à engrénage.

417. Connoiſſant le poids de l'équipage, on aura la quantité de farine produite dans une heure, par l'équation $i = 0{,}097\, a$ (400). Qu'on ſe garde bien d'employer pour cette détermination, la méthode qui dépend de la chûte & de la dépenſe de la ſource motrice, & que nous avons donnée au n. 405. Cette méthode peut s'appliquer ſenſiblement aux moulins ſimples, à cauſe que le frottement y eſt aſſez petit pour être négligé. Elle s'appliqueroit pareillement aux moulins compoſés conſidérés ſans frottement, à cauſe que dans l'un & l'autre cas, la force motrice eſt cenſée entièrement employée à la production de l'effet propoſé. Mais quand cette force ſera décompoſée en deux parties, dont l'une ſera deſtinée à vaincre les réſiſtances étrangeres; il eſt évident que cette loi ſera détruite, & qu'on ne pourra plus en faire uſage. Or, c'eſt ce qui arrive dans les moulins à engrénage.

Conſtruction des moulins de la fig. 48.

418. Suppoſons qu'on veuille employer pluſieurs meules dans la même machine, on fera uſage de la forme repréſentée par la *fig.* 48; & ſi l'on veut que la conſtruction ſoit des plus exactes, on ſe ſervira des formules des n. 339, 340 & 343, dans leſquelles on aura ſoin de faire les ſubſtitutions néceſſaires. Mais nous abandonnons ces calculs à ceux qui ſeront curieux de les faire.

Cas où le moulin eſt placé ſur un courſier incliné.

419. Dans l'uſage ordinaire, ſi la machine doit être placée

ſur un coutſier incliné, on choiſira pour inconnues le poids d'un des équipages des meules, le rayon du rouet & celui du hériſſon. Ces quantités ſeront données par les trois formules du n. 374. Subſtituant dans chacune les grandeurs convenables, (401) nous aurons par la premiere, le poids d'un équipage ou $a = \frac{19{,}911\, h' m \left(2{,}25 - \frac{\frac{1}{2} g'}{R}\right) - 1{,}617 \frac{n' g'}{R}\sqrt{h'}}{1{,}061 \cdot N \left(1 + \frac{\frac{1}{2} g'}{R}\right)}$; par la troiſieme, le rayon du hériſſon ou $r' = \frac{b + \frac{1}{2} g'}{\sqrt{1 - m'^2}} - R''$; & par la ſeconde, celui du rouet ou $r = 4{,}302 \cdot \frac{R R' R''}{r' b \sqrt{h'}}$. Dans l'expreſſion de r' au lieu de m', on aura ſoin de mettre le nombre de la table du n. 345, qui répondra au nombre N. Quant à ce dernier, nous avons dit (377) comment on devoit en déterminer le *maximum*.

420. Si la machine devoit être placée ſur une riviere, & que les meules duſſent être taillées d'après ſes dimenſions, les inconnues ſeroient encore les mêmes que dans le numéro précédent, & l'on en auroit la valeur par le moyen des trois formules du premier cas du n. 375. Après avoir fait les ſubſtitutions néceſſaires (401), la premiere nous donnera le poids de l'équipage d'une meule ou $a = \frac{K \cdot \frac{4}{11} \cdot \lambda \nu^3 \left(\frac{2}{3} - \frac{\frac{1}{2} g'}{R}\right) - \frac{2}{9} \cdot \frac{n' g'}{R} \cdot \nu}{\frac{1805}{1701} \cdot N \left(1 + \frac{\frac{1}{2} g'}{R}\right)}$; la troiſieme nous donnera pour r' la même valeur que ci-deſſus (419); & la ſeconde nous feta voir que le rayon du rouet ou $r' = \frac{210}{7} \cdot \frac{R R' R''}{r' b \nu}$.

Cas où le moulin eſt placé ſur une riviere.

421. Si la machine devoit être conſtruite ſur une riviere, relativement à un certain nombre de meules données, on pren-

droit pour inconnues la largeur des aîles & les rayons du rouet & du hériſſon. Les deux dernieres inconnues auroient la même valeur qu'au numéro précédent. Quant à la largeur λ'', la formule du ſecond cas du n. 375 nous donneroit après les ſubſtitutions $\lambda'' = \frac{\frac{19 \cdot 1}{17 \cdot 1} \cdot N\left(1 + \frac{\frac{1}{2}g'}{R}\right) \cdot a + \frac{1}{9} \cdot \frac{n'g'}{R} \cdot \nu}{K \cdot \frac{4}{27} \cdot \lambda' \nu^3 \left(\frac{2}{3} - \frac{\frac{1}{2}g'}{R}\right)}$.

422. Si l'on vouloit employer la même forme avec une ſeule meule, le rayon r' du hériſſon ſeroit arbitraire, & l'on n'auroit plus que deux équations. Quand on voudra réſoudre avec beaucoup de préciſion les queſtions relatives à ce cas, on emploiera la formule du n. 350 & celle du n. 340. Mais quand on ſe contentera d'une approximation, on ſe ſervira des formules des n. 419 — 422, en ſuppoſant $N = 1$.

Conſtruction des moulins de la fig. 51.

423. Lorſqu'on voudra employer la forme repréſentée par la *fig.* 51, ſi l'on eſt bien aiſe d'approcher de l'exactitude le plus qu'il eſt poſſible, on ſe ſervira des formules des n. 351, 353 & 354. Si au contraire on ſe borne à une approximation, on ſe ſervira des trois équations du n. 380, en regardant comme inconnues le poids de l'équipage d'une des meules, le rayon de la roue & celui du hériſſon. Subſtituons les valeurs numériques, & la premiere nous donnera le poids d'un équipage ou $a = \frac{44,564}{N} \cdot h'm$. La ſeconde fera connoître le rayon du hériſſon ou $r' = \frac{b + \frac{1}{2}p'}{\sqrt{1 - m^2}} - R'$; & la troiſieme nous donnera le rayon de la roue ou $R = 0,231 \cdot \frac{r}{R'} \cdot b\sqrt{h'}$.

Réflexions ſur les rayons des engrénages des moulins des fig. 28, 48 & 51.

424. Avant de paſſer à l'application de ces principes, nous ferons quelques réflexions ſur les rayons des rouets des *fig.* 28, 48 & 51.

1°. Lorſqu'on place ſur un courſier incliné le moulin repréſenté par la *fig.* 28, la ſeconde formule du n. 414 nous fait voir

voir que le rayon de la roue à aubes & celui de la lanterne, étant conſtants, celui du rouet ſera en raiſon inverſe du rayon de la meule & de la racine quarrée de la chûte relative. Le rayon de la meule (392) n'étant jamais $<$ 1 pied 6 pouces, & celui de la lanterne étant ordinairement $=$ 9 pouces ou 1 pied (176), il eſt aiſé de voir que la valeur de r' ſera rarement trop grande ou trop petite.

2°. Si cette machine eſt placée ſur une riviere, la ſeconde formule du n. 415, nous démontre que ce rayon ne peut guere manquer d'être fort conſidérable. En effet la quantité $\frac{330}{7}$ donne déjà un nombre $>$ 31; par conſéquent pour réduire r' à une juſte grandeur, il faudroit que le ſecond facteur $\frac{RR'}{bv}$ donnât pour réſultat une fraction $< \frac{1}{4}$; ce qui exige que les rayons de la roue & de la lanterne ſoient fort petits, & que celui de la meule ſoit fort grand ainſi que la viteſſe moyenne du courant. Mais (99 & 176) les rayons de la roue & de la lanterne ne peuvent pas avoir des valeurs trop petites; le rayon de la meule excéde rarement 3, 5 pieds, & la viteſſe moyenne du courant eſt ordinairement peu conſidérable. Donc $\frac{RR'}{bv}$ ſera rarement $< \frac{1}{4}$, & par conſéquent dans la bonne conſtruction on doit n'employer qu'avec circonſpection de ſemblables moulins ſur des rivieres.

3°. Lorſqu'un moulin tel que celui de la *fig.* 48, eſt placé ſur un courſier incliné, on voit par la troiſieme formule du n. 419, que pour peu conſidérables que ſoient les poids des équipages & la chûte du courant, ainſi que le rayon du hériſſon, celui du rouet ſera pour l'ordinaire d'une grandeur raiſonnable.

4°. Si ce moulin eſt placé ſur une riviere, la derniere formule du n. 420 nous fournira à-peu-près les mêmes réflexions que nous avons faites ſur la derniere du n. 414. Il eſt néceſſaire

427. Appliquons ces règles à quelques queſtions. Propoſons-nous de déterminer l'eſpece de moulin qu'on doit employer, & les dimenſions qu'il faut lui donner par la ſeule connoiſſance de la dépenſe & de la chûte d'un courant.

Application à un moulin mû par une ſource particuliere.

On retranchera environ un pied de la chûte abſolue (227); & (237) regardant le reſte comme la chûte relative, on le multipliera par la dépenſe (331). Si le produit eſt $> 30{,}52$, on pourra conſtruire un moulin qui ſe mouvra ſans interruption; ſi au contraire le produit eſt $< 30{,}52$, on doit employer une écluſe (410): ce qui fait deux cas, dont le premier ſe ſubdiviſe en quatre autres, & le ſecond en deux, ainſi qu'on va voir.

Premier Cas. Le produit de la dépenſe par la chûte abſolue diminuée d'un pied, étant $> 30{,}52$, par les méthodes des n. 227 & 228, on fixera la valeur de Sm (*fig.* 31) pour avoir celle de dm qu'on regardera d'abord comme la chûte relative (237). Cela fait:

I. Exemple de la conſtruction d'un moulin ſimple repréſenté par la Fig. 46.

Suppoſons 1°. que dm ſoit $> 7{,}314$ pieds (411). Suivant ce que nous avons vu au même numéro, on pourra ſe ſervir d'un moulin ſimple, tel que celui qui eſt repréſenté par la *fig.* 46. La grandeur de dm par rapport aux moindres chûtes fera connoître le rapport des côtés de la ſection du courant au point d'impulſion (412). On conſtruira le courſier conformément aux principes établis aux n. 136 à 138, 232 à 235, 237 & 241.

On trouvera par la règle du n. 409, le rayon moyen de la roue, & on la conſtruira ſuivant les principes des n. 103, 128 & 131; obſervant de ne pas faire les aubes courbes, à cauſe du déſavantage qu'elle ont vis-à-vis les aubes planes (56).

La profondeur de l'eau au point d'impulſion étant déterminée, on la retranchera de dm, & l'on aura (231) la vraie chûte relative. Cette chûte connue, on trouvera le poids de l'équipage de la meule par la règle du n. 404.

On prendra arbitrairement tel poids qu'on voudra pour celui de l'arbre & de ſes dépendances (la meule exceptée); on en

ôrera le poids du cylindre de l'œil de la meule déterminé par la méthode du n. 291; retranchant ce reſte du poids de l'équipage (290), & diviſant le réſultat par la denſité de la pierre dont la meule eſt compoſée, on aura le volume d'après lequel on doit chercher l'épaiſſeur de la meule au centre & à la circonférence (289).

On trouvera le rayon de la meule par la règle du n. 397, & ſon épaiſſeur au centre & à la circonférence, par les formules du n. 289 & 397.

On cherchera la ſection du pallier par ce que nous avons dit au n. 268 & 393. On terminera le pivot en cône tronqué, dont la perite baſe ſoit la moindre poſſible, & on le fera tourner dans une crapaudine de méral encaſtrée dans le pallier (161, 263).

Enfin, par la méthode du n. 399 ou du n. 400, on aura à-peu-près la farine produite dans une heure.

11. Exemple de la conſtruction d'un moulin à engrénage, repréſenté par la fig. 51.

Suppoſons 2°. que la chûte dm étant toujours $> 7{,}314$ pieds, la dépenſe du courant ſoit aſſez conſidérable pour mouvoir pluſieurs équipages. Alors on ſe ſervira de la *figure* 51, & l'on opérera comme nous allons le faire voir.

Après avoir fixé dm (227 & 228), on cherchera (412) le rapport qui doit régner entre les deux côrés de la ſection du courant au bas de la chûte. L'on conſtruira le courſier ainſi que dans la ſuppoſition précédente, & ayant trouvé la profondeur de l'eau au-deſſus du reſſaut, on la retranchera de dm, ce qui donnera la vraie chûte relative (231).

On déterminera le nombre des meules par la méthode du n. 377, & on les diſpoſera autour du hériſſon à égales diſtances les unes des autres, ainſi que nous avons vu (339). On trouvera le poids d'un des équipages par la premiere formule du n. 423. Ce poids trouvé, on aura le rayon de la meule par la règle du n. 397.

On prendra les quantités qu'on voudra pour le rayon des lanternes, & pour l'intervalle qui doit ſéparer deux meules voiſines ; & l'on aura le rayon moyen du hériſſon par la ſeconde formule du n. 397.

Enfin on trouvera le rayon moyen de la roue à aubes par la troiſieme formule du même numéro, & on conſtruira cette roue avec les mêmes précautions que dans la ſuppoſition précédente.

Connoiſſant le rayon du hériſſon & celui des lanternes, on connoîtra le nombre de dents & de fuſeaux par les méthodes des n. 194 & 196.

Pour ce qui eſt de l'épaiſſeur des meules au centre & à la circonférence, des pivots & de la force des palliers qui ſoutiendront les équipages des meules, on ſuivra le même procédé que dans la premiere ſuppoſition.

Le pallier qui ſoutiendra l'arbre E F, n'a pas beſoin de plier ſous le poids. On donnera à cet arbre le poids qu'on jugera à propos, & à ſon pivot le moins de diamêtre qu'on pourra, ayant ſoin de le terminer ainſi que les autres.

La quantité de farine que produira un équipage quelconque dans une heure, ſera déterminée par la méthode des n. 399 ou 400. Qu'on la multiplie par le nombre d'équipages, & l'on aura l'effet total produit dans une heure.

III. Exemple de la conſtruction d'un moulin à engrénage, repréſenté par la fig. 28.

Suppoſons 3°. que le produit de la dépenſe par la chûte dm étant toujours $> 30{,}52$, cette quantité dm ſoit $< 7{,}314$ pieds. On ſera forcé d'employer pour lors la forme repréſentée par la *fig.* 28.

On déterminera d'abord les dimenſions du courſier (237 & 241), en choiſiſſant tel rapport qu'on voudra pour exprimer celui des côtés de la ſection naturelle du fluide au point d'impulſion, pourvu que la largeur ne ſoit pas moindre que la profondeur, ni plus grande que le triple de cette même quantité (142). La

partie inférieure du courſier ſe conſtruira ainſi que nous avons dir (133 — 135); & le reſte de la même maniere que dans les exemples précédenrs.

La profondeur de l'eau au point d'impulſion érant trouvée, on en ierranchera la moitié ou la rotalité (231) de *dm* (*fig.* 31), ſuppoſée dérerminée (227 & 228); & le reſte ſera la vraie chûte relative, d'après laquelle on achevera la conſtruction de la machine.

On ſuppoſera au rayon de la roue à aubes, à celui des tourrillons, du pivor, & de la lanterne, au poids de l'équipage de l'arbre horiſonral, & à celui de l'arbre vertical & de ſes dépendances (ſans y comprendre la meule), les valeurs les plus convenables; & alors on aura le poids de l'équipage de la meule par le moyen de la premiere formule du n. 414, le rayon du rouer par la ſeconde du même numéro; & celui de la meule par la mérhode du n. 397.

Connoiſſanr le rayon du rouet & celui de la lanterne, on conſtruira l'engrénage d'après les mêmes principes que dans l'exemple précédenr.

Le poids de l'équipage de la meule étanr trouvé, on aûra les différentes épaiſſeurs de la meule ſuivanr le même procédé que nous avons indiqué pour le premier exemple. Il en ſera de même de celle du pallier.

Enfin on connoîrra à-peu-près la quantité de farine produite dans une heure, par la méthode du n. 399, ou par celle du n. 400.

IV. Exemple de la conſtruction d'un moulin à engrénage, répréſenté par la fig. 48.

Suppoſons 4°. que *dm* étant encore $< 7{,}314$ pieds, la dépenſe de la ſource puiſſe ſuffire à pluſieurs équipages. On pourra employer la *figure* 48.

On conſtruira le courſier, & l'on dérerminera la vraie chûte relative, ainſi que dans l'exemple précédenr.

On trouvera le plus grand nombre de meules qu'on peut employer, & enſuite celui qu'on doit admettre, par la méthode employée à la ſeconde ſuppoſition, & on les diſpoſera régulièrement autour du hériſſon.

On prendra les quantités qu'on jugera les plus convenables pour le poids des arbres des meules, pour celui de l'équipage de EF, pour celui de l'équipage de MN, pour les rayons des tourrillons, des pivots, de la roue & des lanternes, & pour l'intervalle qui doit ſéparer les meules.

Alors on trouvera le poids de l'équipage d'une meule par la premiere formule du n. 419; le rayon de la meule par la méthode employée aux exemples précédents; celui du hériſſon par la ſeconde formule du n. 419, & celui du rouet par la troiſieme formule du même numéro.

On conſtruira les engrénages ſuivant les méthodes indiquées au ſecond & au troiſieme exemple, & l'on trouvera les différentes épaiſſeurs des meules, ainſi que dans la premiere ſuppoſition. Il en ſera de même de la groſſeur de chaque pallier.

La quantité de farine produite dans une heure, ſe trouvera par la méthode indiquée au ſecond exemple.

V. Exemple de la conſtruction d'un moulin à écluſe, ſoit ſimple ſoit compoſé.

Second Cas. Si le produit de la dépenſe de la ſource multipliée par dm (*fig.* 31) donne une quantité $< 30{,}52$, on doit employer une écluſe, ainſi que nous avons dit ci-deſſus. Pour connoître ſi le moulin ſera ſimple ou compoſé, il faut ſavoir ſi la vérirable dm (258) ſera $>$ ou $< 7{,}314$ pieds. On prendra donc d'abord telle dépenſe que l'on voudra pour celle de l'écluſe, obſervant néanmoins ce que nous avons dit (251). D'après cette dépenſe on conſtruira l'écluſe, & l'on déterminera la chûte abſolue qui lui convient, par les méthodes préſentées aux n. 246 — 258. Enſuite on fixera dm (227, 228) qu'on regardera pour un moment comme la chûte relative (237).

Suppoſons 1°. que l'on ait $dm > 7{,}314$ pieds. Suivant ce que nous avons démontré au n. 411, le moulin ſera ſimple. On connoîtra la dépenſe de l'écluſe & la véritable dm. On conſtruira donc le moulin de la même maniere que dans le premier exemple du premier cas.

Suppoſons 2°. que l'on ait $dm < 7{,}314$ pieds. Nous ne pourrons pas employer un moulin ſimple, mais ſeulement un moulin à engrénage (411). Ce ſera donc celui de la *fig.* 28 que nous conſtruirons de la même maniere que dans le troiſieme exemple du premier cas, puiſque nous connoiſſons la dépenſe de l'écluſe & dm (*fig.* 31).

Dans l'une & l'autre ſuppoſition, on regardera la machine comme ſi elle étoit mue ſans écluſe avec la dépenſe de la ſource & la chûte relative de l'écluſe, & d'après cette hypothèſe, on cherchera par la méthode du n. 259, la quantité de farine qu'on aura dans une heure. Le produit de cette quantité par vingt-quatre, fera voir à-peu-près ce qu'on en aura dans un jour, & l'on pourra par ce moyen connoître les revenus qu'on a lieu d'attendre de la machine.

VI
Exemple de la conſtruction d'un moulin ſur une riviere.

428. Si la machine doit être conſtruite ſur une riviere, elle peut n'avoir qu'une meule ou en avoir pluſieurs; ce qui fait deux cas.

Cas où le moulin ne doit avoir qu'une meule tournante.

Premier Cas. Si le moulin ne doit avoir qu'une meule, on ſe ſervira de la *fig.* 28, ou ſelon les circonſtances (425) de la *fig.* 48, en ſuppoſant $N = 1$ dans les formules relatives à cette *figure*. Quelque forme qu'on emploie, la meule peut être taillée pour la machine déjà conſtruite, du moins en grande partie; ou la machine peut être conſtruite pour la meule déjà taillée.

Dans chacune de ces hypothèſes, on meſurera d'abord la viteſſe des eaux de la ſurface de la riviere, par la méthode du n. 120;

n. 120; & prenant arbitrairement la quantité qu'on jugera convenable pour le rayon moyen de la roue à aubes, on déterminera la plus grande hauteur qu'on puiſſe donner aux ailes, par la méthode du n. 119. Cela fait, on fixera leur véritable hauteur, & l'on trouvera la vîteſſe moyenne du courant par la règle du n. 121.

Suppoſons 1°. que la meule doive être taillée pour la machine. On eſt cenſé connoître, ſoit par la conſtruction même, ſoit par les corrections fondées ſur les opérations que nous venons de preſcrire, la ſurface de l'aile, le rayon moyen de la roue à aubes, celui des tourrillons, celui de la lanterne ou des lanternes, le poids de l'équipage de l'arbre horiſontal & la vîteſſe moyenne du courant. On aura donc le poids de l'équipage de la meule par la premiere formule du n. 415, s'il s'agit de la *fig.* 28, ou par la premiere du n. 420, s'il s'agir de la *fig.* 48. Le rayon moyen du rouet ſe trouvera par la ſeconde formule du n. 415 ou par la ſeconde du n. 420, ſelon qu'il ſera queſtion de la *fig.* 28 ou de la *fig.* 48.

Quant à la détermination de l'épaiſſeur de la meule, de la groſſeur du pallier, de celle du pivot, du nombre & de la force des dents & des fuſeaux de l'engrénage, & de la quantité de farine produite dans une heure; on ſuivra le même procédé qu'aux exemples qui précédent, relatifs à celui-ci.

Suppoſons 2°. que la machine doive être conſtruite pour la meule déjà taillée.

L'on déterminera par les opérations indiquées au commencement de ce numéro, ou l'on fixera arbitrairement les grandeurs ſuivantes; ſavoir la hauteur de l'aile, le rayon moyen de la roue à aubes, celui des tourrillons, celui de la meule, celui de la lanterne (ou des lanternes, ſi l'on emploie la *fig.* 48, & dans ce cas celui du hériſſon), la vîteſſe moyenne du courant, le poids de l'équipage de l'arbre horiſontal, & le poids de l'arbre de la meule &

de ſes dépendances (la meule exceptée). On ajoutera ce dernier au poids de la meule même qui ſera connu ou aiſé à connoître, & la ſomme ſera le poids de ſon équipage, qui dans les formules eſt repréſenté par *a*.

L'on trouvera la largeur de l'aile par la formule du n. 416 ou 421, & le rayon du rouet par la ſeconde formule du n. 415 ou 420.

On conſtruira les engrénages, & l'on déterminera la quantité de farine produite dans une heure, de la même maniere que dans la ſuppoſition précédente.

Cas où le moulin doit avoir pluſieurs meules tournantes.

Second Cas. Si le moulin doit avoir pluſieurs meules, on emploiera la forme repréſentée par la *fig.* 48. Le nombre de meules eſt cenſé connu; mais les meules peuvent être taillées pour la machine, ou la machine peut être conſtruite pour les meules déjà taillées.

On prendra d'abord les mêmes renſeignements, & l'on fera les mêmes opérations qu'on a faites dans le premier cas, au ſujet de la vîteſſe du courant & de tout ce qui en dépend.

Suppoſons 1°. que les meules doivent être taillées pour la machine. On eſt cenſé connoître tout ce qui entre dans la machine. Ainſi, on connoîtra le poids de l'équipage d'une meule par la premiere formule du n. 420, puiſque tout ce qui compoſe le ſecond membre eſt connu.

On déterminera le rayon des meules par la méthode du n. 397. L'intervalle entre les meules étant ſuppoſé donné, on connoîtra le rayon du hériſſon par la ſeconde formule des n. 419, & enſuite le rayon du rouet par la ſeconde du n. 420.

On conſtruira les engrénages & les palliers, & l'on déterminera l'effet produit dans une heure, par les méthodes indiquées au quatrieme exemple.

Suppoſons 2°. que les meules ſoient taillées, & que la machine

doive être conſtruite pour leur faire produire le plus grand effet.

L'on déterminera par les opérations preſcrites ou connues, ou l'on fixera arbitrairement les mêmes grandeurs de la ſeconde hypothèſe du cas précédent.

On aura la largeur des ailes par la formule du n. 421; le rayon du hériſſon par la ſeconde du n. 419, & celui du rouet par la ſeconde du n. 420.

Tout le reſte ſe trouvera ainſi que dans la ſuppoſition précédente.

VII. Exemple de la conſtruction de pluſieurs moulins placés ſur la même ligne.

419. On a une riviere de laquelle on dérive un volume d'eau connu que l'on conduit par un canal à un endroit où l'on peut diſpoſer d'une chûte donnée. On demande le nombre, l'eſpece & la conſtruction des moulins qu'on doit employer, ainſi que l'effet qu'on en doit attendre.

Les eaux arrivées à l'endroit deſtiné, y ſeront reçues dans un baſſin conſtruit, ainſi que nous avons dit (245).

De la chûte abſolue, on retranchera un pied (227), & l'on regardera pour un moment le reſte dm (*fig.* 31) comme la chûte relative (237). Si dm eſt $> 7{,}314$ pieds, le moulin ſera ſimple; & ſi dm eſt $< 7{,}314$ pieds, le moulin ſera à engrénage (411).

Le nombre de moulins dépend de la grandeur des meules. Comme il eſt plus économique d'en conſtruire le moins qu'il eſt poſſible, on prendra le poids que l'on voudra pour celui de l'équipage d'une meule, ayant ſoin de le choiſir le plus grand qu'on pourra; & par le moyen de l'équation du n. 404, on trouvera le volume d'eau néceſſaire à un pareil équipage. Qu'on diviſe le volume total par celui qu'on vient de trouver, & qu'on prenne le nombre entier qui approche le plus du quotient. Ce nombre ſera celui des moulins, & par conſéquent celui des embrâſures d, d, (*fig.* 35).

Diviſons le volume d'eau du canal par le nombre de moulins, & nous aurons le volume néceſſaire à chaque moulin.

Connoiſſant la dépenſe pour chaque moulin, on déterminera la grandeur des embrâſures par la formule du n. 241.

Suppoſons 1°. que l'on ait $dm > 7{,}31$ pieds. Le moulin qu'on pourra employer ſera repréſenté par la *fig.* 46. On connoîtra la dépenſe & la chûte. Donc on le conſtruira de la même maniere que dans le premier exemple du n. 427.

La quantité de farine produite dans une heure, par un ſeul moulin, ſe trouvera auſſi de la même maniere que dans l'exemple cité. Qu'on la multiplie par le nombre de moulins, & l'on aura l'effet total produit dans une heure.

Suppoſons 2°. que l'on ait $dm < 7{,}314$ pieds. Le moulin ſera à engrénage, & de la forme repréſentée par la *fig.* 28. Connoiſſant encore la dépenſe & la chûte, la conſtruction, ainſi que la détermination de l'effet produit dans une heure par chaque moulin, ſe rapporteront au troiſieme exemple du n. 427.

Multipliant par le nombre de moulins, l'effet produit par un ſeul, on aura l'effet total.

Pour ce qui eſt des canaux de décharge, on exécutera ce que nous avons dit (223 — 230 & 245).

Concluſion de la ſeconde partie.

430. Il ſemble que la théorie que nous venons de donner, doit ſuffire pour la conſtruction des moulins à bled, ſoit ſimples, ſoit compoſés, mûs par la ſeule impulſion de l'eau; & qu'avec le ſecours des principes établis, on pourra réſoudre la queſtion du n. 262, ſur laquelle roule toute cette ſeconde partie. Si ces principes ſont invariables, les effets ſeront tels que les calculs les donneront. Si au contraire ils eſſuient des variations, ces variations influeront infailliblement ſur les effets. Or, en examinant de près les moulins à bled, on verra qu'il n'y a peut-être point de machine plus variable, & dont la valeur exacte de l'effet ſoit plus difficile à déterminer. L'action

des meules change ſans ceſſe, à cauſe que leurs inégalités s'émouſſant, elles ne peuvent plus avoir priſe ſur les grains de la même maniere qu'auparavant. Les grains qu'on moud ſont de différentes eſpeces, & ils ont plus ou moins de dureté ſelon leur nature. Cette différence de dureté ſe trouve ſouvent dans les grains de même eſpece, ſelon les circonſtances. Les Meûniers hauſſent ou baiſſent plus ou moins le pallier, ſelon leurs uſages & leur maniere d'enviſager les choſes, & par-là ils produiſent plus ou moins de réſiſtance, & plus ou moins de chaleur & de ténuité dans la farine, dont la quantité doit alors néceſſairement varier, ainſi que les élémens qui concourent à ſa production (269). Il eût été impoſſible de faire entrer toutes ces variations dans le calcul des moulins, puiſque la plupart n'eſt ſoumiſe à aucune loi déterminée, & il falloit, ainſi que nous avons fait, partir d'un point fixe, pour donner une théorie ſuivie qui pût faire connoître les meilleures dimenſions de ces machines. Quoi qu'il arrive, ces dimenſions ne ceſſeront pas d'être les plus avantageuſes, & la qualité de l'effet, qui eſt ici le principal objet qu'on doit avoir en vue, variera bien moins que ſa quantité. Nous avons vu (388) que la farine conſidérée ſeulement par rapport à la chaleur, étoit ſenſiblement la même ſous quarante-huit & ſoixante-une révolutions par minute. Ainſi, la qualité ne ſera pas ſenſiblement détériorée par la chaleur réſultante de l'augmentation de vîteſſe, pourvu que le nombre de révolutions par minute tombe entre 48 & 61. Une plus grande preſſion augmenteroit auſſi la chaleur de la farine; mais cette augmentation ne ſera pas conſidérable, à cauſe que la preſſion ne peut augmenter, ſans faire augmenter la réſiſtance & diminuer la vîteſſe de la meule, qui dès-lors feroit moins de révolutions dans un temps donné. On peut donc dire que la chaleur de la farine variera peu dans un moulin bien conſtruit, quoiqu'on faſſe varier la vîteſſe de la meule en hauſſant ou en baiſſant le pallier. La qualité de la farine conſidérée

pat rapport à ſa ténuité, pourra auſſi yariet par les différents degrés d'élévation du pallier, c'eſt-à-dire qu'au-delà d'un point donné, la farine ſortira plus groſſiere qu'auparavant : mais ce point eſt bientôt connu par les Meûniers, & pat conſéquent on n'a rien à craindre à cet égard.

Toutes ces variations dans les différentes poſitions de la meule, influeront bien plus ſenſiblement ſur la quantité de farine qu'on obtiendra dans un temps donné, puiſque, toutes choſes d'ailleurs égales, l'effet (65) eſt proportionnel à la viteſſe de la machine. Elles en rendront donc l'exacte détermination extrêmement difficile, pour ne pas dire impoſſible. Ainſi en attendant qu'on ait fait des expériences plus nombreuſes & plus exactes, on peut admettre ſans reſtriction ſenſible tout ce qui regarde la conſtruction. Quant aux méthodes qui concernent la détermination de la valeur abſolue de l'effet, elles ont beſoin d'être modifiées, & les réſultats qu'elles donneront, doivent être regardés comme des réſultats moyens d'après leſquels on peut juger par approximation des avantages qu'un moulin pourra produire au propriétaire, & connoître s'il pourra ſuffire à une conſommation donnée. Je penſe que c'eſt là tout ce qu'on peut exiget de la théotie des moulins à bled.

ESSAI

SUR LA MANIERE DE CONSTRUIRE LES MACHINES HYDRAULIQUES, ET EN PARTICULIER LES MOULINS A BLED.

TROISIEME PARTIE.

Traité Pratique.

431. Nous diviſerons cette partie en trois ſections. Dans la premiere, nous traiterons ſuccinctement des connoiſſances néceſſaires pour les ſections ſuivantes. Dans la ſeconde, nous expoſerons les principales règles pour la conſtruction la plus avantageuſe des machines hydrauliques en général. Dans la troiſieme, nous donnerons celles qui regardent les moulins à bled pour leur faire produire la plus grande quantité & la meilleure qualité poſſible de farine. Dans les meſures dont nous ferons uſage, nous emploierons la livre poids de marc, pour évaluer les poids des corps; le pied de roi pour évaluer l'étendue, & la ſeconde pour meſurer le temps. Si quelquefois il nous arrive d'employer d'autres unités, nous en avertirons. Comme dans les deux parties qui précédent, il y a bien des choſes qui ſont traitées ſans géométrie, & d'une maniere aſſez ſimple pour pouvoir être entendues de tout le monde, pour ne pas nous répéter, nous y renvoyons les Lecteurs.

SECTION I.

Des connoiſſances néceſſaires pour les Sections ſuivantes.

Maniere dont on doit enviſager une fraction.

432. DANS le cours de ce traité, nous aurons ſouvent beſoin de convertir une fraction propoſée en une autre, dont la valeur ſoit à très-peu de choſe près la même, & qui ait pour dénominateur l'unité accompagnée d'un certain nombre de zéros. Ainſi, nous ferons d'abord remarquer que dans une fraction quelconque, le numérateur doit être regardé comme le dividende, & le dénominateur comme le diviſeur. Par exemple, dans la fraction $\frac{4}{7}$, le numérateur 4 eſt le dividende, & le dénominateur 7 eſt ſon diviſeur; & l'on peut dire indiſtinctement, quatre unités diviſées par ſept, ou 4 ſeptiemes de l'unité.

Maniere de changer une fraction en une autre très peu différente.

433. Pour changer une fraction donnée en une autre qui en differe très-peu, & dont le dénominateur ſoit l'unité accompagnée d'un certain nombre de zéros, on ajoutera un pareil nombre de zéros à la ſuite du numérateur, & en cet état, l'ayant diviſé par le dénominateur, on regardera les unités entieres du quotient réſultant, comme le numérateur de la nouvelle fraction. Quant au reſte de la diviſion, s'il y en a un, on le négligera.

Exemple. Si nous voulons changer la fraction $\frac{4}{7}$ en une autre, dont le dénominateur ſoit = 100000, nous ajouterons 5 zétos à la ſuite de 4, & nous aurons $\frac{400000}{7}$. Effectuons la diviſion du numérateur par le dénominateur; la partie entiere du quotient ſera = 57142. Ce ſera auſſi le nouveau numérateur, & la fraction deviendra $\frac{57142}{100000}$, laquelle différera très-peu de la premiere.

On

On doit remarquer que le ſigne =, dont nous nous ſommes ſervis dans l'exemple précédent, & que nous emploierons fréquemment dans la ſuite, ſignifie *égal à* ou *égale à.*

434. Pour élever un nombre entier au quarré ou à la ſeconde puiſſance, on le multipliera une fois par lui-même: pour l'élever au cube ou à la troiſieme puiſſance, on le multipliera deux fois par lui-même: pour l'élever à la quatrieme puiſſance, on le multipliera trois fois. Maniere d'élever un entier à une puiſſance propoſée.

Exemple. Pour élever 4 au quarré, je le multiplie par 4, ce qui me donne ſon quarré = 16. Pour l'élever au cube, je le mulriplie d'abord par 4, & enſuite je multiplie le produit 16 par 4; ce qui donne 64 pour ſon cube. Pour l'élever à la quatrieme puiſſance, je le multiplie d'abord deux fois par lui-même, ce qui me donne 64; & enſuite je multiplie ce produit par 4, & j'ai 256 pour la quarrieme puiſſance de 4.

435. En général, pour élever un nombre entier à une puiſſance propoſée, il faut le multiplier par lui-même autant de fois moins une, qu'il y a d'unités dans le nombre qui exprime le degré de la puiſſance.

Exemple. Pour élever 4 à la huitieme puiſſance, je le multiplie huit fois moins une (c'eſt-à-dire ſept fois) de ſuite par lui-même, & j'ai 65536 pour la huitieme puiſſance de 4.

436. Pour élever une fraction à une puiſſance propoſée, on élevera ſéparément le numérateur & le dénominateur, ſelon la méthode des n. 434 & 435. Maniere d'élever une fraction à une puiſſance propoſée.

Exemple. Suppoſons qu'on veuille élever $\frac{4}{7}$ au cube; je prends le cube de 4 qui eſt 64, & celui de 7 qui eſt 343; & j'ai $\frac{64}{343}$ pour le cube de la fraction $\frac{4}{7}$.

437. Venons à la maniere d'extraire les racines, & commençons par la racine quartée. Suppoſons qu'il ſoit queſtion Maniere d'extraire la racine quarrée d'un nombre entier.

d'extraire celle du nombre 34378. Je le partage en tranches de deux chiffres chacune, en allant de droite à gauche; & de la tranche la plus à gauche, qui peut n'être que d'un seul chiffre, comme on voit dans cet exemple, j'extrais la racine quarrée du plus grand quarré qui y soit contenu. Or le plus grand quarrée contenu dans 3 est 1, donc la racine quarré est aussi = 1. Je mets donc cette racine à côté, & retranchant son quarré 1 de 3, j'écris le reste 2 au-dessous. A côté de ce reste, j'abaisse la tranche suivante 43, & ayant séparé par un point le chiffre 3 le plus à droite, je mets le double 2 de la racine déjà trouvée au-dessous du chiffre restant 4. Je divise par ce chiffre 2 la partie restante 24, qui est à la gauche du point dans le nombre 243; & pour savoir si 8 est le nombre que je dois prendre pour quotient, je l'écris à la racine & à la droite du diviseur 2, & je multiplie le nombre 28 qui résulte de cet arrangement par le dernier chiffre 8. Retranchant le produit de 243, je trouve pour reste 19 qui me fait voir que 8 n'est pas trop grand, puisque la soustraction peut se faire. Pour m'assurer s'il n'est pas trop petit, je prends le double 36 de la racine déjà trouvée 18, & je l'augmente de l'unité, ce qui me donne 37: & puisque le reste 19 est moindre que ce nombre, je conclus que 8 n'est pas trop petit. Au contraire, il le seroit, si 19 étoit plus grand que 37.

	3.43.78|185
	24.3
	28
	197.8
	365
	153

A côté du reste 19, je descends la tranche suivante 78, dont je sépare le dernier chiffre 8 par un point. Au-dessous de la partie restante 197, j'écris le double 36 de la racine trouvée 18, & je divise 197 par 36, ce qui me donne 5 au quotient. Je l'écris à la droite de la racine & du diviseur, & je multiplie par ce même quotient le nombre 365, qui résulte en l'écrivant à la suite du diviseur. Je retranche le produit de 1978, & j'ai pour reste 153, qui étant moindre que le double de la racine

185, augmenté de l'unité, me fait voir que 5 eſt le chiffre convenable. Ainſi 185 eſt la racine quarrée la plus proche de 34378.

Maniere de trouver la racine quarrée par approximation.

438. L'exemple précédent donne un reſte qui nous fait voir que la véritable racine de ce nombre eſt la quantité entiere trouvée, augmentée d'une fraction. On doit regarder pareillement la plupart des nombres ſur leſquels on opere, comme des quarrés imparfaits, & dont les racines ſont ſuivies de fractions. Ainſi, pour extraire les racines quarrées avec quelque préciſion, on ſuivra cette règle: mettez à la ſuite du nombre propoſé tel nombre pair de zéros que vous voudrez: en cet état, extrayez ſa racine quarrée ſelon la méthode du n. 437, & diviſez-la par un nombre compoſé de l'unité, accompagnée de la moitié autant de zéros que vous en avez mis à la ſuite du nombre propoſé. Le quotient ſera la racine approchée de ce nombre.

Exemple. Prenons encore le nombre 34378, & mettons à ſa ſuite ſix zéros. Ce nombre deviendra 34378000000. Extrayons-en la racine quarrée; nous trouverons 185413, & pour reſte 19431 que nous négligerons. Puiſque nous avons ajouté ſix zéros à la ſuite de 34378, prenons-en la moitié, c'eſt-à-dire trois, & mettons-les à la ſuite de l'unité; ce qui nous donnera 1000. Diviſons la racine 185413 par cette quantité, & nous aurons la racine approchée de 34378 qui ſera $= \frac{185413}{1000}$, ou $= 185\frac{413}{1000}$.

Maniere de trouver la racine quarrée d'une fraction.

439. Pour trouver la racine quarrée d'une fraction, changez-la en une autre par la méthode du n. 433, obſervant alors d'ajouter à la ſuite du numérateur, un nombre pair de zéros: extrayez la racine du nouveau numérateur, & négligeant le reſte que vous trouverez à la fin, diviſez-la par l'unité accompagnée de la moitié autant de zéros que vous en avez mis à la ſuite du numérateur.

Exemple. Suppoſons qu'il s'agiſſe d'extraire la racine quar-

rée de $\frac{4}{5}$. J'ajoute six zéros à la suite de 4, & j'ai 4000000. Je divise cette quantité par 5, ce qui donne 800000. J'en extrait la racine quarrée par la méthode du n. 437, & je trouve 894 que je divise par l'unité accompagnée de trois zéros, c'est-à-dire par 1000. Ainsi, la racine approchée de $\frac{4}{5}$ est $\frac{894}{1000}$.

Maniere d'extraire la racine cubique d'un nombre entier.

440. Qu'il soit question maintenant d'extraire la racine cubique du nombre entier 7432156. Je le partage en tranches de trois chiffres en allant de droite à gauche : la derniere tranche pourra en avoir moins de trois. Cela fait, je pends le plus grand cube renfermé dans 7, & je trouve 1 dont j'écris la racine cubique 1 à côté. De 7 je retranche le cube de 1, & j'écris le reste 6 au-dessous. A côté de ce reste, j'abaisse la tranche suivante 432 dont je sépare les deux derniers chiffres par un point. Au-dessous de la partie à gauche 64, j'écris le triple du quarré de la racine trouvée, c'est-à-dire 3, & je divise 64 par cette quantité. Je mets le quotient 9 à la droite du chiffre 1 de la racine. J'éleve la racine 19 au cube, & j'ai 6859, que je retranche de la partie 7432, sur laquelle j'ai déjà opéré. A côté du reste 573, j'abaisse la tranche restante 156, dont je sépare les deux derniers chiffres par un point. Je prends le quarré 361 de la racine 19, & je le triple; ce qui me donne 1083 que j'écris au-dessous de la partie 5731, qui est à la gauche du point. Je divise 5731 par 1083, & je mets le quotient 5 à la droite de la racine 19. J'éleve la racine 195 au cube, ce qui me donne 7414875 que je retranche de la partie du nombre total sur laquelle j'ai opéré. Le reste 17271 me fait voir qu'il s'en faut de cette quantité que le nombre proposé ne soit le cube de 195. Ainsi 195 est la racine entiere la plus approchée de ce nombre.

```
7.432.156|195
1
-----
64.32
3
6859
-----
5731.56
1083
74148 75
-----
17271
```

Dans les divisions qu'exige cette opération, on doit observer

de mettre au quotient les chiffres les plus forts qu'elles donneront. S'ils ſont trop grands, on le reconnoîtra en ce que le cube de la racine ſera trop grand pour pouvoir être retranché de la partie correſpondante du nombre propoſé ; & alors on les diminuera ſucceſſivement d'une ou de pluſieurs unités, juſqu'à ce que la ſouſtraction puiſſe ſe faire.

Maniere de trouver la racine cubique par approximation.

441. La plupart des nombres étant des cubes imparfaits, & leurs racines renfermant ordinairement des fractions, avant l'opération, on mettra à la ſuite du nombre propoſé tel nombre qu'on voudra de tranches de zéros compoſées chacune de trois, & l'on extraira la racine cubique de la totalité, en ſuivant la méthode du numéro précédent. On négligera le reſte qu'on aura à la fin de l'opération, & l'on diviſera la racine trouvée par l'unité accompagnée d'autant de zéros qu'on aura mis de tranches à la ſuite du nombre propoſé. Le quotient ſera la racine approchée de cette quantité.

Exemple. Je mets deux tranches de zéros à la ſuite du nombre précédent 7432156, & j'ai 743215600000. J'en extrais la racine cubique que je trouve être 19515. Je néglige le reſte, & je diviſe cette racine par l'unité accompagnée de deux zéros, c'eſt-à-dire par 100, ce qui me donne $\frac{19515}{100}$ ou $195\frac{15}{100}$ pour la racine approchée de 7432156.

Maniere de trouver la racine cubique d'une fraction.

442. Pour trouver la racine cubique d'une fraction, convertiſſez-la en une autre, par la méthode du n. 433, obſervant de n'ajouter des zéros, à la ſuite du numérateur, que par tranches de trois chacune. Extrayez la racine du nouveau numérateur, & à la fin de l'opération négligeant le reſte, diviſez la racine trouvée par l'unité accompagnée d'autant de zéros que vous en aurez mis de tranches à la ſuite du numérateur primitif, le quotient ſera la racine approchée que vous cherchez.

Exemple. Suppoſons qu'on demande la racine cubique de $\frac{15}{4}$. Je mets deux tranches de zéros à la ſuite de 15, & j'ai 15000000. Diviſant cette quantité par 4, je trouve 3750000. Ainſi, la quantité $\frac{15}{4}$ eſt devenue $\frac{3750000}{1000000}$. J'extrais la racine cubique du nouveau numérateur, que je trouve être = 155, & je la diviſe par l'unité ſuivie de deux zéros ou par 100, ce qui me donne $\frac{155}{100}$ ou $1\frac{55}{100}$ pour la racine approchée de la quantité $\frac{15}{4}$.

443. Il ſeroit inutile de donner la méthode d'extraire les racines ſupérieures à la cubique, ſoit à cauſe que ces méthodes deviennent toujours plus compliquées à meſure que le degré de la racine augmente; ſoit parceque nous ſimplifierons les règles qui exigeroient des calculs trop compoſés, en indiquant des procédés par le moyen deſquels on trouvera les quantités cherchées avec une approximation plus que ſuffiſante pour la pratique.

Maniere de ſimplifier dans certains cas les quantités fractionnaires.

444. Lorſque par une ſuite d'opérations multipliées, on ſera arrivé à une quantité fractionnaire dont le dénominateur aura plus de trois zéros à la ſuite de l'unité, on ſupprimera les ſurnuméraires; mais en même temps il faut avoir ſoin de ſupprimer le même nombre de chiffres à la droite du numérateur. Si l'on n'en ſupprime qu'un, & qu'il ſoit plus grand que 5, on augmentera d'une unité le dernier de ceux qui reſteront; il en ſera de même ſi l'on en ſupprime deux qui forment un nombre plus grand que 50, ou ſi l'on en ſupprime trois qui forment un nombre plus grand que 500, &c. Par ce moyen on ſimplifiera la quantité ſans en changer ſenſiblement la valeur.

Exemple. Si l'on avoit le nombre $\frac{341478}{100000}$, on pourroit ſupprimer deux zéros au dénominateur, & les deux derniers chiffres du numérateur; ce qui réduiroit la quantité à $\frac{3414}{1000}$. Mais comme les chiffres ſupprimés 78 forment un nombre plus grand que 50, on ſuppoſera que le dernier chiffre du numérateur eſt

plus grand d'une unité, ou qu'il eſt = 5, ce qui change la quantité en $\frac{3415}{1000}$.

Si l'on avoit $\frac{3415432}{1000000}$, en ſupprimant les deux derniers chiffres, on auroit $\frac{3414}{1000}$. Ici le dernier chiffre 4 du numérateur ſera toujours le même, à cauſe que le nombre ſupprimé 32 eſt moindre que 50.

445. Il peut arriver qu'après avoir diviſé le numérateur par le dénominateur, la fraction qui accompagnera les entiers, ſoit aſſez petite pour pouvoir être entièrement négligée ſans craindre d'erreur ſenſible. Si l'on avoit, par exemple, $\frac{23004}{1000}$; en diviſant, cette quantité deviendroit = $23\ \frac{4}{1000}$. Or la fraction $\frac{4}{1000}$ eſt très petite, & elle peut fort ſouvent être négligée vis-à-vis la quantité entiere.

446. Il faut remarquer que les ſimplifications dont nous venons de parler, ne devroient pas être employées s'il reſtoit à multiplier ces quantités par un nombre dont la valeur approchât de celle qui ſeroit exprimée par le dénominateur diviſé par le nombre que forment les chiffres ſupprimés au numérateur. Par exemple, dans le nombre $\frac{3414784}{1000000}$, on n'auroit pas pu faire la ſuppreſſion des deux derniers chiffres, ſi le nombre total eût dû être multiplié par $\frac{1000000}{784}$ ou par une quantité approchante. Il en auroit été de même dans l'exemple du n. 445, ſi le nombre $\frac{23004}{1000}$ eût dû être multiplié par une grandeur approchante de $\frac{1000}{4}$.

447. Soit la *figure* cinquante-deuxieme décrite par le mouvement d'une pointe du compas autour d'un point fixe C. L'eſpace renfermé par la ligne AFBG, s'appelle *cercle*, & la ligne elle-même eſt ſa *circonférence*. Le point C en eſt *le centre*; BA *le diametre*; & CA ou CB *le rayon*. Si du même centre & d'un rayon égal à CD, nous décrivons la circonférence DHEI, l'eſpace AFBGIDHE, compris entre ces deux circonférences, ſe nomme *couronne*.

Définition du cercle & de ſes parties. FIG. 52.

Règle pour trouver la circonférence d'un cercle.

448. Pour avoir la longueur de la circonférence d'un cercle, il faut multiplier ſon rayon par $\frac{44}{7}$, ou ſon diametre par $\frac{22}{7}$.

Exemple. Suppoſons qu'il s'agiſſe de trouver la longueur de la circonférence d'une roue, dont le rayon = 4 pieds. On multipliera 4 par $\frac{44}{7}$, & le produit = $\frac{176}{7}$ pieds ſera la circonférence cherchée. On auroit la même quantité en multipliant le diametre = 8 pieds par $\frac{22}{7}$.

Règle pour trouver la ſurface d'un cercle.

449. Pour avoir la ſurface d'un cercle, ou le nombre de pieds quarrés compris dans le cercle, il faut multiplier la circonférence évaluée en pieds par la moitié du rayon.

Exemple. Continuons de ſuppoſer que le rayon eſt = 4 pieds. Nous venons de voir (448) que la circonférence ſera = $\frac{176}{7}$ pieds. Multiplions-la par la moitié de 4, c'eſt-à-dire par 2; & le produit = $\frac{352}{7}$ pieds quarrés ſera la ſurface demandée.

Règle pour trouver la ſurface d'une couronne. FIG. 52.

450. Pour avoir la ſurface de la couronne, on prendra un point K également éloigné de A & de D. Du point C & d'un rayon égal à CK, on décrira une circonférence KLMN, dont on multipliera la longueur par la largeur AD de la couronne.

Exemple. Suppoſons CA = 4 pieds, & CD = $\frac{7}{2}$ pieds. AD ſera = $\frac{1}{2}$ pied, & DK = KA = $\frac{1}{4}$ pied. Donc CK ſera égale à CA diminuée de AK, c'eſt-à-dire = 3 $\frac{1}{4}$ pieds = $\frac{13}{4}$. Par la règle du n. 448, la circonférence KLMN ſera égale au produit de $\frac{13}{4}$ par $\frac{44}{7}$ qui eſt = $\frac{143}{7}$ pieds. Multiplions cette quantité par la largeur $\frac{1}{2}$, & nous aurons la ſurface de la couronne = $\frac{143}{14}$ pieds quarrés.

Définition du triangle & de ſes parties. FIG. 53.

451. Une figure qui a trois côtés, comme la figure cinquante-troiſieme ſe nomme *triangle*. Les lignes AB, BC, AC qui le forment, en ſont les *côtés*; & les ouvertures A, B, C que font ces côtés ſe nomment *angles*. La ligne BD menée d'un des angles perpendiculairement au côté oppoſé (prolongé s'il

s'il eſt néceſſaire), ſe nomme la *hauteur* du triangle, & le côté ſur lequel (ou ſur le prolongement duquel) elle tombe, en eſt la *baſe*.

452. La ſurface d'un triangle BAC ſe trouve en multipliant la baſe AC par la moitié de la hauteur AB, ou la moitié de la baſe par la hauteur. Règle pour trouver la ſurface d'un triangle. Fig. 55.

Exemple. Si la baſe AC = $\frac{1}{2}$ pied & la hauteur = $\frac{1}{3}$ pied, on mulpliera $\frac{1}{2}$ par la moirié de $\frac{1}{3}$ ou par $\frac{1}{6}$, & le produit = $\frac{1}{12}$ pied quarré ſera la ſurface du triangle.

453. Une figure qui a quatre côtés s'appelle en général un *quadrilatere*. Si les côrés oppoſés ſont paralleles ou égaux, elle prend le nom de *parallélogramme*. Dans ce dernier cas, la figure eſt un *quarré long*, lorſque les angles ſont droits ou les côtés à équerre comme dans la *figure* 54, & les côtés contigus DA, DC inégaux. Si au contraire les côtés étoient égaux comme dans la *figure* 55, les angles étant toujours droits, le parallélogramme ſeroit un *quarré* proprement dit. Définition de quadrilatere. Fig. 54 & 55.

454. La ſurface d'un quarré long & celle d'un quarré proprement dit ſe trouvent en multipliant les deux côtés contigus l'un par l'autre. Règle pour trouver la ſurface d'un quarré long, & d'un quarré parfait.

Exemple. Suppoſons qu'un des deux côrés ſoit de $\frac{1}{2}$ pied, & l'autre de $\frac{1}{3}$ pied: la ſurface ſera = $\frac{1}{6}$ pied quarré. Si les deux côtés éroient l'un & l'autre de $\frac{1}{2}$ pied, la ſurface ſeroit = $\frac{1}{4}$ pied quarré.

455. Une figure qui a pluſieurs côtés, ſe nomme en général *polygone*. Une ligne quelconque AF (*fig.* 56) tirée d'un angle à l'autre s'appelle *diagonale*. On diſtingue des polygones réguliers & des polygones irréguliers, & la Géométrie donne des règles pour en avoir dans pluſieurs cas la ſuperficie d'une maniere plus courte. Comme il ſeroit trop long de parcourir Définition des polygones. Fig. 56.

toutes les méthodes, nous nous bornerons à une ſeule de laquelle toutes les autres dérivent, & qui s'applique à tous les polygones de quelque eſpece qu'ils ſoient.

Règle pour trouver la ſurface d'un polygone. FIG. 56.

456. Pour avoir la ſurface d'un polygone tel que celui de la *figure* 56, d'un de ſes angles A, menez aux autres les diagonales AC, AD, AE, AF, AG. Ces diagonales partageront le polygone en autant de triangles moins deux, qu'il y aura de côtés. Prenez la ſurface de chaque triangle par la méthode du n. 452, & ajoutez toutes ces ſurfaces. La ſomme ſera la ſurface du polygone.

Cette règle n'a pas beſoin d'exemple, après ce que nous avons dit au n. 452.

Définition du cube.

457. Quand on veut connoître le volume des corps, on ſe ſert d'une meſure ſemblable à celle d'un dé à jouer, c'eſt-à-dire dont les arêtes ſont égales & perpendiculaires entre elles. Cette meſure ſe nomme *cube*, & lorſque l'arête ou le côté eſt d'un pied, elle s'appelle *pied cube*. Comme les arbres & les autres pieces dont on ſe ſert dans les machines, ont ordinairement la même épaiſſeur dans toute leur étendue, nous nous bornerons à donner la maniere de trouver le volume des corps également gros dans toute leur longueur.

Règle pour trouver le volume d'un corps d'une groſſeur uniforme. FIG. 57 & 58.

458. Quand on aura un corps tel que celui de la *fig.* 57 ou de la *fig.* 58, également gros dans toute ſon étendue, pour en avoir le nombre de pieds cubes, il faut le couper perpendiculairement à ſa longueur AE, prendre la ſurface de la ſection ABCD, par quelqu'une des méthodes précédentes, & la multiplier par la longueur AE de la piece.

Exemple. Suppoſons qu'on ait AE = 12 pieds, & la ſurface de la ſection ABCD = $\frac{2}{3}$ pied quarré. Le volume ſera égal au produit de 12 par $\frac{2}{3}$, qui donne 8 : ce ſera le nombre de pieds cubes de la piece propoſée.

459. Lorſqu'on a le volume d'un corps, pour en avoir le poids, il faut multiplier ce volume évalué en pieds cubes par le poids d'un pied cube de même matiere. Règle pour trouver le poids d'un corps.

Exemple. Si un pied cube de matiere de même nature que le corps du numéro précédent peſe 60 ℔; ce corps peſera huit fois 60 ℔ ou 480 ℔.

460. Pour trouver ce que peſe un pied cube de matiere qui ne pourroit pas ſurnager ſur l'eau, on ſuivra ce procédé : prenez un morceau quelconque de cette matiere, & peſez-le ſucceſſivement dans l'air & dans l'eau ; enſuite multipliez 70 ℔ par ſon poids dans l'air, & diviſez le produit par la perte qu'il fait dans l'eau. Le quotient ſera le nombre de livres que peſera un pied cube de cette matiere. Règle pour trouver le poids d'un pied cube de matiere plus peſante que l'eau.

Cette méthode eſt fondée ſur la formule du n. 208. 1°.

Exemple. Suppoſons que le morceau qu'on prendra de cette matiere peſe 5 ℔ 3 onces dans l'air, & 3 ℔ 7 onces dans l'eau. En réduiſant tout en onces, ſon poids dans l'air ſera = 83 onces, & ſon poids dans l'eau = 55 onces. Ainſi la perte qu'il fait dans l'eau eſt = 28 onces. Effectuant ce qui eſt preſcrit par la règle, nous aurons le poids d'un pied cube qui ſera = $\frac{1910}{28}$ ℔ = 207 $\frac{1}{2}$ ℔.

461. Si cette matiere ſurnageoit, comme par exemple le bois ; au morceau qu'on auroit pris & qu'on auroit peſé dans l'air, on en ajouteroit un autre d'une matiere beaucoup plus peſante qu'on auroit eu ſoin de peſer auparavant dans l'eau. Ces deux morceaux étant joints enſemble, on les peſeroit dans l'eau ; & enſuite on feroit cette opération. Règle pour trouver le poids d'un pied cube de matiere plus légere que l'eau.

1°. Multipliez 70 ℔ par le poids du morceau de la matiere propoſée dans l'air, & vous aurez une premiere quantité.

2°. Ajoutez au poids du premier morceau dans l'air, celui

du ſecond dans l'eau, & de la ſomme retranchez le poids de l'enſemble dans l'eau : vous aurez une ſeconde quantité.

3°. Diviſez la premiere par la ſeconde, & le quotient vous donnera le poids d'un pied cube de la matiere propoſée.

Cette règle n'eſt que le développement de la formule du n. 208. 2°.

Exemple. Suppoſons que le morceau de la matiere la plus légere propoſée, peſe 30 onces dans l'air, & que ne pouvant pas entièrement s'enfoncer dans l'eau, on lui ajoute le morceau employé dans l'exemple du numéro précédent. Si l'enſemble peſé dans l'eau donne 50 onces; en ſuivant le procédé indiqué dans la règle que nous venons de donner, nous aurons la premiere quantité = 2100 ℔, & la ſeconde = 35. Diviſant la premiete par la ſeconde, nous aurons le poids cherché = 60 ℔.

SECTION II.

Des Machines hydrauliques en général.

462. DANS cette ſection, nous établirons d'abord quelques principes généraux. Enſuite nous parlerons des canaux & des courſiers; des écluſes, des roues à aubes mues par des courans particuliers ou par des rivieres; des engrénages, pivots, &c. de la conſtruction des machines & de la détermination de leurs effets. Enfin nous ferons voir l'uſage des principes établis par l'application à divers exemples.

§. I.

Principes Généraux.

463. Dérivons les eaux d'une ſource de deux manieres différentes ; 1°. par le moyen d'un courſier qui parte du point le plus haut de la chûte où il aura la même largeur que le canal de conduite en cet endroit ; 2°. en employant un baſſin conſtamment entretenu plein, & faiſant partir le courſier d'un point quelconque, pris au-deſſous de la ſurface de l'eau. Suppoſons que ces deux courſiers aboutiſſent l'un & l'autre au même point où l'impulſion doit ſe faire ſur la roue. L'eau arrivée au point le plus bas aura acquis plus de vîteſſe par le premier que par le ſecond.

Quelle eſt la dérivation qui procure le plus de viteſſe à l'eau.

Cette propoſition a été démontrée géométriquement au n. 26. Nous ajouterons ici que la choſe ne doit pas paroître ſurprenante à cauſe que les filets d'eau ſortent par un orifice pratiqué au-deſſous de la ſurface, ſelon des directions qui ſe croiſent, & qui altérent leur vîteſſe : au lieu que l'eau entrant du canal dans ce courſier, conſtruit ainſi que nous venons de dire, n'éprouve rien de ſemblable. Il eſt vrai que le frottement y eſt plus conſidérable, à raiſon de ſon excès de longueur ſur le courſier inférieur ; mais cet excès de frottement eſt amplement compenſé par l'accélération.

464. Si l'on a deux volumes d'eau égaux, leurs forces ſont proportionnelles à leurs vîteſſes.

La force de l'eau eſt comme ſa viteſſe.

Car il en eſt des fluides comme des ſolides. Or il n'y a perſonne qui ne conçoive, par exemple, que deux boules de même poids étant pouſſées avec différentes vîteſſes, celle qui aura le plus de vîteſſe aura auſſi le plus de force. Donc il en ſera de même des volumes d'eau dont il s'agit.

465. De ces deux principes il réſulte, 1°. que l'on doit dé-

Conſéquences qui réſultent des principes précédens.

rivet l'eau du plus haut point poſſible, par le moyen d'un ſimple courſier, ſans employer de baſſins, & ſans la faire paſſer tout-à-coup d'un canal large dans un courſier qui le ſeroit moins (89).

2°. Que l'on doit faire enſorte que l'impulſion ſe faſſe au point le plus bas (88).

Car par ce moyen, on procureta à l'eau toute la vîteſſe, & par conſéquent toute la force dont elle eſt ſuſceptible, eu égard à la chûte dont on a à diſpoſer.

3°. Que quand on a peu d'eau, il vaut mieux conſtruire une petite machine qui ſe meuve ſans interruption, que d'en conſtruire une plus grande à écluſe (91).

On en ſentira la raiſon, ſi l'on fait attention qu'en général l'effet eſt proportionnel à la force qui le produit. La force dépend de la maſſe d'eau & de ſa vîteſſe. Or dans le temps que le baſſin met à ſe remplir & à ſe vuider, la ſource qui fournit, dépenſe autant que le baſſin dans le temps qu'il ſe vuide. Ces deux maſſes d'eau ſont donc égales; mais leurs vîteſſes ne ſont pas les mêmes au bas de la chûte. Celle de l'eau qui ſort du baſſin eſt conſtamment moindre que celle de l'eau dérivée ſans écluſe du point le plus haut, par les raiſons que nous en avons données au n. 463, & parceque la ſurface de l'eau dans le reſervoir s'abaiſſant continuellement, la charge ou la preſſion ſupérieure devient toujours moindre.

Variations des ſources.

466. Les ſources dont on dérive les eaux pour le mouvement des machines hydrauliques, eſſuient des variations continuelles par le froid, le chaud, la pluie & la ſéchereſſe.

Voyez ce que nous en avons dit au n. 217.

Un ſurcroît d'eau peut détruire l'effet ou en altérer la bonté.

467. Suppoſons qu'on ait conſtruit une machine d'après un volume d'eau moindre que la plus grande dépenſe de la ſource motrice. Si le volume d'eau deſtiné à mouvoir la machine

augmente, la bonté de l'effet pourra en être altérée, & quelquefois l'effet lui-même en ſera entièrement détruit.

Voyez-en la démonſtration au n. 212.

Conſéquence de ce principe.

468. Il ſuit de ce principe que le volume d'eau néceſſaire à la machine étant une fois déterminé, il ne doit jamais augmenter, & pour cela on ménagera, près de la chûte, une vanne de décharge, pour laiſſer échapper les eaux ſuperflues.

Voyez le n. 213.

La diminution du volume d'eau n'affecte que la quantité de l'effet.

469. Si le volume d'eau néceſſaire à la machine diminue, la bonté de l'effet n'en ſera pas altérée, mais ſa quantité en ſera diminuée.

Voyez-en la démonſtration au n. 214.

Conſéquence de ce principe.

470. Il ſuit de-là que pour produire conſtamment le même effet, le volume d'eau néceſſaire à la machine ne doit jamais diminuer.

Voyez le n. 215, où vous trouverez la maniere de rendre ce volume conſtant, dans la dérivation des eaux d'une riviere.

Dépenſe ſur laquelle on doit conſtruire la machine.

471. Quand on ſe ſervira d'une ſource particuliere, pour faire en ſorte que le volume ne diminue jamais, & en même temps pour retirer le plus grand avantage de la ſource motrice, il faut regler les dimenſions de la machine ſur le volume que la ſource fournit dans le temps des baſſes eaux.

Voyez-en la raiſon au n. 221.

Emploi des eaux ſuperflus.

472. Pour mettre à profit les eaux ſuperflues qui s'échapperont par la vanne de décharge, ainſi que nous avons dit au n. 468, on les recevra dans un reſervoir, & on les emploiera à mouvoir une machine à écluſe.

Voyez le n. 213. Nous donnerons plus bas la conſtruction des écluſes.

§. II.

Des Canaux & des Courſiers.

Maniere approchée d'avoir la dépenſe d'une ſource.

473. Dans les machines mues par des ſources particulieres ou par la chûte de l'eau, la connoiſſance du volume d'eau deſtinée au mouvement de la machine, eſt indiſpenſablement néceſſaire pour la détermination des dimenſions des courſiers, des canaux, &c. & pour celle de l'effet. Mais il n'y a gueres que la derniere qui exige une grande préciſion; au lieu qu'une certaine approximation ſuffit pour les autres. Donnons d'abord le moyen de connoître d'une maniere approchée, la dépenſe d'une ſource dans une ſeconde. On lui pratiquera un canal intérieurement bien poli; dont le fonds ſoit ſenſiblement horiſontal, & les côtés à plomb, & pour cela on aura ſoin de choiſir un endroit où l'eau ait la liberté de ſe précipiter de la hauteur de quelques pieds. A l'endroit du canal où la ſurface de l'eau commencera à avoir une viteſſe ſenſible, on meſurera la largeur & la profondeur des eaux, & enſuite on fera cette opération fondée ſur la formule du n. 29.

Élevez au cube la profondeur de l'eau évaluée en pieds, & extrayez-en la racine quarrée que vous multiplierez par la largeur du canal, & par 488. Diviſez le produit par 100, & vous aurez la dépenſe cherchée évaluée en pieds cubes.

Exemple. Suppoſons que la largeur du canal ſoit = 2 pieds, & la profondeur de l'eau = 3 pieds. En exécutant ce qui eſt preſcrit par la règle, on trouvera que la dépenſe dans une ſeconde eſt de $50\frac{61}{100}$ pieds cubes à-peu-près.

Nous verrons ailleurs comment on peut connoître cette dépenſe d'une maniere plus exacte.

Pente des canaux de conduite. FIG. 31.

474. Les canaux de conduite doivent avoir très peu de pente.

Nous

Nous avons dit tout ce qu'il falloit dire ſur ce ſujet au n. 209 auquel nous renvoyons & où l'on trouvera les règles qu'il faut ſuivre.

475. On perd réellement en donnant trop de pente aux canaux de conduite.

La choſe paroîtra ſenſible par la ſeule inſpection de la *fig.* 31. L'eau arrivant du point A au point C, par la ligne AC eſſuiera bien plus de frottement qu'en parcourant la ligne DC après avoir été ſoutenue par la ligne AD preſqu'horiſontale. Voyez le n. 210, où ce principe a été démontré d'une maniere plus exacte.

476. Suppoſons que le point *a* (*fig.* 31) ſoit la ſurface de l'eau à la ſource, *a*A la profondeur au même endroit, & AB le fond du canal de conduite. Menons par le point *a* la ligne *ab* parallele au fond du canal & la ligne de niveau *ag*. Le point le plus haut de la chûte ne ſera pas *g* mais *b*. Quel eſt le point le plus haut de la chûte. Fig. 31.

Voyez-en la raiſon au n. 211.

477. Il ſuit de-là que le point de la chûte qu'on doit regarder comme le plus haut dans la conſtruction des machines, eſt au-deſſous de la ligne de niveau *ag* d'une quantité égale à la pente qu'on donnera au fond AB du canal.

Cela eſt évident.

478. Pour trouver l'inclinaiſon du courſier DG (*fig.* 31), ſur la ligne à plomb DK, prenez DE de 90 parties égales, & ſur la ligne de niveau correſpondante, prenez EF de 43 de ces mêmes parties. Enſuite tirez la ligne DFG, & vous aurez la poſition qui convient au courſier. Moyen d'avoir la poſition du courſier. Fig. 31.

Nous en avons donné la raiſon au numéro 23.

479. Nous avons fait voir au n. 235 que le paſſage du fond du canal AB au fond du courſier GH, devoit ſe faire par un arc de cercle BH. Le rayon de cet arc ſera de 10 pouces 2 Arcs de cercle qui entrent dans la conſtruction du courſier. Fig. 31.

lig. on trouvera ſon centre par la méthode ſuivante : on prendra DB & DH, l'une & l'autre d'environ un pied. On fixera aux poinrs B & H les extrémirés d'un fil BL, H long de 20 pouces 4 lig. Qu'on le tende exactement avec un poinçon placé au milieu. Ce poiçon déterminera le centre.

Cette méthode n'eſt qu'une ſuite de ce que nous avons dit au n. 233.

480. L'eau arrivée au bas du courſier, doit prendre ſa direction ſelon la ligne de niveau OM, & choquer dans ce ſens les aîles de la roue.

Nous avons démontré cette vérité aux n. 84 & 88.

481. Pour faire paſſer l'eau de la partie inclinée GH à la partie horiſontale M*m*, il faut employer un arc de cercle GM d'environ 4 pieds 9 pouces & demi de rayon, & qui touche ſeulement les lignes GH & M*m* ſans les couper.

Car ſi le paſſage ſe faiſoit par le point O, ſans employer aucun arc de cerle, l'eau qui auparavant ſe mouvoit dans la direction GO, ne pourroit prendre la direction OM, ſans frapper la ligne OM, & ſans perdre une partie de ſa force : au lieu que par le moyen de l'arc GM, l'eau prend la direction M*m* ſans rien perdre de ſa viteſſe, ainſi que nous l'avons démontré au n. 22.

482. Pour trouver le centre N de cet arc, on prendra OM & OG chacune de 3 pieds, & aux poinrs G & M on fixera les extrémités d'un fil long de 9 pieds 7 pouces qu'on tendra par le moyen d'un poinçon placé au milieu. Le poinr N auquel le poinçon répondra, ſera le centre cherché.

Cela eſt une ſuite de ce que nous avons dit au n. 232.

Conſtruction du fond de l'extrémité inférieure du courſier. FIG. 31.

483. Que la roue qu'on doit placer ſur le courſier ſoit horiſontale ou verticale, pour empêcher que l'eau ne s'échappe à pure perte entre le fonds du courſier, & l'extrémité des aîles, on prariqueta en *m* un reſſaut *m*QR d'environ 3 pouces de

hauteur, & l'on placera la roue de façon qu'elle déborde un peu le prolongement *m*P de la ligne M*m*, laiſſant toujours entre les aîles & le fond QR du courſier au-deſſous du reſſaut, l'eſpace néceſſaire au jeu de la roue.

Voyez-en la raiſon aux n. 133, 136 & 139.

484. La longueur M*m* de la partie horiſontale compriſe entre l'extrémité M de l'arc GM, & le reſſaut peut être en général de 2 ou trois pieds.

Voyez ce que nous avons dit au n. 235.

485. Quelle que ſoit la roue dont on ſe ſervira, pour augmenter la force d'impulſion, on ſoutiendra l'eau par le fond QR ſur toute l'étendue où s'opere le choc ſur les aîles.

Voyez-en la raiſon aux n. 134 & 137.

486. Que KS repréſente la ligne de niveau qui paſſe par le point le plus bas de la chûte. Si le fond QR étoit trop proche de cette ligne, les eaux après le choc n'ayant plus qu'une partie de leur vîteſſe pourroient dans certaines circonſtances s'accumuler au-deſſous de la roue, & gêner ſon mouvement. C'eſt pourquoi il faut ſoutenir QR à une certaine hauteur au-deſſus du point le plus bas S. Cette hauteur eſt arbitraire juſqu'à un certain point: mais dans la pratique, on peut en général la fixer à 9 pouces (227).

487. C'eſt encore pour la même raiſon qu'au-deſſous de QR on doit placer un courſier de décharge ST dont nous avons fixé la longueur & la pente au n. 230, auquel nous renvoyons.

* Règles pour le courſier de décharge. Fig. 31.

488. Le paſſage d'un courſier à l'autre doit ſe faire par un arc de courbe R*rr'*.

Voyez-en la raiſon au n. 225.

489. Pour trouver à-peu-près la moindre largeur du courſier de décharge, on ſuivra ce procédé.

1°. On multipliera la dépenſe de la ſource par 684, & l'on aura une premiere quantité.

2°. De la chûte bK ou dS dont on peut diſpoſer, on retranchera Sm qui eſt en général d'un pied, puiſque (483) la hauteur mQ d'un reſſaut eſt de 3 pouces, & que (486) QS eſt en général de 9 pouces. Après avoir extrait la racine quarrée du reſte dm, on la multipliera par QS ou $\frac{1}{4}$ pied & par 1000. Le produit donnera une ſeconde quantité.

3°. On diviſera la premiere par la ſeconde, & le quotient ſera à quelque choſe près la moindre largeur cherchée.

Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 227, & ſur le raiſonnement qui l'accompagne.

Exemple. Suppoſons que bK ſoit de 14 pieds, & la dépenſe de la ſource de 10 pieds cubes; en faiſant les opérations preſcrites, on trouvera à-peu-près deux pieds & demi pour la moindre largeur du courſier de décharge.

490. Si la largeur qu'on trouvera par cette méthode étoit trop grande ou trop petite, ce ſeroit une preuve que le fond QR auroit été placé ou trop bas ou trop haut. On augmenteroit donc ou l'on diminueroit SQ; & après avoir ôté de bK la quantité Sm qui ſeroit alors plus grande ou moindre qu'un pied, on recommenceroit l'opération précédente.

C'eſt une ſuite de ce que nous avons dit au n. 228.

Exemple. Que la dépenſe de la ſource motrice ſoit de 40 pieds cubes par ſeconde, & la chûte la même que dans l'exemple précédent. Par la règle du n. 489, on trouveroit environ 10 pieds. Comme cette largeur eſt trop conſidérable, faiſons SQ de $\frac{3}{4}$ pieds; Sm ſera de deux pieds. Après avoir fait toutes les opérations, nous trouverons la moindre largeur qui ſera à-peu près de un pied & demi Cette quantité étant fort petite nous fait voir que nous pouvons en chercher une plus grande, en donnant à SQ une valeur moindre que $\frac{3}{4}$, & plus grande que $\frac{1}{4}$. Nous laiſſons aux Lecteurs le ſoin de la trouver.

491. Au point T où ſe terminera le courſier de décharge ST, commencera le canal de fuite TV, dont nous avons donné la conſtruction au n. 230 auquel nous renvoyons. Règle pour le canal de fuite.

492. Si le courſier doit recevoir une roue horiſontale, la ligne H1 (*fig.* 22) du reſſaut ſera un arc de cercle dont le centre ſera le même que celui de la roue, & dont le rayon ſurpaſſera le rayon de la roue de l'intervalle néceſſaire au jeu, intervalle qu'on peut fixer à environ deux pouces. Figure de la ligne du reſſaut. FIG. 22.

Voyez le n. 136.

493. Si le courſier eſt deſtiné à recevoir une roue verticale, la ligne EF (*fig.* 21) du reſſaut, ſera une ligne droite perpendiculaire à la longueur AF du courſier. FIG. 21.

Cela eſt évident.

494. Le point K (*fig.* 31) étant ſuppoſé le plus bas de la chûte, la ligne *b*K qui meſure la hauteur du point *b* regardé comme le plus haut (476) au-deſſus de K, s'appelle *chûte abſolue*. Si par les points *b* & K ou même les lignes de niveau *bd*, KS, la ligne *d*S ſera égale à la ligne *b*K, & s'appellera pareillement *chûte abſolue*. Dans le calcul d'une machine, ce n'eſt pas la chûte abſolue qu'on emploie, mais la *chûte relative* qui eſt la diſtance du point *d* au milieu de la profondeur de naturelle l'eau au bas du courſier, & quelquefois même à la ſurface naturelle (231). Dans la pratique, lorſque la profondeur naturelle de l'eau au bas du courſier eſt conſidérablement moindre que *dm*, on peut généralement regarder la *chûte relative* comme égale à la hauteur du point *d*, ſuppoſé le plus haut, au-deſſus de la ſurface de l'eau arrivée à la partie horiſontale M*m* du courſier; & ce ne ſera que quand *dm* étant fort petite, l'eau aura au bas de la chûte une profondeur aſſez conſidérable, que la *chûte relative* ſera la diſtance du point *d* au milieu de cette profondeur. Nous donnerons bientôt la maniere de Définition de la chûte abſolue & de la chûte relative. FIG. 31.

la déterminer. La chûte abſolue ſe trouve par le nivellement.

Voyez le n. 231.

Rapport de la largeur du courſier à la profondeur de l'eau au bas de la chûte.

495. Pour bien entendre ce qui regarde la conſtruction des courſiers & la détermination des effets, il faut obſervet qu'on doit diſtinguer deux ſortes de profondeurs dans l'eau arrivée au bas du courſier. La premiere eſt celle qu'elle auroit, ſi elle ne rencontroit aucune aîle, & qu'elle eût la liberté de s'échapper ſans obſtacle : c'eſt celle que nous nommons *profondeur naturelle*. La ſeconde eſt la *pronfondeur effective*, & elle eſt occaſionnée pat le choc des aîles qui forcent les eaux à s'enflet. Dans la bonne conſtruction, cette derniere eſt environ deux fois & demi plus grande que la premiere, à moins que la roue ne fût placée ſur une riviere, auquel cas ces deux profondeurs ſeroient ſenſiblement les mêmes. Quand on connoîtra la *profondeur naturelle*, ſi on la multiplie par $\frac{5}{2}$, on aura la *profondeur effective*. Comme la premiete ſert à réſoudre bien des difficulrés que la ſeconde ne réſoudroit pas immédiaremenr, les règles que nous donnerons ſeront relatives à la profondeur naturelle. Qu'on liſe avec attention l'obſervation que nous avons faire ſur ce ſujet au n. 235.

Cela poſé, paſſons à la détermination des dimenſions de la partie inférieure du courſiet. La largeut du courſiet au bas de la chûte, c'eſt-à-dire en m, doit avoir un rapport déterminé avec la ptofondeut de l'eau au même endroit. En général elle peur êrte ttois fois ou deux fois plus grande ou plus petire que cette profondeut, ou lui être égale. Ce ne ſera que quand on aura beaucoup d'eau, qu'on la fera trois fois plus grande ou trois fois moindre; car lorſqu'on en a peu, il faut approcher ces deux dimenſions de l'égalité, à cauſe des frottements. Dans les courſiers deſtinés à des toues verticales, la largeur ne pourra jamais être ni la moitié ni le tiers de la profondeur de l'eau. Cela n'aura lieu que pour ceux qui ſeront conſtruits pour des roues horiſontales.

Voyez les n. 142 & 144.

496. Pour trouver la largeur du courſier en m, de la chûte abſolue dS, retranchez mS qui eſt cenſée connue (489 & 490): extrayez la racine quarrée du reſte dm, & par cette racine, diviſez la dépenſe que fait la ſource dans une ſeconde: vous aurez un quotient dont vous extrairez pareillement la racine quarrée.

Moyen de trouver la largeur de l'extrémité inférieure du courſier. Fig. 31.

Multipliez cette racine par $\left\{\frac{640}{1000} : \frac{512}{1000} : \frac{370}{1000} : \frac{261}{1000} : \frac{213}{1000}\right.$

Lorſque la largeur ſera par rapport à la profondeur $\left\{\right.$ triple : double : égale : la moitié : le tiers.

Le réſultat ſera la largeur cherchée.

Cette règle eſt fondée ſur la ſeconde formule du n. 237.

Exemple. Suppoſons que la dépenſe ſoit de 15 pieds cubes, & la chûte abſolue dS de quatorze pieds: mS étant d'un pied (483 & 486) nous aurons dm qui ſera de 13 pieds. Faiſons les opérations ordonnées; nous trouverons que ſi la largeur du courſier doit être double de la profondeur de l'eau, cette largeur ſera $= \frac{1067}{1000}$ pieds $=$ 1 pied 0 pouces 9 lignes.

497. La largeur du courſier au bas de la chûte étant déterminée, on aura la profondeur de l'eau au même endroit.

Moyen de trouver la profondeur de l'eau au même endroit.

En multipliant cette largeur par $\left\{\frac{1}{2} : \frac{1}{1} : 1 : 2 : 3\right.$

Lorſque la largeur ſera par rapport à la profondeur de l'eau $\left\{\right.$ triple : double : égale : la moitié : le tiers.

Cette règle eſt fondée ſur la premiere formule du n. 237.

Exemple. Nous aurons la profondeur correſpondante à la largeur de l'exemple précédent, en multipliant cette largeur par $\frac{1}{2}$; ce qui donnera $\frac{533}{1000}$ pieds $=$ 6 pouces 4 lignes $\frac{3}{4}$ à-peu-près.

498. Nous avons dit au n. 494, comment on trouvoit la chûte abſolue. Pour avoir la chûte relative, d'après laquelle

Moyen d'avoir la chute relative. Fig. 31.

on doit faire le calcul de la machine, de la chûte abſolue dS, on retranchera, 1°. la hauteur mS toujours cenſée connue, puiſque (483) la hauteur mQ du reſſaut, eſt conſtante, & que (489 & 490) la valeur de QS peut être aiſément trouvée; 2°. La profondeur de l'eau trouvée par la règle du numéro précédent, ou la moitié ſeulement de cette quantité (494); le reſte ſera la chûte relative.

Exemple. La chûte abſolue dS étant de 14 pieds dans les exemples précédents, il eſt aiſé de voir par la méthode du n. 489 que mS peut n'être que d'un pied; & puiſque la profondeur de l'eau au bas du courſier eſt conſidérablement moindre que la quantité dm, (494) pour avoir la chûte relative, il faudra retrancher de 14 pieds; 1°. un pied pour mS; 2°. ſix pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$ pour la profondeur de l'eau. Cette opération donnera pour la chûte relative cherchée, 12 pieds 5 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$, ou en comptant plus rondement, 12 $\frac{1}{2}$ pieds.

Moyen d'avoir la largeur du courſier au haut de la chûte.

499. Pour trouver la largeur du courſier au haut de la chûte, & celle du canal de conduite au même endroit (465. 1°.), on ſuivra cette règle.

1°. Multipliez par 100 la dépenſe de la ſource, & vous aurez une premiere quantité.

2°. Prenez telle quantité que vous voudrez pour la profondeur de l'eau, & l'ayant élevée au cube, extrayez-en la racine quarrée que vous multiplierez par 488, vous aurez une ſeconde quantité.

3°. Diviſez la premiere par la ſeconde, & le quotient vous donnera la largeur cherchée. Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 29.

Exemple. La dépenſe de la ſource étant toujours ſuppoſée de 15 pieds, la premiere quantité ſera = 1500. Prenons un pied pour la profondeur de l'eau. La ſeconde quantité ſera = 488: par conſéquent la largeur cherchée ſera de 3 $\frac{16}{488}$ pieds.

500.

500. Il peut arriver que la largeur qu'on trouvera par cette méthode, ſoit trop grande ou trop petite par rapport à la profondeur. Pour lors, on prendra à-peu-près la moitié de la largeur qu'on trouvera, & l'ajoutant à la moitié du nombre qu'on aura pris pour la profondeur, on regardera la ſomme comme la véritable profondeur, & l'on recommencera le calcul du numéro précédent. Le réſultat qu'on trouvera, ſera moins diſproportionné que le premier.

Exemple. Dans l'exemple précédent, prenons pour la profondeur de l'eau la moitié de 3 & de 1, c'eſt-à-dire prenons 2. La ſeconde quantité deviendra $= \frac{138104}{100}$ ou (445) ſimplement 1381; & la largeur ſera $= 1\frac{319}{1381}$ pieds. Ces deux dimenſions ſont moins diſproportionnées que les précédentes, & par la même méthode on pourroit encore les rapprocher de l'égalité.

501. Le courſier étant conſtruit, pour faire le calcul de la machine on meſurera la dépenſe de la ſource d'une maniere plus exacte que par la méthode du n. 473. Pour cet effet, on prendra le plus exactement qu'on pourra la profondeur de l'eau en M*m*; on retranchera ſa moitié de la hauteur *dm*, & ayant multiplié le reſte par $\frac{160}{3}$, l'on extraira la racine quarrée du produit. Si l'on multiplie cette racine par le produit de la largeur du courſier en cet endroit, & de la profondeur de l'eau qu'on a meſurée; le réſultat donnera à très-peu de choſe prés la véritable dépenſe de la ſource.

Maniere plus exacte d'avoir la dépenſe de la ſource.

FIG. 31.

Cette méthode eſt fondée ſur la démonſtration du n. 31.

502. Nous avons donné ci-deſſus (483) le moyen d'empêcher que l'eau ne s'échappât à travers l'intervalle qu'on eſt obligé de laiſſer entre la roue & le fond du courſier, pour ne pas gêner le mouvement. Il nous reſte à empêcher qu'elle ne s'échappe par les côtés avant d'avoir produit ſon effet.

Moyen d'empêcher que l'eau ne s'échappe par les côtés.

1°. Si la roue eſt horiſontale, l'extrémité des aîles doit tant ſoit peu déborder le prolongement ID (*fig.* 22) du côté AI du courſier oppoſé au centre C de la roue. Ce côté AI ſera

FIG. 22.

continué ſelon l'arc IK qui eſt le prolongement de l'arc HI (491); & lorſqu'on ſera arrivé au point K que je ſuppoſe ſur le prolongement du rayon C*b* perpendiculaire à AID, on le continuera juſqu'à l'extrémité du courſier LM (485) ſelon la ligne droite KL parallele à AID. D'après cette conſtruction l'eau ne pourra s'échapper par les côtés qu'après avoir produit ſon effet.

Voyez les n. 136 & 138.

FIG. 21. 2°. Si la roue eſt verticale, on augmentera la largeur du courſier au-deſſous du reſſaut EF (*fig.* 21) en lui donnant la forme AFHIKGEB, & l'on donnera aux aîles une largeur LM plus grande que la largeur EF du courſier au-deſſus du reſſaut. Moyennant cette précaution, il ne s'échappera point d'eau à pure perte par les côtés.

Voyez le n. 135.

§. III.

Des Ecluſes.

Moyen de connoître ſi l'on doit employer une écluſe.

503. Une machine quelconque de quelque eſpèce qu'elle ſoit, doit être d'une certaine grandeur pour produire ſon effet: car il eſt clair que ſi elle eſt exceſſivement petite, elle ne remplira pas l'objet qu'on ſe propoſe. Par conſéquent, dans chaque eſpece, il y a une machine dont la grandeur eſt telle qu'on ne pourroit en employer de moindre; & par la même raiſon, la force néceſſaire pour lui imprimer un degré de mouvement convenable, ſera auſſi la moindre dont il ſoit poſſible de faire uſage. Or nous avons démontré (73) que les effets étoient comme les produits des dépenſes des ſources motrices, par les chûtes relatives. Donc, lorſqu'on voudra connoître à-peu-près ſi une ſource dont la dépenſe & la chûte ſont connues, ſuffit pour mouvoir ſans interruption & d'une maniere convenable, une machine d'une eſpece donnée, on pourra ſuivre cette règle.

1°. Meſurez exactement la dépenſe & la chûte relative de

la ſource qui meut la moindre machine de la même eſpece, & prenez-en le produit.

2°. Meſurez pareillement la dépenſe & la chûte relative de la ſource dont vous avez à diſpoſer, & prenez en auſſi le produit.

3°. Comparez ces deux produits entre eux, & ſi vous trouvez que le ſecond eſt plus grand que le premier, vous pourrez employer une machine plus grande que la machine obſervée: s'ils ſont égaux, la machine que vous pourrez employer ſera égale à celle que vous avez obſervée; & enfin ſi le ſecond eſt moindre que le premier, la ſource ne ſuffira pas pour mettre en mouvement une machine d'une grandeur convenable, & alors il faudra avoir recours aux écluſes.

Cette règle eſt fondée ſur la premiere formule du n. 188, dans laquelle nous ſuppoſons pour ſimplifier que l'inclinaiſon du courſier ainſi que le degré de viteſſe, tant de l'eau que de la machine, ſont tels qu'ils doivent être ſelon notre théorie. Quoique cela arrive rarement, cependant, comme il ne s'agit ici que d'une approximation, en attendant des réſultats plus exacts de la part de l'expérience, cette méthode ſuffira dans la pratique.

Une écluſe doit avoir deux baſſins.

504. Quand on ſe ſert d'une écluſe, ſi l'on n'emploie qu'un ſeul baſſin tel que ABLG (*fig.* 36) avec un courſier GHID dérivé du fond de ce baſſin, il faudra néceſſairement que la ſurface de l'eau étant arrivée à la ligne CD, le mouvement de la machine languiſſe ſenſiblement, & enfin qu'il s'anéantiſſe. Que l'on emploie ſeulement le baſſin ABCD, & au lieu de la partie inférieure CDGL, qu'on ſubſtitue le petit baſſin DGEF de même profondeur, & d'une toiſe de ſuperficie ou à-peu-près; le mouvement ne languira que pendant le temps que ce dernier baſſin emploiera à ſe vuider, temps qui ſera très-court à cauſe du peu de capacité du baſſin. Ainſi, quand on ſe FIG. 36.

ſervira d'écluſes, on emploiera deux baſſins de la forme de ceux dont nous venons de parler.

Voyez le n. 246.

Règle pour le baſſin ſupérieur.

505. Le baſſin ſupérieur doit avoir le moins de profondeur qu'il ſera poſſible, & cette profondeur eſt arbitraire.

Voyez-en la raiſon aux n. 247, 248.

Inclinaiſon du courſier.

506. Le courſier aura le même degré d'inclinaiſon, & ſera conſtruit de la même façon que s'il n'y avoit point d'écluſe: on aura ſeulement ſoin d'en couvrir la partie ſupérieure juſques un peu au-deſſous de la ligne de niveau qui paſſe le fond du baſſin inférieur.

Voyez le n. 250.

Dépenſe de l'écluſe.

507. Pour déterminer les dimenſions du courſier & de la machine, on eſt obligé de ſuppoſer que l'écluſe fait une dépenſe connue. Cette dépenſe eſt arbitraire; mais elle ne doit pas être moindre que celle de la ſource qui lui fournit priſe dans ſes plus grands accroiſſemens, ni moindre que le volume, qui ſous une même chûte, ne pourroit mouvoir que la moindre machine de l'eſpece de celle qu'on veut employer.

Voyez-en la raiſon au n. 251.

Règle pour trouver la largeur de la partie ſupérieure du courſier. Fig. 37.

508. Ce n'eſt pas ſeulement la profondeur du baſſin ſupérieur qui eſt arbitraire; celle (GH) de la partie ſupérieure du courſier l'eſt auſſi. Suppoſant donc ces deux quantités connues, on trouvera la largeur du courſier au même endroit, par la règle ſuivante.

1°. Multipliez la dépenſe de l'écluſe par 80, & vous aurez une premiere quantité.

2°. Prenez vingt-trois fois la profondeur (GH) du courſier, ajoutez-la à dix fois celle (AD) du baſſin ſupérieur, & multipliez la ſomme par 150: vous aurez une ſeconde quantité.

3°. Extrayez la racine quarrée de la ſeconde, & multipliez-la par treize fois la profondeur (GH) du courſier: vous aurez une troiſieme quantité.

4°. Diviſez la premiere par la troiſieme, & le quotient vous donnera la largeur cherchée.

Cette règle n'eſt que le développement de la formule du n. 253.

Exemple. Suppoſons la dépenſe de l'écluſe de 15 pieds cubes, la profondeur AD du baſſin ſupérieur = 2 pieds, & celle (GH) du courſier = 1 pied. La premiere quantité ſera = 1200 : la ſeconde ſera = 6450; & la troiſieme ſera = $\frac{1044\frac{1}{2}}{100}$. Diviſant la premiere par la troiſieme, nous aurons la largeur du courſier = $\frac{120000}{1044\frac{1}{2}}$ pieds, valeur qui par la méthode du n. 433 ſe réduit à-peu-près à $\frac{111}{100}$ pieds, c'eſt-à-dire, à 1 pied 1 pouce 9 $\frac{1}{2}$ lignes.

509. Si la largeur trouvée & la profondeur ſuppoſée étoient trop diſproportionnées, on ajouteroit ces deux quantités, & l'on prendroit la moitié de la ſomme, ou du moins une quantité ſimple qui en approchât. On la regarderoit comme la véritable profondeur du courſier, & l'on recommenceroit le calcul preſcrit par la règle précédente.

L'exemple du n. 500 fait voir comment on doit opérer.

Profondeur du baſſin inférieur. Fig. 16.

510. La profondeur DG du baſſin inférieur, eſt égale à deux fois & demi celle (GH) du courſier dans la partie ſupérieure.

Nous l'avons démontré aux n. 252.

Réduction à la conſtruction ſans écluſe. Fig. 17.

511. Pour ramener le reſte de la conſtruction à celle d'une machine employée ſans écluſe, & qui ſeroit mûe avec la dépenſe ſuppoſée à l'écluſe, il ne faut plus que trouver la quantité à laquelle la chûte abſolue ſe réduit par l'effet de la contraction (463). On la déterminera par la règle ſuivante.

1°. Prenez vingt-ſix fois la profondeur (AD) du baſſin ſupérieur; ajoutez-la à cinquante-ſept fois celle (GH) de la partie ſupérieure du courſier, & diviſez la ſomme par 100 : vous aurez un quotient.

2°. Retranchez ce quotient de la chûte abſolue conſidérée

indépendamment de l'écluſe. Le reſte ſera la chûte abſolue d'après laquelle vous chercherez la chûte relative, les dimenſions de la partie inférieure du courſier, celles de la machine, & la valeur de l'effet.

Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 258.

Exemple. Suppoſons que dans l'exemple du n. 508, la chûte abſolue conſidérée ſans écluſe fût de 14 pieds ; relativement à l'écluſe, il faudra retrancher de cette quantité $\frac{109}{100}$ pieds, & pour lors elle ſe réduira à $\frac{1191}{100}$ pieds $=$ 12 pieds 10 pouces 11 lignes à-peu près.

§. IV.

Des roues à aubes mûes par des ſources particulieres.

Rayon d'une roue.

512. Le rayon proprement dit d'une roue quelconque à aubes horiſontale ou verticale, eſt la diſtance du centre de la roue au milieu du courant naturel qui la frappe. Ce rayon s'appelle auſſi *rayon moyen.*

Voyez le n. 140.

Figure des aîles.

513. Les aîles des roues doivent être planes & jamais courbes.

Nous avons démontré cette vérité au n. 56.

Nombre d'aîles.

514. Dans toutes ſortes de roues on doit toujours employer le plus d'aîles qu'on pourra, ſans toutefois les rendre trop lourdes & ſans trop affoiblir l'anneau qui les portera.

Nous l'avons démontré au n. 103.

Biſeau des aîles.

515. Le bord des aîles à la circonférence doit être taillé en biſeau, & l'arête fortifiée d'une plaque de fer.

Voyez-en la raiſon au n. 131.

Rapport du rayon à la dimenſion correſpondante du courant.

516. Dans la bonne conſtruction, le rayon moyen d'une roue verticale peut n'être que trois fois & demi plus grand que la profondeur naturelle du courant au bas de la chûte ; & ſi pour remplir les conditions de quelque machine, il devoit être moindre, il vaudroit mieux le faire plus grand, & employer

un engrénage. On doit dire la même choſe du rayon moyen d'une roue horiſontale, non pas par rapport à la profondeur naturelle du courant, mais par rapport à ſa largeur ou à celle du courſier au bas de la chûte.

Cela eſt fondé ſur ce que nous avons dit aux n. 99 & 145.

517. Dans les roues verticales, quand on emploiera des engrénages ou qu'on ne ſera pas gêné par quelque condition ou par quelque circonſtance particuliere, on doit faire en ſorte que le rayon moyen ſoit le plus grand poſſible par rapport à la profondeur naturelle du courant.

Cela eſt encore fondé ſur le n. 99.

518. On eſt moins libre par rapport à la grandeur des roues horiſontales, que par rapport à celle des roues verticales. Car il eſt évident qu'une roue horiſontale devant occuper horiſontalement une eſpace égal à un cercle de même diamêtre, ſi elles avoient un rayon égal à celui qu'on donne ſouvent aux roues verticales, elle ne pourroient être que très-embarraſſantes. Auſſi ne les emploie-t-on communément que d'une grandeur médiocre; & leur rayon ne va pas ordinairement au-delà de ſept fois & demie la largeur du courſier.

519. Nous avons dit (495) que la profondeur effective de l'eau au bas du courſier ſeroit deux fois & demie plus grande que la profondeur naturelle. Donc ſi l'on veut retirer de l'action du courant tout l'avantage poſſible, on fera la dimenſion verticale des aîles égale au moins à cette profondeur. Nous n'avons pas beſoin de dire qu'il doit en être de même de celle des parois latérales du courſier au bas de la chûte. Hauteur des aîles.

520. On doit donner un peu d'inclinaiſon aux aîles, afin que l'eau s'élevant, augmente la force d'impulſion, en vertu de la preſſion qu'elle exercera par ſon propre poids. Cette inclinaiſon aura acquis ſa plus grande valeur, lorſque la vîteſſe du courant ſera de onze pieds par ſeconde. Quoique cette vîteſſe augmente, l'inclinaiſon ſera conſtamment la même. Inclinaiſon des aîles.

Mais ſi la vîteſſe du courant diminue, l'inclinaiſon diminuera auſſi à proportion, & elle s'anéantira lorſque la vîteſſe du fluide ne ſera plus que de quatre pieds par ſeconde.

Voyez les n. 126 — 129.

Dans les roues verticales. Fig. 17.

521. Dans les roues verticales, pour trouver la plus forte inclinaiſon de l'aîle AB (*fig.* 17) par rapport au rayon AC de la roue, on placera une branche de l'équerre ſur AC, & l'on prendra ſur l'autre la partie BD égale à la moitié de AD. La ligne AB ſera la poſition de l'aîle ſous la plus forte inclinaiſon qui répond à onze pieds de vîteſſe & au-delà, ainſi que nous venons de le dire. Lorſque la vîteſſe ſera au-deſſous de onze pieds, on prendra BD moindre à proportion que la moitié de AD; & enfin quand la vîteſſe du courant ſe réduira à environ quatre pieds, BD s'anéantira.

Cette méthode eſt fondée ſur le n. 127. D'après ce procédé, le plus grand angle de déviation BAD ſera de vingt-ſix degrés trente-quatre minutes.

Dans les roues horiſontales. Fig. 17.

522. Ce n'eſt pas par rapport au rayon que les aîles doivent être inclinées dans les roues horiſontales, mais par rapport à la ligne de niveau: car ſi elles étoient prolongées, elles paſſeroient toutes par le centre de la roue. On doit donc les coucher un peu ſur le plan de la roue, en les écartant de l'a-plomb de la même quantité & de la même maniere que l'aîle AB du rayon AC dans la roue verticale, obſervant pareillement de faire varier l'inclinaiſon proportionnellement au décroiſſement de la vîteſſe du courant.

Voyez le n. 128.

Moyen d'augmenter le nombre d'ailes des roues horiſontales. Fig. 19.

523. Lorſqu'on voudra ſe ſervir d'une roue horiſontale dont les aîles ſoient fort nombreuſes, on pourra employer une roue dentée telle que celle qui eſt repréſentée par la *fig.* 19.

Voyez ce que nous en avons dit au n. 132.

Moyen d'avoir la chûte au-deſſous de laquelle on doit employer des engrénages.

524. Si l'on a une roue qui doive être employée ſans engrénage, & que par ſon moyen on veuille imprimer un certain degré

degré de vîteſſe au poids que l'on ſe propoſe d'enlever, il eſt évident que cette roue doit faire à chaque ſeconde un certain nombre de révolutions, plus ou moins grand ſelon la vîteſſe que le poids doit avoir. L'expérience prouve que pour produire le plus grand effet, l'extrémité du rayon moyen de la roue ne doit prendre que les $\frac{3}{7}$ de la vîteſſe du courant : par conſéquent plus le nombre de tours par ſeconde ſera grand, plus la vîteſſe du coutant doit être grande ; & ſi cette vîteſſe eſt donnée, ainſi que cela arrive ordinairement, plus le rayon moyen de la roue doit être petit. Mais, ſuivant ce que nous avons dit ci-deſſus (516), ce rayon ne doit pas être moindre que trois fois & demi la profondeur naturelle du coutant, ou la largeur du courſier au bas de la chûte, ſelon que la roue eſt verticale ou horiſontale. Donc ſi la vîteſſe du courant eſt fort petite, ou le nombre de révolutions par ſeconde fort grand, il pourra arrivet que la valeur du rayon moyen ſoit au-deſſous de la moindre valeur qu'il peut avoir dans la bonne conſtruction ; & conſéquemment il y aura une chûte relative au-deſſous de laquelle il faudra employer des engrénages pour imprimer au poids à enlever le degré de vîteſſe propoſé. On trouvera cette chûte par la règle ſuivante.

1°. Élever à la quatrieme puiſſance le nombre de révolutions que la roue doit faire dans une ſeconde, & l'ayant multipliée par le quarré de la dépenſe de la ſource évaluée en pieds cubes, extrayez la racine cubique du produit.

1°. Multipliez ce réſultat par la quantité. . . . . { $\frac{1881}{1000}$: $\frac{2470}{1000}$: $\frac{3911}{1000}$: $\frac{6221}{1000}$: $\frac{8117}{1000}$

Lorſque la dimenſion de la ſection du courant au bas du courſier priſe ſelon le rayon, ſera par rapport à l'autre. . . . . { le tiers : la moitié : égale : double : triple.

Le produit réſultant ſera la moindre chûte relative avec laquelle on puiſſe employer une roue qui doit imprimer au poids enlevé la vîteſſe propoſée ſans le ſecours des engrénages.

Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 153.

Exemple. Suppoſons qu'on ait ſeulement une dépenſe de ſix pieds cubes, & que la toue, ou ce qui eſt la même choſe, le poids doive faire deux révolutions par ſeconde. Le réſultat donné par la premiere opération de la règle ſera $= \frac{833}{100}$; & ſi nous voulons que la dimenſion de la ſection du courant priſe ſelon le rayon, ſoit la moitié de l'autre, multiplions $\frac{833}{100}$ par $\frac{2470}{1000}$, & nous aurons la moindre chûte relative qui ſera $=$ 20 pieds & demi à-peu-près. Si l'on n'avoit qu'une chûte relative moindre que cette quantité, il faudroit ſuppoſer que la dimenſion de la ſection du coutant priſe ſelon le rayon, n'eſt que le tiers de l'autre, & multiplier $\frac{833}{100}$ par le nombre correſpondant $\frac{1885}{1000}$. Si le réſultat eſt au-deſſous de la chûte relative dont on a à diſpoſer, on pourta remplir les conditions de la queſtion ſans engrénage, en mettant ſeulement les côtés de la ſection du courant au bas du courſier dans le rapport de 3 à 1. Mais ſi ce téſultat eſt moindre que la chûte relative donnée, il faudra employer des engrénages pour produire l'effet qu'on ſe propoſe.

Uſage de la table précédente pour les roues verticales.

525. Nous avons dit au n. 495, que dans les courſiers deſtinés à des roues verticales, la largeur du courſier ne devoit jamais être, ni la moitié, ni le tiers de la profondeur de l'eau, ou ce qui eſt la même choſe, que la profondeur de l'eau ne devoit jamais être ni triple ni double de la largeur du courſier, mais ſeulement égale, ou la moitié, ou le tiers. Ainſi, des cinq cas que la règle précédente renferme, les deux derniers ne tegardent point les roues verticales.

Remarque ſur l'emploi de cette table.

526. Dans les machines mûes par des ſources particulieres, on doit faire enſorte que l'impulſion ſe faſſe au point le plus bas (465. 2°.), ou que la chûte relative ſoit la plus grande poſſible. Anſi, dans tous les cas, il faudra avoir ſoin que la largeur du coutſier au bas de la chûte devienne la plus grande

qu'il ſe pourra par rapport à la profondeur de l'eau au même endroit.

§. V.

Des roues à aubes mûes par des Rivieres.

527. Ce que nous avons dit aux n. 512 — 516, s'applique auſſi aux roues placées ſur des rivieres. Mais il y a bien des choſes en quoi leur théorie differe de la théorie de celle dont nous avons déjà parlé. Nous ne traiterons ici que des roues verticales. La maniere la plus avantageuſe de les employer eſt fondée ſur les principes ſuivans.

528. La vîteſſe d'une riviere étant ordinairement beaucoup moindre que celle de l'eau d'une ſource particuliere qui ſe précipite dans un courſier incliné, les aîles des roues pourront n'avoir point d'inclinaiſon, & être dirigées vers le centre.

L'inclinaiſon des aîles d'une roue mûe par une riviere, ſera nulle.

Voyez le n. 521.

529. Par la même raiſon, les aîles ne déborderont que très peu & même point du tout la ſurface de l'eau, & leur hauteur pourra être égale à celle de la partie enfoncée.

Le débordement ſupérieur des aîles ſera nul.

530. Lorſque l'eau en frappant les aîles d'une roue n'eſt pas gênée par un courſier, & qu'elle a la liberté de s'échapper de tous les côtés, le choc eſt à-peu-près deux fois plus foible que quand elle eſt reſſerrée par le coffre d'un courſier, dont la capacité eſt aſſez exactement remplie par les aîles de la roue. Donc pour augmenter l'action de l'eau, & l'effet de la machine, la roue doit ſe mouvoir dans un courſier dont nous avons donné la deſcription au n. 243, auquel nous renvoyons ainſi qu'au n. 37.

La roue doit ſe mouvoir dans un courſier.

531. La vîteſſe & les dimenſions de la roue & de la machine, ſeront réglées ſur la vîteſſe de la riviere dans le temps des baſſes eaux.

La machine ſe règle ſur les baſſes eaux.

Voyez le n. 222 & 243.

Rapport de la largeur de l'aîle à ſa hauteur.

532. La largeur de l'aîle pourra être juſqu'à dix fois plus grande que ſa hauteur ; mais elle n'excédera jamais ce terme, au lieu qu'elle pourra tombet au deſſous.

Voyez le n. 143.

Meſure de la viteſſe d'une riviere.

533. Quand on a à conſtruire une machine ſur une riviere, on doit d'abord meſurer la vîteſſe des eaux de la ſurface. Nous en avons donné la méthode au n. 120, auquel nous renvoyons.

Comment on trouve la hauteur des aîles.

534. Connoiſſant la viteſſe des eaux de la ſurface, pour avoir la hauteur qu'on doit donner aux aîles afin qu'elles ne refoulent pas l'eau, on déterminera d'abord la plus grande hauteur dont elles ſont ſuſceptibles. L'ayant trouvée, on la diminuera le plus qu'on pourra, & le reſte ſera leur véritable hauteur. On aura cette plus grande hauteur par la règle ſuivante.

1°. Multipliez par 5 le nombre de fois que le rayon moyen de la roue doit contenir la hauteur de l'aîle (nombre qui eſt arbitraire, pourvu qu'il ne ſoit pas moindre que $3\frac{1}{2}$), & élevez le produit au quarré : vous aurez une premiere quantité.

2°. Multipliez par deux ce même nombre de fois, & ayant retranché l'unité du produit, élevez le reſte au quarré : vous aurez une ſeconde quantité.

3°. Diviſez la premiere par la ſeconde ; & ayant retranché l'unité du quotient, multipliez le reſte par le quarré de la vîteſſe des eaux à la ſurface, & diviſez le produit par 30. Le réſultat ſera la plus grande hauteur cherchée.

Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 119.

Exemple. Suppoſons que la viteſſe des eaux de la ſurface ſoit = 3 pieds, & que le rayon moyen de la roue doive être trois fois & demie plus grand que la hauteur des aîles. La premiere quantité ſera = $\frac{3041}{100}$; la ſeconde = 36, & la plus grande hauteur des aîles = 2 pieds 3 pouces ; à-peu-près. Ainſi dans ce cas, la véritable hauteur doit être moindre que 2 pieds 3 pouces ; & l'impulſion ſera d'autant plus avantageuſe que la hauteur de l'aîle ſera au-deſſous de cette quantité.

535. La hauteur de l'aîle étant déterminée, ſi on la multiplie par le nombre de fois que le rayon moyen de la roue doit la contenir, on aura ce rayon moyen.

Comment on trouve le rayon moyen de la roue à aubes.

Exemple. Ainſi, en ſuppoſant que dans l'exemple précédent on ait fixé la véritable hauteur des ailes à $\frac{1}{2}$ pieds; puiſque la plus grande hauteur a été déterminé d'après l'hypothèſe que le rayon moyen doit contenir la véritable hauteur trois fois & demi, pour avoir le rayon moyen, il faudra multiplier $\frac{1}{2}$ par $3\frac{1}{2}$ ou par $\frac{7}{2}$, ce qui donneta $\frac{11}{4}$ pieds = 5 pieds 3 pouces pour cette quantité.

536. Les autres dimenſions de la machine, ainſi que ſa vîteſſe, ſe règlent ſur la *vîteſſe moyenne* du courant. On appelle ainſi la vîteſſe du filet qui répond au milieu de la hauteur de l'aîle. Dans le calcul d'une machine, on ſuppoſe que tous les filets ſont animés d'une vîteſſe égale à la vîteſſe moyenne. Pour la trouver, on ſuivra cette règle:

Comment on trouve la vîteſſe moyenne du courant.

Multipliez la hauteur de l'aîle par 30; ajoutez le produit au quarré de la vîteſſe des eaux de la ſurface, & extrayez la racine quarrée de la ſomme. Cette racine ſera la vîteſſe moyenne cherchée.

Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 121.

Exemple. Prenons les mêmes quantités que dans les exemples précédents. La vîteſſe des eaux de la ſurface eſt = 3, & la hauteur de l'aîle = $\frac{1}{2}$. En effectuant ce qui eſt preſcrit par la règle, nous trouverons la vîteſſe moyenne cherchée = $\frac{7\frac{1}{2}}{10}$ pieds = 7 pieds 4 pouces, à peu de choſe près.

§. VI.

Des Engrénages; des Pivots; des Tourrillons, & de la manière d'avoir le poids des différentes parties d'une Machine.

537. Dans les machines hydrauliques, un engrénage eſt toujours compoſé d'un rouet & d'une lanterne. Les dents du

Ce que c'eſt qu'un engrénage.

rouet s'insinuant entre les fuseaux de la lanterne pour les mouvoir, forment ce que nous appellons un *engrénage*. Dans un engrénage quelconque, le vuide compris entre les fuseaux, ne doit pas être exactement rempli par les dents du rouet, ni celui qui se trouve entre les dents du rouet, ne doit pas l'être exactement par les fuseaux; mais il doit rester un petit intervalle nécessaire au jeu des pieces. Il suffit pour l'ordinaire que cet intervalle soit de trois ou quatre lignes. Dans la suite, il augmentera à cause que les dents & les fuseaux s'useront par le frottement.

Il y a deux sortes de rouets. Fig. 30 & 59.

538. On distingue deux sortes de rouets; savoir celui dont les dents sont sur le prolongement des rayons, comme dans la *figure* 30; & celui dont les dents sont placées sur le plan même de la couronne, comme dans la *figure* 59. Dans le premier cas, le rouet s'appelle *hérisson*; & dans le second, *rouet en couronne* ou *rouet de champ*. Dans le hérisson, le rayon moyen C A est la distance du centre C au point A de la dent qui pousse à plein le fuseau correspondant; & dans le rouet de champ, ce rayon est la distance du centre C au milieu des dents A, B, D, &c.

Matieres qu'on emploie aux engrénages.

539. Dans les engrénages, les dents & les fuseaux doivent se faire avec le bois le plus dur, tel que le *cormier*, *le buis*, *le poirier sauvage*, *&c.* Quelquefois on fait les fuseaux de fer & même de verre; mais le plus ordinairement on se sert de bois. La force qui s'exerce aux engrénages agit de la même façon sur les dents & sur les fuseaux, par conséquent, si l'on emploie le même bois pour les dents & les fuseaux, il faudra leur donner la même épaisseur. Si au contraire on employoit aux fuseaux du bois plus fort que celui des dents, on pourroit faire leur épaisseur moindre à proportion que celle des dents. Cependant il n'y a rien à perdre en leur donnant en pareils cas la même épaisseur,

Epaiſſeur ordinaire des dents & des fuſeaux.

540. Des Conſtructeurs que j'ai conſultés, m'ont aſſuré que dans les machines ordinaires, telles que les moulins à bled, ceux à ſcier du bois, &c. l'épaiſſeur des dents au point où elles agiſſent à plein ſur les fuſeaux, peut n'être que de deux pouces ſix lignes. Cette épaiſſeur ſera plus grande lorſque la force augmentera. Mais il ne faudroit pas croire qu'elle dût augmenter dans le même rapport, & que par exemple elle dût être double lorſque la force ſera deux fois plus grande. Elle ne doit augmenter que proportionnellement à la racine quarrée de la force, du moins à peu de choſe près. De ſorte qu'une dent dont la ſection ſeroit circulaire, & dont le diametre deviendroit deux fois plus grand, pourroit réſiſter à une force quatre fois plus grande. Il en ſeroit de même des fuſeaux. Nous l'avons démontré aux n. 205 & 206.

Figure & longueur des fuſeaux.

541. Les fuſeaux ſeront ronds (ou cylindriques) & ils auront le moins de longueur qu'il ſera poſſible.

Voyez-en la raiſon au n. 203.

Profondeur du vuide entre les dents.

Fig. 30 & 59.

542. L'intervalle Ag (*fig.* 30) d'une dent compris entre ſon talon g & le point A où elle agit à plein ſur le fuſeau, doit être égal à la moitié de l'épaiſſeur du fuſeau augmentée de quelques lignes, pour éviter les arcboutemens, & faciliter le jeu de la machine. On doit dire la même choſe des dents des rouets de champ (*fig.* 59).

Nous l'avons démontré aux n. 200 & 204. D'ailleurs, la choſe eſt évidente.

Groſſeur uniforme de la partie inférieure des dents.

543. On eſt dans l'uſage de donner aux dents plus d'épaiſſeur au talon qu'au point où elles agiſſent à plein. Cette précaution eſt inutile, & il ſuffit de faire leur groſſeur uniforme dans cette partie.

Voyez le n. 200.

Moyen de trouver le vrai nombre de dents & de fuſeaux, quand la choſe eſt poſſible.

544. Pour trouver, lorſque cela eſt poſſible, le vrai nombre de dents & de fuſeaux qu'on doit employer, on ſuivra ce

procédé. On prendra d'abord (540) une grandeur convenable pour l'épaiſſeur des dents & des fuſeaux, & après avoir fixé l'intervalle du jeu de l'engrénage (537), on ajoutera ces trois quantités pour n'en former qu'une ſeule qu'on évaluera en pieds & en fraction de pied. On diviſera par cette ſomme la circonférence moyenne du rouet qu'on trouvera par la méthode du n. 448. Que le quotient qui en réſultera ſoit exact ou non, on prendra le plus grand nombre entier qui y ſoit contenu, & que nous repréſenterons par la lettre k, pour fixer les idées. On le multipliera par le rayon moyen de la lanterne, & on diviſera le produit par le rayon du rouet. Si la diviſion ſe fait ſans reſte, le quotient ſera le nombre de fuſeaux de la lanterne, & le nombre k qu'on a multiplié par le rayon de la lanterne, ſera le nombre de dents du rouet.

Mais ſi la diviſion a un reſte, comme cela eſt ordinaire, on diminuera le nombre k ſucceſſivement de 1, 2, & même 3 & 4 unités, quand le rayon ſera un peu conſidérable: à chaque opération, on multipliera le reſte par le rayon de la lanterne, & on diviſera le produit par celui du rouet. Si quelqu'une de ces opérations donne un quotient ſans reſte, ce quotient ſera le nombre de fuſeaux de la lanterne, & le nombre k diminué d'une ou de pluſieurs unités, qui dans le dividende correſpondant a été multiplié par le rayon de la lanterne, exprimera le nombre de dents du rouet.

Cette méthode eſt fondée ſur ce que nous avons dit au numéro 194.

Exemple. Suppoſons que le rayon de la lanterne ſoit = 1 pied; & celui du rouet = 4 pieds. Prenons 2 pouces 6 lignes = 30 lignes = $\frac{30}{144}$ pieds pour l'épaiſſeur des dents & des fuſeaux, & 3 lignes = $\frac{3}{144}$ pieds pour l'intervalle du jeu de l'engrénage. La ſomme de ces trois quantités ſera = $\frac{63}{144}$ pieds, ou en ſimplifiant = $\frac{7}{16}$ pieds, la circonférence du rouet ſera = $\frac{176}{2}$ pieds,

pieds, & cette quantité divisée par la somme précédente $\frac{7}{12}$, donnera $\frac{2816}{49}$ pieds $= 57\ \frac{23}{49}$ pieds. Le nombre entier de ce quotient sera représenté par k. Ce nombre $= 57$ étant multiplié par le rayon $= 1$ de la lanterne, donne pour produit 57, qui ne peut pas être exactement divisé par le rayon $= 4$ du rouet. Diminuons donc 57 de l'unité; il nous restera 56 qui multiplié par le rayon $= 1$ de la lanterne, donne un produit $= 56$. Divisons ce produit par le rayon du rouet, & nous aurons un quotient exact & $= 14$, qui exprimera le nombre de fuseaux de la lanterne, tandis que k ou 57 diminué de l'unité, c'est-à-dire 56 exprimera celui des dents du rouet.

Moyen de trouver la vraie épaisseur des dents & des fuseaux.

545. Si le nombre de dents eût été cinquante-sept, on juge bien que leur épaisseur, ainsi que celle des fuseaux, auroit été, à peu de chose près, la même qu'auparavant. Mais ce nombre se réduisant à cinquante six, il y aura un intervalle qu'il faudra distribuer aux fuseaux ou aux dents, ou aux uns & aux autres à la fois, observant de conserver la même valeur au jeu. Pour cet effet, on divisera la circonférence du rouet par le nombre de dents, & du quotient, on retranchera la valeur du jeu. Le reste sera l'épaisseur d'une dent augmentée de celle d'un fuseau. Si l'on veut conservet la même épaisseur aux fuseaux, on retrancheta cette épaisseur du teste précédent, & le nouveau reste sera la vraie épaisseur des dents. Si l'on ne veut toucher qu'à l'épaisseut des fuseaux; du premier reste on ôtera celle des dents, & le second reste sera la vtaie épaisseur des fuseaux. Cela est fondé sur la formule du n. 195.

Lorsque les dents & les fuseaux sont de bois, il convient de leut donner la même épaisseur, & pour lors, après avoir ôté le jeu de l'engrénage du quotient précédent, on prendra la moitié du reste, ainsi que nous l'avons démontré au n. 199.

Ainsi, dans l'exemple du numéto précédent, divisons la circonférence du rouet $= \frac{176}{7}$ par 56, & (433), nous aurons pour quotient $\frac{451}{1000}$. Retranchons-en le jeu $= \frac{3}{144} = \frac{20}{1000}$. Le reste

ſera $= \frac{431}{1000}$ pieds, dont la moitié $= \frac{215}{1000}$ pieds $=$ 2 pouces 6 lignes 11 points, ſera la vraie épaiſſeur des dents & des fuſeaux.

Moyen de trouver par approximation le nombre de dents & de fuſeaux.

546. Il peut arriver qu'en diminuant le nombre k ſucceſſivement de 1, 2, 3 & 4, & en faiſant les opérations preſcrites au n. 544, on ne puiſſe pas trouver de quotient ſans reſte. Alors on prendra l'opération dont le réſultat approche le plus d'un nombre entier, moindre ou plus grand, il n'importe, & l'on prendra ce nombre entier pour celui des fuſeaux de la lanterne, tandis que la quantité k diminuée de 1, 2, &c. qui dans cette opération aura été multipliée par le rayon de la lanterne, ſera le nombre de dents du rouet.

Cette méthode eſt fondée ſur le n. 196.

Exemple. Que le rayon de la lanterne ſoit $=$ 1 pied, & celui du rouet $= 4\frac{1}{13}$ pieds $= \frac{53}{13}$ pieds. Suppoſons aux dents & aux fuſeaux la même épaiſſeur, & au jeu la même largeur que dans l'exemple du n. 544. La circonférence du rouet ſera $= \frac{2332}{91}$ pieds, laquelle diviſée ainſi que nous avons dit (544) par la ſomme $= \frac{7}{16}$ des épaiſſeurs d'une dent & d'un fuſeau, & de la largeur du jeu, donnera $\frac{372512}{6397} = 58\ \frac{194}{1000}$. Le nombre entier 58 de cette quantité eſt repréſenté par k.

Multiplions ce nombre k ou 58 par le rayon $=$ 1 de la lanterne, & diviſons le produit par le rayon $\frac{53}{13}$ du rouet; le réſultat ſera $= \frac{754}{53} = 14\ \frac{112}{1000}$ (433).

Diminuons k ou 58 de l'unité; multiplions le reſte 57 par le rayon $=$ 1 de la lanterne, & diviſons le produit par le rayon $\frac{53}{13}$ du rouet : le réſultat ſera $= \frac{741}{53} = 13\ \frac{981}{1000}$.

Diminuons k ou 58 de deux unités : multiplions le reſte 56 par le rayon $=$ 1 de la lanterne, & diviſons le produit par le rayon $\frac{53}{13}$ du rouet; nous aurons $\frac{728}{53} = 13\ \frac{715}{1000}$.

Diminuons k ou 58 de trois unités, & faiſons enſuite la même opération que nous venons de faire : nous aurons un réſultat $= \frac{715}{53} = 13\ \frac{490}{\cdot\cdot\cdot}$.

Enfin, diminuons k de quatre unités, & nous trouverons par le même procédé $\frac{708}{51} = 13\ \frac{241}{1000}$.

De tous ces différens réſultats, il n'y en a point qui approche plus d'un nombre entier que le ſecond $= 13\ \frac{981}{1000}$ qui ne differe de 14 que d'une quantité $= \frac{19}{1000}$. Donc nous pourrons prendre 14 pour le nombre de fuſeaux de la lanterne, & la quantité correſpondante k diminuée de l'unité, c'eſt-à-dire 57, ſera celui des dents du rouet.

Le nombre de dents & de fuſeaux étant déterminé, pour trouver leur véritable épaiſſeur, on ſuivra ce que nous avons dit au n. 545.

Moyen d'avoir les limites des longueurs des dents.

547. Si les dents ſont trop longues, l'engrénage ſera gêné; & ſi elles ſont trop courtes, elles abandonneront trop tôt les fuſeaux. Il s'agit donc de trouver les limites de leur ſaillie hors de la circonférence moyenne dans les hériſſons, & au-delà du plan de la couronne dans les rouets de champ. Commençons par les premiers.

1°. On décrira ſur un plan la circonférence moyenne AFG (*fig.* 30) de la lanterne, & une portion DAE de celle du rouet, en prenant ſon centre C ſur le prolongement du rayon BA, & en la faiſant paſſer par le point A. On diviſera AFG en autant de parties égales qu'il doit y avoir de fuſeaux, dont on placera le premier K à la droite de la ligne BC, de façon que le petit cercle AKb qui le repréſente, ait ſon centre ſur la circonférence AFG, & qu'il touche la ligne BC en A; du moins autant que la choſe ſe peut. Après avoir décrit les autres petits cercles K′, K″, K‴, &c. dont les centres ſeront aux points de diviſion, & dont les rayons ſeront, ainſi que celui de K, égaux à celui des fuſeaux, on prendra le premier K′ à la droite de K, & le ſecond K‴ à la gauche. (Je ſuppoſe que le mouvement ſe fait de A vers F). Des points h & h' on tirera au centre C du rouet les lignes Ch, Ch'. La ſaillie des dents au-delà de la circonférence moyenne doit être plus grande que Hh, ou du moins elle doit

Fig. 30.

lui être égale, & elle doit être moindre que H′ *h*′. On prendra ces meſures avec un compas, & l'on aura les limites cherchées.

2°. Dans les rouets de champ, on décrira d'abord la circonférence moyenne NPQ (*fig.* 61) de la lantetne ſur un plan, & l'on tirera la droite DCE éloignée de la circonférence NPQ d'une quantité un peu plus grande que le rayon des fuſeaux, ou égale à la diſtance qui doit être entre la circonférence moyenne NPQ & le plan du rouet. On menera du centre C la perpendiculaire BC, & l'on décrira les cercles des fuſeaux K, K′, K″, K‴, de maniere que l'un de ces cercles touche la ligne BC autant que cela eſt poſſible. Qu'on mene du point *h* de la circonference moyenne la perpendiculaire *h*H ; elle exprimera la moindre longueur des dents, tandis que la diſtance *h*′H′ du fuſeau K″ à la droite DE exprimera la plus grande.

FIG. 61.

Courbure de la partie ſupérieure des dents.

548. Les dents doivent être courbes depuis le point où elles agiſſent à plein juſqu'à leur extrémité ſupérieure. Pour trouvet cette courbure, du point C (*fig.* 60) & d'un rayon CA égal à celui de la lanterne, on décrira un arc AB. Ce ſera cet arc qui exprimera la courbure cherchée, du moins à peu de choſe près.

FIG. 60.

Dans les hériſſons.

549. Dans les hériſſons, la ſection des dents au talon eſt un quarré long, quelquefois un quarré parfait. Ainſi leur partie ſupérieure n'eſt courbe que ſur les côtés qui regardent les fuſeaux. Il ſuffiroit même qu'elle le fût ſeulement ſut la face qui pouſſe le fuſeau : mais comme il peut arriver que certaines machines aient beſoin dans quelques circonſtances d'être mûes en ſens contraire, on la fait courbe à droite & à gauche, & alors la dent a la figure BHKF.

Dans les rouets de champ.

550. Dans les rouets de champ, les dents doivent être cylindriques ou à-peu-près. Pour avoir la figure de la partie ſupérieure, on diviſera la largeur AG de la dent en deux parties égales au point E. On menera DE perpendiculaire à AG, &

égale à la ſaillie au-delà du point A de l'action à plein, & par le point D on tirera DB parallele à GA. Si l'on fait tourner la figure ABDE autour de la ligne DE, elle engendrera une eſpece de calotte tronquée, dont la ſection ſera BAGF, & qui ſera la forme de la partie ſupérieure des dents du rouet de champ. Il n'eſt pas mal de les incliner tant ſoit peu dans le ſens contraire à celui du mouvement.

Voyez le n. 207.

Dimenſion & figure des pivots. FIG. 62.

551. Les pivots D (*fig.* 24, 28, &c.) étant deſtinés à ſoutenir des poids dans la direction de leur longueur, n'ont pas beſoin d'une grande épaiſſeur. Ils ſont ordinairement de fer & de figure ſouvent cylindrique, quelquefois conique. Avec un diametre de ſix lignes, ils peuvent ſupporter des poids de plus de 5000 ℔. Dans la bonne conſtruction, pour diminuer la réſiſtance du frottement qu'ils éprouvent ſur le fond de la crapaudine dans laquelle ils tournent, on doit leur donner la figure d'un cône tronqué renverſé comme on voit dans la *fig.* 62.

Dimenſions des tourrillons.

552. Les tourrillons H (*fig.* 25, 28, &c.) étant diſpoſés horiſontalement, ſouffrent plus que les pivots. Leur racine doit être la plus grande, & leur ſaillie hors de l'arbre, la moindre qu'il ſera poſſible. On doit ſur-tout avoir grand ſoin que leurs lignes de milieu ſoient exactement ſur la ligne qui paſſe par le centre de l'arbre. Il y a des Conſtructeurs qui traverſent l'arbre ſelon l'axe, par une verge de fer, dont les extrémités ſervent de tourrillons. L'on m'a aſſuré, & j'ai marqué qu'avec un diametre de deux pouces ils peuvent ſoutenir un poids de plus de 3000 ℔. Ainſi, quand le poids de l'arbre horiſontal ſera moindre que 3000 ℔, il ſuffira d'employer des tourrillons de deux pouces de diametre. Cependant on en emploie ſouvent de plus gros, même avec de moindres poids; car j'en ai vu dont le diametre avoit trois & même quarre pouces, tandis que les arbres ne peſoient gueres au-delà de 1200 ℔.

On doit obſerver que la force des tourrillons eſt, ainſi que

celle des fuſeaux (540), proportionnelle à leur groſſeur, & que leurs diametres ſont, à peu de choſe près, comme les racines quarrées des poids qu'ils ont à ſoutenir : par conſéquent ſi deux pouces ſuffiſent à un poids de 3000 lb ; pour un poids quatre fois plus grand, il ne faudra qu'un diametre double, c'eſt-à-dire = 4 pouces.

553. Pour trouver le poids des différentes pieces de la machine, il faut d'abord déterminer le poids d'un pied cube de la même matiere ; ce qui s'exécutera par la méthode du n. 460, lorſque cette matiere ſera plus peſante que l'eau ; & par celle du n. 461, lorſqu'elle ſurnagera. Cela fait, on cherchera le volume des pieces, qu'on évaluera en pieds cubes, & on le multipliera par le poids d'un pied cube de la même matiere, ainſi que nous avons dit au n. 459.

Moyen d'avoir le poids des arbres.

554. Les arbres d'une machine ſont ordinairement d'égale épaiſſeur dans toute leur longueur. On en aura donc le volume en multipliant la ſurface de la ſection faite perpendiculairement à la longueur par cette même longueur, conformément à ce que nous avons dit au n. 458. Quant à la ſection, comme ſa figure ſera quelqu'une de celles dont nous avons parlé aux n. 447 — 456, on en aura toujours la ſuperficie par quelqu'une des méthodes que nous avons données au même endroit. Le volume étant trouvé, on le multipliera par le poids d'un pied cube de même matiere, & l'on aura le poids cherché.

Moyen d'avoir le poids des tourteaux.

555. Pour avoir le poids des tourteaux d'une lanterne, on cherchera la ſurface de leur cercle par la méthode du n. 449 ; on en retranchera la ſurface de la ſection de l'arbre qui les traverſe, & on multipliera le reſte par leur épaiſſeur, & par le poids d'un pied cube de même matiere.

Moyen d'avoir le poids des fuſeaux.

556. Pour avoir le poids d'un fuſeau, on multipliera la ſurface du cercle de la ſection faite perpendiculairement à ſa longueur par cette même longueur, & par le poids d'un pied cube

de même matiere. Si l'on multiplie ce produit par le nombre de fuſeaux, on aura le poids de leur ſomme.

Moyen d'avoir le poids des jantes.

557. Pour trouver le poids des jantes du rouet, on cherchera la ſurface de ſa couronne par la méthode du n. 450. L'ayant trouvée, on la multipliera par l'épaiſſeur des jantes, & par le poids d'un pied cube de même matiere.

Moyen d'avoir le poids des ailes.

558. Pour avoir le poids des aîles de la roue à aubes, on déterminera la ſurface d'une aîle par la méthode du n. 454; & on la multipliera par ſon épaiſſeur, par le poids d'un pied cube de même matiere, & par le nombre d'aîles de la roue.

Moyen d'avoir le poids des rayons.

559. Quant aux rayons de la roue & du rouet, ou aux pieces qui leur en tiendront lieu, comme elles ſont ordinairement d'égale épaiſſeur dans toute leur longueur, on multipliera leur ſection perpendiculaire, par leur longueur & par le poids d'un pied cube de même matiere.

Moyen d'avoir le poids des dents.

560. Les dents du rouet étant fichées dans la couronne, il ne faut prendre que le poids des parties qui ſailliront au dehors. Pour cela, on en prendra une, dont on retranchera la partie qui doit être enfoncée dans les jantes: on peſera le reſte, & on en multipliera le poids par le nombre de dents. Le produit ſera le poids des parties ſaillantes de toutes les dents.

Moyen d'avoir le poids des pivots & des tourrillons.

561. Les pivots & les tourrillons étant des pieces peu volumineuſes, pour en avoir le poids, il n'y a qu'à les peſer avant de les employer.

§. VII.

De la conſtruction des Machines, & de la détermination de leurs effets.

Obſervations ſur les machines.

562. Les règles que nous allons donner ſur les machines dont nous avons traité dans la premiere partie, ſont relatives à ce problême qui eſt celui qu'on ſe propoſe le plus ordinai-

rement : *Connoiſſant la dépenſe & la chûte d'un courant, ou ſa vîteſſe & la ſurface de l'aîle choquée, trouver le poids enlevé qu'on ſuppoſe faire un nombre donné de révolutions par ſeconde autour de l'arbre ſur lequel il agit.* Cette derniere condition exige que ſi la machine eſt ſimple, le rayon de la roue ait une valeur déterminée. Toutes les autres pieces de la machine ſeront arbitraires. Si la machine eſt à un engrénage, il y aura le rayon de la roue, ou celui du rouet, ou celui de la lanterne qui ſera ſoumis à certaines loix. Les autres, ainſi que toutes les pieces reſtantes de la machine, ſeront encore arbitraires. En un mot, dans quelque machine que ce ſoit, s'il ne s'agiſſoit que de connoître le poids enlevé, quelle que fût d'ailleurs ſa vîteſſe; les dimenſions de toutes les pieces ſeroient arbitraires. Si l'on admet des conditions, il y aura un certain nombre de pieces qui en dépendra, & ce nombre ſera égal à celui des conditions.

Règles pour la machine de la figure 24, mûe par un courant particulier.

563. Suppoſons que la machine repréſentée par la *fig.* 24, ſoit placée ſur un courſier inclinée, & mûe par une ſource dont on connoît la dépenſe & la chûte relative. On demande le poids Π qui ſera enlevé par cette machine, ſous la condition que l'arbre AB ſera un nombre donné de révolutions par ſeconde.

Suivant ce que nous venons de dire (562), la condition énoncée exige que le rayon de la roue ait une valeur déterminée, & cette valeur influera ſur celle du poids. On trouvera l'une & l'autre de ces deux valeurs, par le moyen des deux règles ſuivantes.

Premiere Règle. Pour trouver le rayon moyen de la roue, multipliez par 464 la racine quarrée de la chûte relative, & diviſez le produit par le nombre de révolutions dans une ſeconde multiplié par 1000. Le quotient ſera le rayon cherché.

Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 147.

Seconde Règle. Pour trouver la valeur du poids enlevé :

1°.

1°. Prenez le produit de la dépenſe & de la chûte de la ſource, & multipliez-le par 285; vous aurez une premiere quantité.

2°. Prenez pareillement le produit du nombre de révolutions dans une ſeconde, par le rayon AC de l'arbre ſur lequel agit le poids (ce rayon eſt appellé *bras de levier du poids*), & multipliez-le par 100; vous aurez une ſeconde quantité.

3°. Diviſez la premiere par la ſeconde; & le quotient ſera le poids enlevé.

Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 162.

Exemple. Suppoſons que la roue doive faire une révolution par ſeconde; que la chûte relative ſoit de treize pieds, la dépenſe de la ſource = 15 pieds cubes, & le bras de levier du poids = 6 pouces = $\frac{1}{2}$ pied.

Par la premiere règle, nous trouverons le rayon moyen de la roue = 1 pied 8 pouces $\frac{1}{2}$ ligne à-peu-près.

Par la ſeconde règle, nous aurons la premiere quantité qui y entre = 55575; & la ſeconde = 50. Diviſant la premiere par la ſeconde, nous trouverons le poids enlevé = 1111 $\frac{1}{2}$ lb.

Règles pour la machine de la figure 28, mûe par un courant particulier.

564. Si la chûte relative étoit moindre que celle dont nous avons parlé au n. 524, & que l'arbre ſur lequel le poids agit fut toujours vertical, il faudroit employer une machine à engrénage. Suppoſons que ce ſoit celle qui eſt repréſentée par la *fig.* 28. Dans cette machine, toutes les pieces ſeront arbitraires, excepté le rayon du rouet. On aura donc les deux règles ſuivantes:

Premiere Règle. Pour trouver le rayon du rouet, multipliez le rayon moyen de la roue à aubes, par celui de la lanterne, par le nombre de révolutions de l'arbre AC dans une ſeconde, & enfin par la quantité $\frac{1111}{1000}$; & diviſez le produit par la racine quarrée de la chûte relative. Le réſultat ſera le rayon cherché.

Cette règle eſt fondée ſur la deuxieme formule du n. 176.

Seconde Règle. Pour trouver le poids enlevé:

1°. Diviſez le tiers du rayon du tourrillon H de l'arbre EN, par le rayon moyen de la roue à aubes; & ayant retranché le quotient du nombre $\frac{9}{4}$, multipliez le reſte par la dépenſe de la ſource motrice, par ſa chûte relative, & par le nombre 19911: vous aurez une premiere quantité.

2°. Multipliez le poids de l'arbre EN par le rayon du tourrillon H, la racine quarrée de la chûte relative, & le nombre 1617; & diviſez le produit total par le rayon moyen de la roue à aubes: vous aurez une ſeconde quantité.

3°. Diviſez le tiers du rayon du tourrillon H, par celui de la roue à aubes; augmentez le quotient d'une unité, & multipliez la ſomme par le bras de levier du poids à enlever, le nombre de révolutions par ſeconde de l'arbre ſur lequel le poids agit, & enfin par 16588. Le produit vous donnera une troiſieme quantité.

4°. Retranchez la ſeconde de la premiere, & diviſez le reſte par la troiſieme, le quotient ſera le poids enlevé.

Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 177.

Exemple. Suppoſons que la dépenſe du courant, le bras de levier du poids, & le nombre de révolutions de l'arbre ſur lequel le poids agit étant les mêmes que dans l'exemple précédent, on eût la dimenſion de la ſection de l'eau au bas de la chûte, priſe ſelon le rayon égale au tiers ſeulement de l'autre. Par la règle du n. 524, on trouveroit la moindre chûte relative ſous laquelle on pourroit employer une machine ſimple, = 11 pieds 1 pouce 2 lignes. Donc ſi nous n'avons qu'une chûte moindre que cette quantité, nous ſerons obligés de nous ſervir d'une machine à engrénage.

Que la chûte relative dont nous pouvons diſpoſer ſoit = 9 pieds, le rayon moyen de la roue à aubes = 6 pieds; le rayon du tourrillon H = 2 pouces = $\frac{1}{6}$ pied; celui de la lanterne = 1 pied, & le poids de l'arbre NE & de ſes dépendances = 2000 ℔.

Par la premiere règle, nous trouvetons le rayon du touet = 4 pieds 3 pouces 7 lignes $\frac{1}{7}$.

Par la ſeconde règle, nous autons la ptemiere quantité qu'elle renferme = $\frac{60210771^{0}}{100}$; la ſeconde = $\frac{17866466}{100}$; & la troiſieme = $\frac{8370^{8}0}{100}$. Otant la ſeconde de la premiere, diviſant le reſte par la troiſieme, & négligeant la fraction, nous aurons 697 ^{lb} pour la valeur du poids enlevé.

565. Si cette machine étoit placée ſur une tiviere, on autoit les deux tègles ſuivantes :

Règles pour la machine de la figure 28, mûe par une riviere.

Premiere Règle. Pour trouver le tayon du rouet, multipliez le rayon moyen de la roue à aubes par celui de la lanterne, par le nombre de révolutions que doit faire dans une ſeconde l'arbre ſur lequel le poids agit, & enfin par la quanrité $\frac{11^{0}}{7}$; & diviſez le téſultat par la vîreſſe moyenne du courant. Le quotient ſera le tayon moyen cherché.

Cette règle eſt le développement de ce qu'exprime la premiere formule du n. 176.

Seconde Règle. Pour connoître le poids enlevé :

1°. De la quanité $\frac{9}{4}$ ôtez le quotient que vous donnera le tiers du rayon du tourrillon H diviſé pat celui de la toue à aubes, & multipliez le reſte par la ſurface de l'aîle, pat le cube de la vîteſſe moyenne du courant, par la fraction $\frac{4}{11}$, & enfin par $\frac{7}{8}$ ſi vous employez un courſier, ou par $\frac{7}{6}$ ſi vous n'en employez point : le produit vous donnera une ptemiere quantité.

2°. Multipliez le poids de l'équipage de l'arbre horiſontal NE pat le tayon de ſon toutrillon, par la viteſſe moyenne du courant, & par la fraction $\frac{3}{5}$, & diviſez le ptoduit par le rayon moyen de la roue à aubes : le quotient vous donneta une ſeconde quantité.

3°. Diviſez le tiers du rayon du touttillon H pat celui de la toue à aubes ; & ayant augmenté le quotient d'une unité, mukipliez la ſomme pat le btas de leviet du poids enlevé, par

le nombre de révolutions que doit faire dans une ſeconde l'arbre ſur lequel le poids agit, & enfin par la grandeur $\frac{1041}{61}$: le produit vous donnera une troiſieme quantité.

4°. Retranchez la ſeconde de la premiere, & diviſez le reſte par la troiſieme, le quotient ſera le poids enlevé.

Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 178.

Exemple. Suppoſons que les différentes pieces de la machine, ainſi que le nombre de révolutions de l'arbre AC ſoient les mêmes que dans l'exemple précédent; que la vîteſſe moyenne de l'eau ſoit de 12 pieds, & la ſurface de l'aile = 8 pieds quarrés :

La premiere règle nous donnera le rayon moyen du rouet $= \frac{51}{7}$ pieds = 7 pieds 10 pouces 3 lignes.

En ſuivant la ſeconde règle, nous trouverons la premiere quantité $= \frac{1356417}{100}$, ſi l'on emploie un courſier, & $= \frac{578518}{100}$ ſi l'on n'en emploie aucun; la ſeconde $= \frac{168114}{100}$, & la troiſieme $= \frac{817}{100}$. Otant la ſeconde de la premiere, diviſant le reſte par la troiſieme, & négligeant les fractions, nous aurons le poids enlevé en employant un courſier = 1363 lb, & ſans le ſecours du courſier = 673 lb.

Règles pour la machine de la fig. 25, mue par un courſier particulier.

566. Suppoſons à préſent que l'arbre ſur lequel le poids agit, ſoit horiſontal, que la machine ſoit ſimple comme dans la *fig.* 25, & qu'elle doive être placée ſur un courant particulier qui ſe précipite dans un courſier incliné. On aura les deux règles ſuivantes.

Premiere Règle. On aura le rayon moyen de la roue, en ſuivant la premiere règle du n. 563.

Nous en avons donné la raiſon aux n. 165 & 167.

Seconde Règle. Pour trouver le poids enlevé :

1°. Extrayez la racine quarrée de la chûte relative, & multipliez-la par la dépenſe du courant, par le rayon moyen de la

roue à aubes, & par le nombre $\frac{6134}{1000}$: le produit vous donnera une premiere quantité.

2°. Multipliez le poids de l'arbre par le tiers du rayon de ſon tourrillon, & vous aurez une ſeconde quantité.

3°. Ajoutez le tiers du rayon du tourrillon au bras de levier du poids, & la ſomme vous fournira une troiſieme quantité.

4°. Retranchez la ſeconde de la premiere, & diviſez le reſte par la troiſieme, le quotient ſera le poids enlevé.

Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 167.

Exemple. Que la dépenſe de la ſource ſoit = 15 pieds cubes; la chûte relative = 13 pieds; le poids de l'arbre EF & de la roue à aubes = 2000 ℔; le nombre de révolutions dans une ſeconde = 1, & le bras de levier EC = $\frac{1}{2}$ pied.

Par la premiere règle, nous trouverons le rayon moyen de la roue = $\frac{167}{100}$ pieds = 1 pied 8 pouces $\frac{1}{2}$ ligne.

Par la ſeconde règle, nous aurons la premiere quantité qui la compoſe = $\frac{15116}{100}$; la ſeconde = $\frac{12111}{100}$, & la troiſieme = $\frac{10}{16}$. Effectuant les opérations preſcrites, & négligeant la fraction finale, nous trouverons le poids enlevé = 893 ℔.

567. Si la machine devoit être placée ſur une riviere dont la viteſſe fût aſſez conſidérable pour ſatisfaire au nombre de révolutions que doit faire l'arbre; on auroit les deux règles ſuivantes:

Règles pour la machine de la fig. 25, placée ſur une riviere.

Premiere Règle. Pour trouver le rayon moyen de la roue, multipliez la viteſſe moyenne du courant par $\frac{7}{110}$, & diviſez le produit par le nombre de révolutions que l'arbre doit faire dans une ſeconde. Le quotient ſera le rayon cherché.

Cette règle eſt fondée ſur la premiere formule du n. 169.

Seconde Règle. Pour trouver le poids enlevé:

1°. Multipliez le quarré de la viteſſe moyenne du courant par la ſurface de l'aîle, par le rayon moyen de la roue, par la fraction $\frac{9}{13}$, & enfin par $\frac{2}{3}$, ſi vous employez un courſier, ou

par $\frac{7}{6}$, ſi vous n'en employez point : le produit vous donnera une premiere quantité.

2°. Multipliez le poids de l'arbre & de ſes dépendances par le tiers du rayon de ſon rourrillon, & vous aurez une ſeconde quantité.

3°. Ajourez au bras de levier du poids le tiers du rayon de ſon rourrillon, & vous aurez une rroiſieme quanrité.

4°. Otez la ſeconde de la premiere, & diviſez le reſte par la troiſieme, le quorienr vous donnera le poids enlevé.

Cette règle eſt fondée ſur la ſeconde formule du n. 169.

Exemple. Suppoſons que l'on ait la vîteſſe moyenne du courant = 12 pieds, le nombre de révolurions de l'arbre EF dans une ſeconde = $\frac{1}{4}$; la ſurface de l'aîle = 8 pieds quarrés; le poids de l'équipage de l'arbre = 2000 ℔; le bras de levier EC du poids = $\frac{1}{4}$ pied, & le rayon du rourrillon H = $\frac{1}{6}$ pied.

La premiere règle nous donnera le rayon moyen de la roue = $\frac{84}{75}$ pieds = 1 pied 6 pouces 4 lignes, à-peu-près.

Par la ſeconde règle, nous trouverons la premiere quanrité qui enrre dans l'expreſſion du poids = $\frac{147791}{100}$, quand on ſe ſert d'un courſier, & = $\frac{73895}{100}$ quand on n'en emploie poinr; la ſeconde = $\frac{55555}{100}$, & la rroiſieme = $\frac{50}{74}$. Faiſant les opérations preſcrires, nous aurons le poids enlevé avec le ſecours d'un courſier = 2485 ℔, & ſans courſier = 1141 ℔.

Règles pour la machine de la fig. 29, mûe par un courant particulier.

568. Suppoſons que la machine devanr être mue par un courant parriculier, comme au n. 566, la chûre ne fût pas aſſez forte pour produire le nombre de révolurions propoſé : on emploieroit une machine à engrénage, ſemblable à celle qui eſt repréſentée par la *fig.* 29, & l'on auroit les deux règles ſuivantes.

Premiere Règle. Pour avoir le rayon du rouer, multipliez le rayon de la roue à aubes par celui de la lanrerne, par le nombre de révolutions de l'arbre MN dans une ſeconde, &

par $\frac{1151}{1000}$, & diviſez le produit par la racine quarrée de la chûte relative. Le quotient ſera le rayon cherché.

Cette règle eſt fondée ſur la derniere formule du n. 180.

Seconde Règle. Pour trouver le poids enlevé.

1°. Diviſez le tiers du rayon du tourrillon par celui de la roue à aubes: retranchez le quotient de $\frac{9}{4}$, & multipliez le reſte par la dépenſe du courant, par la chûte relative & par le nombre 19911: vous aurez une premiere quantité.

2°. Multipliez la racine quarrée de la chûte relative par le poids de l'équipage de l'arbre EF, par le rayon de ſon tourrillon H, & par le nombre 1617; & diviſez le produit par le rayon de la roue à aubes: le quotient vous donnera une ſeconde quantité.

3°. Augmentez d'une unité le quotient que vous donnera le tiers du rayon du tourrillon H diviſé par celui de la roue à aubes, & multipliez la ſomme par le nombre de révolutions de l'arbre MN, & par 16588: vous aurez une troiſieme quantité.

4°. Multipliez le poids de l'équipage de l'arbre MN par le tiers du rayon de ſon tourrillon, & vous aurez une quatrieme quantité.

5°. Ajoutez le tiers du rayon du tourrillon Q au bras de levier du poids, & vous aurez une cinquieme quantité.

6°. Otez la ſeconde de la premiere, & ayant diviſé le reſte par la troiſieme, du quotient que vous aurez retranchez la quatrieme, & diviſez ce nouveau teſte par la cinquieme. Le réſultat ſera le poids cherché.

Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 182.

Exemple. Suppoſons que l'on ait la dépenſe de la ſource = 15 pieds cubes; ſa chûte relative = 9 pieds; le rayon moyen de la roue = 6 pieds; celui (MD) de la lanterne = 1 pied; celui du tourrillon H, ainſi que celui du tourrillon Q = $\frac{1}{2}$ pied;

Digitized by Google

le bras (NK) de levier du poids $= \frac{1}{2}$ pied; le nombre de révolutions de l'arbre MN dans une ſeconde $= 1$; le poids de l'équipage de l'arbre MN $= 2000$ ℔; & celui de l'équipage de l'arbre EF $= 1200$ ℔.

La premiere règle nous donnera le rayon du touet $= \frac{41}{10}$ pieds $= 4$ pieds 3 pouces 7 lignes $\frac{1}{5}$.

Par la ſeconde règle, nous trouverons que les quantités qui entrent dans l'expreſſion du poids, ont les valeurs ſuivantes. La premiere $= \frac{601307750}{100}$; la ſeconde $= \frac{10779999}{100}$; la troiſieme $= \frac{1674160}{100}$; la quatrieme $= \frac{11111}{100}$; & la cinquieme $= \frac{10}{16}$. Ainſi, en effectuant les opérations preſcrites, nous trouverons le poids enlevé $= 435$ ℔.

Règles pour la machine de la fig. 29, placée ſur une riviere.

569. Si cette machine devoit être placée ſur une riviere, on auroit les deux règles ſuivantes.

Premiere Règle. Pour trouver le rayon du touet, on exécutera ce qui eſt preſcrit par la premiere règle du n. 565.

Nous l'avons démontré au n. 183.

Seconde Règle. Pour connoître le poids enlevé:

1°. De $\frac{2}{3}$ ôtez le quotient que vous aurez en diviſant le tiers du rayon du tourillon H par le rayon moyen de la roue à aubes; multipliez le reſte par la ſurface de l'aube, par le cube de la vîteſſe moyenne du courant, par la fraction $\frac{4}{11}$, & enfin par $\frac{7}{8}$, ſi vous employez un courſier, ou par $\frac{7}{6}$ ſi vous n'en employez point: vous aurez une premiere quantité.

2°. Multipliez la vîteſſe moyenne du courant par le poids de l'arbre EF, par le rayon du tourrillon H, & par la fraction $\frac{3}{5}$, & diviſez le produit par le rayon moyen de la roue à aubes: vous aurez une ſeconde quantité.

3°. Diviſez le tiers du rayon du tourrillon H par celui de la roue à aubes; augmentez le quotient d'une unité, & multipliez la ſomme par le nombre de révolutions de l'arbre MN, & par la grandeur $\frac{1045}{63}$: vous aurez une troiſieme quantité.

4°.

4°. Multipliez le poids de l'arbre MN par le tiers du rayon de ſon tourrillon Q: vous aurez une quatrieme quantité.

5°. Ajoutez le tiers du rayon du tourtillon Q au bras de levier du poids, & vous aurez une cinquieme quantité.

6°. Retranchez la ſeconde de la premiere, & ayant diviſé le reſte par la troiſieme; du quotient retranchez la quatrieme, & diviſez ce nouveau reſte par la cinquieme. Le réſultat ſera le poids enlevé.

Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 183.

Exemple. Suppoſons que la ſurface de l'aube ſoit = 8 pieds quarrés, la vîteſſe moyenne du courant = 12 pieds; le nombre de révolutions par ſeconde de l'arbre MN = $\frac{1}{2}$; & toutes les autres quantités qui entrent dans les règles, les mêmes que dans l'exemple précédent.

La premiere règle nous donnera le rayon moyen du rouet = $\frac{110}{36}$ pieds = 3 pieds 11 pouces 1 ligne $\frac{4}{5}$.

Par la ſeconde règle nous trouverons la premiere quantité qui entre dans l'expreſſion du poids = $\frac{1156417}{100}$ lorſqu'on emploiera un courſier, & = $\frac{578118}{100}$ quand on n'en emploiera aucun; la ſeconde = $\frac{9888}{100}$; la troiſieme = $\frac{97}{100}$; la quatrieme = $\frac{11111}{100}$, & la cinquieme $\frac{10}{16}$. Faiſant les opérations preſcrites, nous aurons le poids enlevé = 2290 lb ou = 1034 lb ſelon qu'on emploiera ou qu'on n'emploiera pas de courſier.

570. Lorſqu'on emploiera une écluſe, la conſtruction ſe rapportera toujours à quelqu'une des précédentes (507 & 511). Pour connoître à-peu-près l'effet qu'on doit attendre de la machine ſuppoſée mue ſans interruption, par la ſource qui fournit à l'écluſe, on fera cette règle de trois: ſi la dépenſe de l'écluſe produit à chaque inſtant (ou dans un temps donné) l'effet calculé; quel effet produira dans le même temps la dépenſe de la ſource qui entretient l'écluſe?

Règle pour connoître l'effet d'une machine à écluſe.

Cette règle eſt la même que celle du n. 259.

Ce qu'il faut faire quand on a un grand volume d'eau.

571. Si l'on avoit à diſpoſer d'un volume d'eau & d'une chûte capables de mouvoir pluſieurs machines à la fois, on ſuivroit le procédé que nous avons indiqué au n. 245, auquel nous renvoyons.

§. VIII.

Applications.

Application à la machine de la fig. 24, mue par un courant particulier.

572. On a une ſource dont la dépenſe eſt de 20 pieds cubes d'eau par ſeconde, & dont la chûte abſolue eſt de 18 pieds, déduction faite de la pente néceſſaire aux canaux de conduire & de fuite. On veut l'employer à mouvoir une machine dont l'arbre ſur lequel le poids agira ſera vertical, & fera une révolution par ſeconde: le bras de levier du poids eſt = 1 pied, & la moindre machine de cette eſpece exige une ſource dont la dépenſe & la chûte relative multipliées l'une par l'autre, donnent un produit = 192. Il s'agit de ſavoir ſi la machine ſe mouvra ſans interruption, ou s'il faudra employer une écluſe; de connoître ſi elle ſera ſimple ou a engrénage; de déterminer tout ce qui lui eſt relatif pour produire le plus grand effet, & enfin de trouver la valeur de cet effet, c'eſt-à-dire celle du poids enlevé.

Cherchons d'abord la chûte de l'eau après l'impulſion, c'eſt-à-dire QS (*fig.* 31) en déterminant la moindre largeur qu'on peut donner au courſier de décharge. Par la méthode preſcrite au n. 489, nous trouverons que cette largeur eſt = 4 pieds 5 pouces à-peu-près; & par conſéquent il ſuffit que l'on faſſe QS = $\frac{1}{4}$ pied.

Pour connoître ſi la machine pourra ſe mouvoir d'un mouvement continu, regardons pour un moment dm (qui eſt = 17 pieds, puiſque QS = $\frac{1}{4}$ pied, & que (483) la hauteur mQ du reſſaut = 3 pouces = $\frac{1}{4}$ pied) comme la chûte relative, quoiqu'elle ſoit un peu plus grande que la véritable (498): multi-

plions la par la dépenſe = 20, & nous aurons un produit = 340. Suivant ce que nous avons vu au n. 503, comparons-le à 192, & nous conclurons que quoique 340 ſoit un peu plus grand que le produit de la dépenſe par la véritable chûte relative, celui-ci doit néanmoins être auſſi plus grand que 192, à cauſe de la grande différence qu'il y a entre 340 & 1921 par conſéquent la machine que nous emploierons ſera plus grande que la moindre de la même eſpece, & elle ſe mouvra d'un mouvement continu.

Pour ſavoir ſi nous devons employer une machine ſans engrénage, telle que celle qui eſt repréſentée par la *fig.* 24, ou s'il faut recourir aux engrénages & ſe ſervir d'une machine ſemblable à celle de la *fig.* 28; voyons ſi la chûte dont nous pouvons diſpoſer, n'eſt pas au-deſſous de celle qu'exige une machine ſimple. Continuons de tegarder 17 pieds comme la chûte relative de notre ſource. Exécutons ce qui eſt preſcrit par la règle du n. 524; nous trouverons la premiere quantité qui entre dans cette règle, je veux dire la racine cubique de la quatrieme puiſſance du nombre de révolutions multipliée par le quarré de la dépenſe, = $\frac{7117}{100}$. Suivant le n. 526, multiplions cette quantité par les réſultats qui ſont le plus vers la droite dans la table du n. 524: nous aurons des produits conſtamment plus grands que 17. Il n'y aura que le premier, c'eſt-à-dire $\frac{1887}{1000}$ qui nous donnera $\frac{1199}{100}$, quantité ſenſiblement moindre que 17, & conſéquemment moindre que la véritable chûte relative. Donc nous pourrons employer une machine ſemblable à celle de la *fig.* 24, mais à condition que la largeur du courſier au bas de la chûte ne ſera que le tiers de la profondeur naturelle de l'eau au même endroit, ainſi que l'indique le premier réſultat de la table dont nous venons de faire uſage.

Pour déterminer la véritable chûte relative, cherchons la largeur du courſier & la profondeur de l'eau au bas de la chûte. Suivant la règle du n. 496, extrayons de 17 la racine quarrée

$= \frac{4123}{1000}$, & par cette racine, diviſons la dépenſe $= 20$. Nous aurons pour quotient $\frac{48508}{10000}$ dont la racine quarrée eſt $= \frac{22}{10}$, que nous multiplierons par le dernier réſultat $= \frac{213}{1000}$ de la table de ce numéro ; ce qui nous donnera la largeur de la partie inférieure du courſier $= \frac{47}{100}$ pied. Multiplions cette quantité par 3, & nous aurons la profondeur naturelle de l'eau $= \frac{141}{100}$ pieds. Donc, ſuivant le n. 498, retranchons cette derniere quantité de 17, & nous aurons la chûte relative d'après laquelle nous pourrons faire le calcul de la machine $= \frac{1519}{100}$ pieds, ou plus ſimplement (444), $= \frac{156}{10}$ pieds.

Pour trouver la largeur du courſier au haut de la chûte, ſuppoſons que la profondeur de l'eau doive y être $= 2$ pieds : par la méthode indiquée au n. 499, nous trouverons cette largeur $= \frac{146}{100}$ pieds.

Nous avons donné au n. 478 la méthode pour trouver l'inclinaiſon du courſier.

Paſſons aux dimenſions de la roue. Puiſque l'arbre eſt vertical, & que la machine eſt ſans engrénage, la roue ſera horiſontale. Nous avons parlé du nombre & de la forme des aîles aux n. 513 — 515, de leur inclinaiſon au n. 522, & de leur débordement aux n. 483, 502 1°. & 519. Il ſera aiſé de trouver chacune de leurs dimenſions, puiſque la largeur de la partie inférieure du courſier, & la profondeur de l'eau au même point ſont déterminées.

Extrayons la racine quarrée $\frac{194}{100}$ de la chûte relative $\frac{156}{10}$. En exécutant ce qui eſt preſcrit par la premiere règle du n. 563, nous trouverons le rayon moyen de la roue $= \frac{1825}{1000}$ pieds $=$ 1 pied 9 pouces 11 lignes.

Enfin, par le procédé de la ſeconde règle du même numéro, nous trouverons que le poids enlevé ſera $= \frac{8891}{10}$ ℔, ou ſeulement $= 889$ ℔.

Application à la machine de la fig. 28, mue par un courant particulier.

573. Nous venons de voir que dans l'application précédente pour pouvoir ſe diſpenſer d'employer des engrénages, il falloit

que la largeur du courſier au bas de la chûte ne fût que le tiers de la profondeur naturelle de l'eau au même endroit. Suppoſons au contraire que ce ſoit la profondeur de l'eau qui ne ſoit que le tiers de la largeur du courſier, & que d'ailleurs le bras de levier du poids, & le nombre de révolutions de l'arbre vertical ſoient les mêmes qu'au numéro précédent. Nous ſerons obligés d'employer une machine ſemblable à celle de la *fig.* 28, dans laquelle toutes les dimenſions ſeront arbitraires ou données, excepté celles des aîles qui dépendent de la largeur du courſier au bas de la chûte & le rayon du rouet. Nous ſuppoſerons donc que le poids de l'arbre EN, & de ſes dépendances = 1500 ℔; le rayon moyen de la roue à aubes = 6 pieds; celui du tourtillon H = $\frac{1}{6}$ pied; & celui de la lanterne = 1 pied.

La dépenſe de la ſource motrice & ſa chûte abſolue étant les mêmes que dans l'exemple précédent, la valeur de *dm* (*fig.* 31) & la largeur de la partie ſupérieure du courſier ſeront auſſi les mêmes.

Pour avoir la largeur de la partie inférieure du courſier, ſuivant la règle du n. 496, multiplions la quantité $\frac{11}{10}$ trouvée dans l'application précédente par le premier réſultat $\frac{640}{1000}$ de la table, & nous aurons cette largeur = $\frac{141}{100}$ pieds = 1 pied 4 pouces 11 lig.

Par la règle du n. 497, nous aurons la profondeur naturelle de l'eau au même endroit = $\frac{47}{100}$ pied = 5 pouces 7 lignes $\frac{5}{7}$.

Enfin, par la règle du n. 498, nous trouverons la chûte relative d'après laquelle nous pourrons faire le calcul de la machine, en retranchant $\frac{47}{100}$ de *dm* = 17; ce qui nous donnera un reſte = $\frac{1653}{100}$ pieds = 16 pieds 6 pouces 4 lignes $\frac{8}{7}$.

Nous avons dit ce qu'il falloit obſerver par rapport à la forme & au nombre des aîles, aux n. 513 — 515; par rapport à leur inclinaiſon au n. 521, & par rapport à leur débordement aux numéros 483, 502 2°. & 519. Connoiſſant

d'ailleurs les dimenſions de la partie inférieure du courſier, on a tout ce qui eſt néceſſaire pour conſtruire la roue à aubes.

Exécurons ce qui eſt preſcrit par les deux règles du n. 564, & nous trouverons; 1°. le rayon du rouet $= \frac{117}{100}$ pieds $= 3$ pieds 2 pouces; 2°. le poids enlevé $= 864$ ℔. L'on voit que ce poids eſt moindre que celui du numéro précédent. Cela doit être ainſi à cauſe de la réſiſtance qui s'exerce à l'engrénage & aux toutrillons. C'eſt pour cela qu'on ne doit employer que le moins qu'on pourra des machines à engrénage.

Pour trouver les dimenſions de l'engrénage, nous ſuppoſerons d'abord que l'épaiſſeur des dents $=$ 2 pouces 6 lignes $= \frac{1}{14}$ pied; que cette épaiſſeur eſt égale à celle des fuſeaux, & que la largeur du jeu $=$ 3 lignes $= \frac{1}{48}$ pied. La ſomme de ces trois quantités eſt $= \frac{7}{16}$ pied. (448) La circonférence moyenne du rouet $= \frac{1990}{100}$. Suivons ce qui eſt preſcrit aux n. 544 & 546; nous trouverons que cette circonférence diviſée par la ſomme précédente $\frac{7}{16}$ donne un quotient $= 45\ \frac{81}{100}$. Multiplions par le rayon $= 1$ de la lanterne les nombres 45, 44, 43, 42 & 41, & diviſons les produits par le rayon $= \frac{117}{100}$ du rouet; nous aurons les quotients reſpectifs, $14\ \frac{19}{100}$, $13\ \frac{88}{100}$, $13\ \frac{56}{100}$, $13\ \frac{24}{100}$, $12\ \frac{91}{100}$, dont le dernier approche le plus d'un nombre entier 13. Ce nombre ſera donc celui des fuſeaux, & 41 celui des dents. Cherchons-en la vraie épaiſſeur par la méthode du n. 545, en conſervant la même grandeur au jeu, & nous la trouverons $= \frac{232}{1000}$ pieds $=$ 2 pouces 9 lignes 5 points.

Application à la machine de la fig. 21, mûe par un courant particulier.

574. Suppoſons à préſent que l'arbre ſur lequel le poids agita ſoit horiſontal, la dépenſe & la chûte de la ſource, ainſi que le nombre de révolutions de l'arbre & le bras de levier du poids étant encore les mêmes qu'aux deux exemples précédents. Nous trouverons de la même maniere qu'au n. 572, que nous pourrons employer une machine ſans engrénage, telle que celle

qui eſt repréſentée par la *fig.* 25, pourvu que la dimenſion de la ſection du courant priſe dans le ſens du rayon, ne ſoit que le tiers de l'autre; & puiſqu'ici le rayon eſt vertical, il faudra que la profondeur naturelle du courant au bas du courſier, ne ſoit que le tiers de la largeur du courſier au même endroit. Ainſi le courſier aura exactement les mêmes dimenſions & la chûte relative la même valeur que dans l'exemple du n. 573. Il nous reſte à trouver le rayon moyen de la roue, & le poids que nous pouvons enlever.

Application à la machine de la fig. 29, mûe par un courant particulier.

Suppoſons le poids de l'équipage de l'arbre EF = 1500 ℔, & le rayon du tourrillon = $\frac{1}{8}$ pied. Les deux règles du n. 566 nous donneront; 1°. le rayon moyen de la roue = $\frac{121}{100}$ pieds = 1 pied 10 pouces 6 lignes $\frac{1}{4}$; 2°. le poids enlevé = 808 ℔.

575. La dépenſe & la chûte de la ſource, ainſi que le bras de levier du poids & la ſituation de l'arbre ſur lequel il agit, étant les mêmes que dans l'exemple précédent, ſuppoſons que l'arbre doive faire 2 révolutions par ſeconde. La quatrieme puiſſance de 2 multipliée par le quarré de 20, donne 6400, dont la racine cubique = $\frac{2516}{100}$. Or, dans la table du n. 524, il n'y a aucun réſultat qui, multiplié par cette racine, ne donne une quantité beaucoup au-deſſus de la chûte dont nous avons à diſpoſer. Donc, ſuivant ce que nous avons dit au même numéro pour imprimer ce degré de vîteſſe à l'arbre ſur lequel le poids agit, il faut employer un engrénage, & ſe ſervir d'une machine ſemblable à celle de la *fig.* 29. Cependant les dimenſions du courſier & la chûte relative ſeront les mêmes que dans l'exemple précédent. Il n'y a plus qu'à déterminer le rayon moyen du hériſſon, le poids à enlever, & les dimenſions de l'engrénage.

Suppoſons que les deux arbres ſoient de même poids, & leurs tourrillons de même rayon: que le poids de chaque arbre & de ſes dépendances ſoit = 1500 ℔; le rayon des tourrillons

$= \frac{1}{6}$ pied; le rayon moyen de la roue $= 6$ pieds, & celui de la lanterne $= 1$ pied. En effectuant ce qui eſt preſcrit par les deux règles du n. 568, nous trouverons le rayon du rouet $= \frac{611}{100}$ pieds $= 6$ pieds 4 pouces 2 lignes $\frac{1}{3}$; & le poids enlevé $=$ 330 ℔. Cette derniere quantité eſt au-deſſus de la moitié des précédents; 1°. à cauſe que ſa vîteſſe eſt double; 2°. à cauſe de la réſiſtance du frottement de l'engrénage & des tourrillons.

Pour connoître tout ce qui eſt relatif à l'engrénage, nous ſuppoſerons encore, ainſi que nous avons fait au n. 573, que les dents & les fuſeaux ont la même épaiſſeur, & que le jeu eſt $=$ 3 lignes $= \frac{1}{48}$ pieds; donnons d'abord deux pouces ſix lignes d'épaiſſeur aux dents & aux fuſeaux. Cette épaiſſeur ſera exprimée par la fraction $\frac{1}{24}$ pied. Ajoutons ces trois quantités, & nous aurons leur ſomme $= \frac{7}{16}$ pied. Par la méthode du n. 448, nous trouverons la circonférence moyenne du rouet $= \frac{19914}{1000}$ pieds. Conformément aux n. 544 & 546, diviſons la circonférence du rouet par $\frac{7}{16}$, le quotient ſera $=$ 91 $\frac{312}{1000}$. Multiplions par le rayon $= 1$ de la lanterne les nombres 91, 90, 89, 88, 87, & diviſons chaque produit par le rayon $= \frac{611}{100}$ du rouet; nous aurons les quotients correſpondans qui ſeront 14 $\frac{31}{100}$, 14 $\frac{17}{100}$, 14 $\frac{1}{100}$, 13 $\frac{87}{100}$, & 13 $\frac{70}{100}$. De tous ces quotients, celui qui approche le plus d'un nombre entier eſt le troiſieme $= 14 \frac{1}{100}$. Donc le nombre de fuſeaux ſera $= 14$, & celui des dents ſera $= 89$.

Diviſons la circonférence du rouet par 89, nous aurons pour quotient $\frac{448}{1000}$ pieds, ôtons-en le jeu $= \frac{1}{48} = \frac{20}{1000}$, & prenons la moitié du reſte. Elle exprimera la vraie épaiſſeur des dents & des fuſeaux, laquelle ſera $= \frac{214}{1000}$ pieds $=$ 2 pouces 6 lignes 10 points.

Application à la machine de la fig. 28, mûe par une riviere.

576. Venons à la conſtruction des machines ſur les rivieres, & commençons par celles dont l'arbre ſur lequel le poids agit eſt vertical, comme dans la *fig.* 28. Suppoſons que la vîteſſe des

des eaux de la ſurface ſoit = 6 pieds; le poids de l'arbre EN = 1500 ℔; le rayon de la lanterne = 1 pied; celui des tourtillons H = $\frac{1}{6}$ pied; le bras de levier du poids = 1 pied; le nombre de révolutions par ſeconde de l'arbre vertical = 1; la largeur de l'aîle = 8 pieds, & le nombre de fois que le rayon moyen de la roue à aubes contiendra la hauteur de l'aîle = 6.

Par la méthode du n. 534, nous trouverons la plus grande hauteur qu'on puiſſe donner aux aîles = $7\frac{7}{10}$ pieds. Donnons-leur donc 1 pied de hauteur: le rayon moyen de la roue à aubes ſera = 6 pieds, & la ſurface de l'aîle ſera = 8 pieds quarrés (454).

Par la règle du n. 536, nous trouverons la vîteſſe moyenne du courant = $\frac{813}{100}$ pieds. La premiere règle du n. 565 nous donnera le rayon du rouet = $\frac{1161}{100}$ pieds = 11 pieds 7 pouces 4 lignes; & la ſeconde nous fera connoître que le poids enlevé ſera = 209 ℔ ou 102 ℔, ſelon qu'on emploiera ou qu'on n'emploiera pas des courſiers. La valeur que nous trouverons pour le rayon du rouet ſera plus grande que celle du rayon de la roue. Si l'on vouloit le rendre moindre, il faudroit employer deux engrénages, ou ſi les circonſtances le permettoient, diminuer le nombre de révolutions de l'arbre vertical; on ne perdroit rien du côté du poids, à cauſe qu'il augmentera dans le même rapport que le nombre de révolutions diminuera. Ainſi, dans cet exemple, pour diminuer le rayon du rouet, ſuppoſons que l'arbre vertical ne faſſe qu'un quart de révolution dans une ſeconde. Le rayon du rouet deviendra 4 fois moindre, & le poids enlevé 4 fois plus grand. Le premier ſera = $\frac{19}{10}$ pieds = 2 pieds 10 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$, & le ſecond = 836 ℔, ou = 408 ℔.

Dans ce dernier cas, pour trouver tout ce qui eſt relatif à l'engrénage, nous ſuppoſerons d'abord aux dents, aux fuſeaux, & au jeu, les mêmes dimenſions qu'aux exemples pré-

cédents. En ſuivant le même procédé, nous trouverons la circonférence moyenne du rouer $= \frac{18118}{1000}$ pieds laquelle diviſée par $\frac{7}{16}$ donne au quotient 41 $\frac{664}{1000}$. Multiplions par le rayon de la lanterne les nombres 41, 40, 39, 38, & diviſons les produits par le rayon $\frac{19}{10}$ du rouer; nous aurons les quotients 14 $\frac{11}{100}$, 13 $\frac{79}{100}$, 13 $\frac{44}{100}$, 13 $\frac{10}{100}$. Le dernier, étant le plus proche d'un nombre entier, nous fait voir que le nombre de fuſeaux $= 13$ & celui des dents $= 38$. Conſervant le même jeu, nous connoîtrons par la méthode du n. 545, que la véritable épaiſſeur des dents & des fuſeaux ſera $= \frac{219}{1000}$ pieds $=$ 2 pouces 9 lignes.

Application à la machine de la fig. 25 placée ſur une riviere.

577. La vîteſſe de la riviere étant la même que dans le cas précédent, il s'agit d'y placer une machine ſemblable à celle de la *fig.* 25, qui faſſe ſeulement 5 révolutions par minute.

Suppoſons que le poids de l'arbre EF & de ſes dépendances ſoit $=$ 1500 lb, le rayon du tourrillon $= \frac{1}{6}$ pied; le bras de levier du poids $=$ 1 pied; la largeur de l'aîle $=$ 8 pieds. Le nombre de révolutions dans une ſeconde ſera $= \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$.

Souvenons-nous (516) que le rayon moyen de la roue doit contenir au moins 3 fois & demie la hauteur de l'aîle. Prenons donc arbitrairement un nombre plus grand que $3\frac{1}{2}$, par exemple, $7\frac{1}{2}$, & d'après cette quantité, cherchons la plus grande hauteur de l'aîle. Par la règle du n. 534, nous trouverons qu'à la rigueur on pourroit donner $7\frac{1}{10}$ pieds de hauteur aux aîles ſans craindre que l'eau ne fût pouſſée par quelque point de la roue. Mais la roue devant faire un nombre connu de révolutions par ſeconde, ſon rayon ſera déterminé. Il en ſera donc de même de la hauteur de l'aîle. Suppoſons cette hauteur $=$ 1 pied, la vîteſſe moyenne du courant ſera encore $= \frac{213}{100}$ pieds. La premiere règle du n. 567 nous donnera le rayon moyen de la roue $= \frac{61}{10}$ pieds $=$ 6 pieds 2 pouces 5 lignes. Par où l'on voit que le rayon moyen de la roue contiendra plus de 3 fois & demie la hauteur de l'aîle. Si cela n'avoit pas lieu, on diminueroit la hauteur de l'aîle, & l'on recommenceroit cette partie du calcul de la machine.

La ſeconde règle du n. 567 nous fera connoître que la valeur du poids enlevé ſera = 2521 ℔, ou = 1221 ℔, ſelon qu'on emploiera ou qu'on n'emploiera pas de courſier.

Application à la machine de la fig. 29, placée ſur une riviere.

578. Suppoſons à préſent que l'arbre ſur lequel le poids agit doive faire 20 révolurions par minute ou $\frac{1}{3}$ par ſeconde, tout le reſte érant d'ailleurs le même que dans l'exemple précédenr. En donnant encore 1 pied de hauteur aux aîles, nous trouverions par la premiere règle du n. 567, le rayon moyen de la roue à aubes = $\frac{111}{100}$ pieds = 1 pied 6 pouces 7 lignes. Or, ſelon la bonne conſtruction, il faudroit que cette quantité fût au moins = 3 pieds & demi. Donc il faudra diminuer la hauteur de l'aîle, ou employer un engrénage. Si nous diminuons la hauteur de l'aîle, elle deviendra exceſſivemenr petite: ainſi il vaut mieux employer un engrénage, & ſe ſervir d'une machine ſemblable à celle de la *figure* 29.

Suppoſons que chacun de ſes arbres ait un poids = 1500 ℔; que les rayons des tourrillons ſoient = $\frac{1}{6}$ pied; celui de la lanterne = 1 pied; celui de la roue à aubes, = 6 pieds; la largeur ainſi que le bras de levier du poids de l'aîle = 8 pieds; & ſa hauteur = 1 pied; la viteſſe moyenne du courant ſera encore = $\frac{812}{100}$ pieds. La premiere règle du n. 569 nous donnera le rayon du hériſſon = $\frac{187}{100}$ pieds = 3 pieds 10 pouces 5 lignes $\frac{1}{4}$; & la ſeconde nous donnera le poids enlevé qui ſera = 515 ℔ quand on emploiera un courſier, & qui ſe réduira à 219 ℔, quand on n'en emploiera point.

Suppoſons d'abord aux denrs & aux fuſeaux les mêmes dimenſions qu'aux exemples précédents, & faiſons pareillement l'intervalle du jeu = 3 lignes = $\frac{1}{48}$ pied. La ſomme des épaiſſeurs d'une dent & d'un fuſeau, augmentée de l'intervalle du jeu, ſera encore = $\frac{7}{16}$. La circonférence moyenne du rouer ſera = $\frac{24127}{1000}$ pieds, & diviſée par la ſomme précédente, elle donnera 55 $\frac{604}{1000}$. Multiplions par le rayon de la lanterne les nombres 55, 54, 53, & diviſons les produits par le rayon du

hériſſon, nous aurons les quotients $14\frac{21}{100}$, $13\frac{91}{100}$ & $13\frac{69}{100}$, dont le ſecond approche le plus d'un nombre entier. Donc le nombre de fuſeaux ſera = 14, & celui des dents ſera = 54.

Diviſons la circonférence du hériſſon par 54: nous aurons pour quotient $\frac{41}{100}$ pied. De cette qantité retranchons le jeu = $\frac{1}{48} = \frac{2}{100}$, & prenons la moitié du reſte. Ce ſera la vraie épaiſſeut des dents & des fuſeaux, laquelle ſera = $\frac{115}{1000}$ pieds = 2 pouces 7 lignes.

Application à une machine à écluſe.

579. On a une ſource dont la dépenſe = 2 pieds cubes d'eau par ſeconde, & dont la chûte abſolue = 20 pieds. On veut l'employer à mouvoir une machine dont l'arbre ſur lequel le poids agira, doit faire une révolution par ſeconde, & dans laquelle le bras de levier du poids ſoit = 1 pied. La moindre machine de même eſpece exige une dépenſe & une chûte telles que leur produit ſoit = 120. Il s'agit de trouvet tout ce qui eſt relatif à cette machine, afin qu'elle ptoduiſe le plus grand effet poſſible.

Au premiet abotd on voit que la machine doit être à écluſe, puiſque quand même la chûte relative ſeroit égale à la chûte abſolue, le ptoduit de la chûte relative par la dépenſe ne donneroit que 40, quantité fort inférieure à 120, qui eſt celle qu'exige la moindre machine qu'on puiſſe employet. Déterminons donc les dimenſions des baſſins & de la partie ſupétieure du courſiet. Pout cela, nous avons beſoin avant tout de fixet la dépenſe de l'écluſe. Cette dépenſe doit avoit les conditions mentionnées au n. 507. Suppoſons que celle de la ſource dans ſes plus grands accroiſſemens ſoit de 6 pieds cubes. Pout éviter tout inconvénient, nous pourrons ſuppoſer celle de l'écluſe = 12 pieds cubes par ſeconde.

Donnons 2 pieds de profondeur au baſſin ſupérieur, & prenons 1 pied pour celle de la partie ſupérieure du courſier. Pat la règle du n. 508 nous trouvetons la largeur du courſiet au même endtoit = $\frac{91}{100}$ pied = 10 pouces 11 lignes; & par

celle du n. 510, nous n'avons qu'à prendre 2 fois & demie la profondeur de la partie ſupérieure du courſier = 1 pied, & nous aurons celle du baſſin inférieur = 2 pieds 6 pouces. Enfin, effectuant ce qui eſt preſcrit par la règle du n. 511, nous trouverons $\frac{1891}{100}$ pieds pour la chûte abſolue conſidérée indépendamment de l'écluſe. La queſtion eſt donc réduite à celle où la dépenſe de la ſource ſeroit de 12 pieds cubes, & la chûte abſolue = $\frac{1891}{100}$ pieds. L'inclinaiſon du courſier eſt la même qu'au n. 478. Sa largeur dans la partie ſupérieure a été déterminée. Il reſte à trouver ſes dimenſions dans la partie inférieure, la moindre largeur du courſier de décharge, la chûte relative, l'eſpece & les dimenſions de la machine que nous pouvons employer, & enfin l'effet que nous devons attendre.

Par la méthode du n. 489, nous trouverons que la moindre largeur du courſier de décharge ſera de $\frac{16}{10}$ pieds = 2 pieds 7 pouces 2 lignes, & qu'il ſuffit que QS (*fig.* 31) ſoit = $\frac{3}{4}$ pied.

Avant de paſſer aux autres recherches, il faut ſavoir ſi l'arbre ſur lequel le poids agira doit être vertical ou horiſontal; ce qui nous fournit deux cas que nous allons examiner ſucceſſivement.

1°. Suppoſons d'abord que l'arbre ſoit vertical, & cherchons ſi nous devons nous ſervir de la *fig.* 24 ou de la *fig.* 28. Suivons le même procédé qu'au n. 572. Nous pouvons regarder pour un moment la chûte abſolue $\frac{1891}{100}$ pieds diminuée de l'unité, c'eſt-à-dire la quantité $\frac{1791}{100} = dm$ (*fig.* 31) comme la chûte relative. Exécutons ce qui eſt preſcrit par la règle du n. 524; nous aurons $\frac{134}{100}$ pour la racine cubique de la quatrieme puiſſance du nombre de révolutions multipliée par le quarré de la dépenſe. Les deux premiers réſultats de la table du même numéro multipliés par cette racine, donnent un produit moindre que la quantité $\frac{1791}{100}$, tandis que les autres en donnent de plus grands: ce qui nous fait voir que nous pouvons employer la

fig. 24, pourvu que la largeur du courſier au bas de la chûte ne ſoit que la moitié ou le tiers de la profondeur naturelle de l'eau au même endroit. Conformément au n. 526, nous ſuppoſerons la largeur égale à la moitié de la profondeur. Effectuons les opérations preſcrites par la règle du n. 496, & nous trouverons que la dépenſe diviſée par la racine quarrée de $\frac{1791}{1000}$, donne $\frac{28168}{10000}$, dont la racine quarrée eſt $= \frac{168}{100}$. Cette quantité multipliée par le quatrieme réſultat de la table du même nûmero, donne pour la largeur du courſier au bas de la chûte $\frac{418}{1000}$ pieds $=$ 5 pouces 3 lignes. Suivant la règle du n. 497, multiplions-la par 2, & nous aurons la profondeur naturelle de l'eau $= \frac{836}{1000}$ pieds $=$ 10 pouces 6 lignes; & ſuivant celle du n. 498, nous trouverons la chûte relative $= \frac{1701}{100}$ pieds $=$ 17 pieds (445). Par la premiere règle du n. 563, nous aurons le rayon moyen de la roue $= \frac{1911}{1000}$ pieds $=$ 1 pied 11 pouces; & par la ſeconde nous trouverons le poids enlevé $=$ 581 lb.

2°. Suppoſons à préſent que l'arbre ſoit horiſontal. Nous venons de voir dans le cas précédent, que pour pouvoir employer une machine ſans engrénage, il falloit que la dimenſion de la ſection du courant priſe ſelon le rayon, fût la moitié ou le tiers de l'autre. Mais ici la machine que nous employons & qui eſt repréſentée par la *fig.* 25, doit avoir la roue à aubes verticale. Donc ſelon ce que nous avons dit au n. 526, nous ferons la profondeur de l'eau égale au tiers ſeulement de la largeur du courſier au bas de la chûte. En ſuivant le procédé du cas précédent, & en multipliant $\frac{168}{100}$ par le premier réſultat de la table du n. 496, nous aurons la largeur du courſier au bas de la chûte $= \frac{107}{100}$ pieds $=$ 1 pied 0 pouces 10 lignes. Prenons-en le tiers, & (497) nous aurons la profondeur naturelle de l'eau au même endroit $= \frac{36}{100}$ pied $=$ 4 pouces 4 lignes. Par la méthode du n. 498, nous trouverons la chûte relative $= \frac{1715}{100}$ pieds. Par la premiere règle du n. 566, nous aurons le rayon moyen de la roue $= \frac{1939}{1000}$ pieds $=$ 1 pied 11 pouces 3

lignes $\frac{1}{4}$; & ſuppoſant que le poids de l'équipage de l'arbre ſoit $= 1500$ ℔, & le rayon des rourrillons $= \frac{1}{6}$ pied, par la ſeconde règle du même numéro, nous aurons le poids enlevé $= 486$ ℔.

Comme la machine ne ſe mouvra que par intervalles, l'effet que nous venons de calculer ne ſera auſſi produit que par intervalles. Pour en ramener la connoiſſance à celle de l'effet produit par une machine qui ſe meut ſans interruption, ſuppoſons que notre machine n'ait pas beſoin d'écluſe, & que la ſource la meuve avec une dépenſe $= 2$ pieds cubes par ſeconde ſous la chûte relative de l'eau en ſortant de l'écluſe, c'eſt-à-dire ſous une chûte $= 17$ pieds dans le premier cas, & $= \frac{1764}{100}$ pieds dans le ſecond. Par la règle du n. 570, dans l'un & l'autre cas, l'effet produit par le ſecours de l'écluſe, eſt à l'effet produit d'un mouvement continu, ce que 12 eſt à 2, ou ce que 6 eſt à 1; c'eſt-à-dire que le ſecond ne ſera que la ſixieme partie du premier. Ainſi ces deux effets ſeront $\frac{1814}{6} = 96$ ℔ dans le premier cas, & $\frac{486}{6} = 81$ ℔ dans le ſecond. Par exemple, ſi la machine étoit un moulin à bled, qui par le ſecours d'une écluſe produiſît 581 ℔ de farine dans une heure, pour connoître l'effet total, il faut ſuppoſer qu'on ait un autre moulin qui ſe meuve d'un mouvement continu, & qui en produiſe ſeulement 96 ℔ dans une heure.

580. On a une riviere de laquelle on peut conſtamment dériver 200 pieds cubes d'eau qu'on ſe propoſe d'employer à mouvoir un certain nombre de machines de même eſpece & égales, qu'on placera à un endroit où l'on peut diſpoſer de 18 pieds de chûte abſolue. La moindre machine de cette eſpece exige un volume d'eau de 12 pieds cubes ſous 15 pieds de chûte. L'arbre ſur lequel le poids agira, doit faire une demi-révolution par ſeconde, & le bras de levier du poids eſt $=$ 1 pied. On demande, 1°. tout ce qui eſt relatif à la conſtruction de ces machines, afin qu'elles produiſent le plus grand effet; 2°. la valeur de cet effet.

Application au cas où l'on peut diſpoſer d'un grand volume d'eau.
FIG. 35.

Nous avons parlé au n. 245 de la conſtruction du baſſin de diſtribution & de celle des canaux de conduite & de décharge. Il s'agit ici de ſavoir le nombre de machines qu'on peut employer, ſi elles ſeront ſimples ou compoſées, les dimenſions des courſiers & des embrâſures en d, d, (*fig.* 35), celles des machines, & les effets qu'elles produiront.

Multiplions 12 par 15, & nous aurons 180 pour le produit convenable à la moindre machine. Suivant les n. 483 & 486, diminuons la chûte abſolue $dS = 18$ pieds (*fig.* 31) de $mS = 1$ pied, & regardons pour un moment le reſte $dm = 17$ pieds comme la véritable chûte relative. Si nous diviſons 180 par cette quantité, le quotient 10 nous fera voir que la dépenſe de chaque courſier doit être plus grande que 10 pieds cubes. Prenons 25 pour cette dépenſe. Diviſant le volume total 200 par 25, le quotient 8 nous donnera le nombre de machines que nous pourrons employer. Il ſuffit de trouver tout ce qui eſt relatif à une des machines qu'on emploiera, puiſqu'elles ſont toutes égales. Or pour lors, la queſtion ſe rapporte à quelqu'une des précédentes, puiſque l'on connoît la dépenſe du courant = 25; la chûte abſolue = 18; le bras de levier du poids & le nombre de révolutions par ſeconde. Ainſi en ſuivant les mêmes procédés, on trouvera aiſément tout ce qu'on demande

Remarque ſur les applications précédentes.

581. Dans les applications précédentes, la valeur que l'on trouvera pour le poids enlevé, ſera toujours plus grande que celle de l'effet réellement produit, à cauſe que les règles que nous avons ſuivies pour la déterminer, ſont fondées ſur des formules dans leſquelles, pour rendre les choſes plus praticables, nous avons été obligés de négliger une partie des frottemens. Ainſi, les réſultats qu'on aura ne doivent pas être pris à la lettre, mais ſeulement on doit les regarder comme des approximations. La valeur exacte de l'effet dépend de formules trop compliquées pour être miſes à la portée des Conſtructeurs, & dont l'uſage ne peut etre utile qu'à des Algébriſtes.

SECTION III.

SECTION III.

Des Moulins à bled.

582. DANS cette ſection, nous traiterons d'abord des meules, des arbres & des palliers; enſuite nous donnerons les règles générales pour la conſtruction la plus avantageuſe des moulins, ſoit ſimples, ſoit compoſés; & enfin nous appliquerons ces règles à divers exemples.

§. I.

Des Meules, des Arbres & des Palliers.

Deſcription des moulins.

583. Il eſt inutile de donner ici la deſcription des moulins, la poſition & la figure des meules, ainſi que les dimenſions de l'œil, & celles du relief & de l'épaiſſeur de la meule giſſante. Nous avons dit à cet égard tout ce qu'il falloit dire aux n. 263 & 264, auxquels nous renvoyons.

Nature des ſurfaces frottantes des meules.

584. Il eſt néceſſaire que les ſurfaces frottantes des meules ſoient raboteuſes & hériſſées d'inégalités; & par conſéquent lorſque les parties ſaillantes ſont émouſſées, il faut en faire naître d'autres en piquant ces mêmes ſurfaces.

Voyez-en la raiſon au n. 265.

Ce qu'il faut obſerver en piquant les meules.

585. Quand on pique les meules, on doit enlever, ſur toute l'étendue des ſurfaces frottantes, une couche de pierre de même épaiſſeur.

Nous l'avons démontré au n. 295.

Nature de la pierre de la meule.

586. On doit employer pour les meules la pierre la plus dure qu'on pourra trouver.

Il eſt évident que plus les meules ſeront dures, moins ſouvent

on aura beſoin de les piquer, & plus elles dureront. D'ailleurs il s'en détachera moins de particules pierreuſes, qui en ſe mêlant avec la farine, doivent en altérer la bonté.

C'eſt une conſéquence déduite de la propoſition génétale du n. 293.

Le poids d'une meule doit être conſtant.

587. La vîteſſe d'une meule étant ſuppoſée conſtante, pour produire conſtamment le même effet, il faut lui conſerver le même poids.

Voyez-en la raiſon au n. 271.

Moyen de conſerver le même poids aux meules.

588. Pour conſerver le même poids à la meule tournante, on meſurera exactement ſon épaiſſeur, & on la retranchera de celle qu'elle avoit quand elle étoit neuve : le reſte ſera l'épaiſſeur de la tranche uſée par le frottement. Enſuite par la méthode du n. 460, on déterminera le poids d'un pied cube de pierre de même nature, & celui d'un pied cube de plâtre. Toutes ces opérations faites, on chargera la meule ſupérieure d'une couche de plâtre, dont l'épaiſſeur ſoit égale à celle de la couche uſée, multipliée par le poids d'un pied cube de pierre, & diviſée par celui d'un pied cube de plâtre.

Cette méthode eſt fondée ſur la démonſtration du n. 296.

Exemple. Suppoſons que par le procédé du n. 460, on ait trouvé le poids d'un pied cube de pierre, de même nature que la meule = 168 ℔, & celui d'un pied cube de plâtre = 86 ℔. Que l'épaiſſeur de la tranche uſée ſoit = 2 pouces = $\frac{1}{6}$ pied. Pour trouver l'épaiſſeur de la couche de plâtre de même poids que la tranche uſée, on multipliera $\frac{1}{6}$ pied par 168, & l'on diviſera le produit réſultant 28 par 86 ; ce qui donnera l'épaiſſeur cherchée = $\frac{28}{86}$ pied = 3 pouces 10 lignes 10 points.

Définition de l'équipage de la meule.

589. *L'équipage* de la meule tournante eſt compoſée de la meule & de tout ce qui lui eſt attaché, comme l'arbre, ſon pivot, ſa roue ou ſa lanterne, ſelon que le moulin eſt ſimple ou compoſé.

590. Le poids de l'équipage de la meule tournante peut être trop petit, & le moindre qu'on puiſſe employer ne doit pas être au-deſſous de 1436 ℔. Poids du moindre équipage.

Voyez-en la démonſtration aux n. 310 & 392.

591. Quand on connoît le poids de l'équipage d'une meule, pour trouver ſon rayon, on ſuivra cette règle : extrayez la racine quarrée du poids de l'équipage exprimé en livres, & multipliez-le par la fraction $\frac{39}{1000}$. Le produit regardé comme des pieds, ſera le rayon de la meule. Règle pour trouver le rayon de la meule.

Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 397.

Exemple. Si le poids de l'équipage eſt $= 5640$ ℔, nous trouverons ſa racine quarrée $= \frac{711}{10}$. Multiplions-le par $\frac{39}{1000}$, & nous aurons le rayon cherché $= \frac{2919}{1000}$ pieds $=$ 2 pieds 11 pouces 1 ligne $\frac{1}{3}$.

592. Lorſque le moulin eſt ſimple, c'eſt-à-dire ſans engrénage, on peut trouver le rayon de la meule par la connoiſſance de la dépenſe & de la chûte relative du courant qui meut le moulin. Pour cela on ſuivra cette règle : prenez le produit de la dépenſe par la chûte relative ; extrayez-en la racine quarrée, & multipliez-la par la fraction $\frac{167}{1000}$. Le réſultat exprimé en pieds ſera le rayon cherché. Règle pour trouver la même quantité dans les moulins ſimples.

Cette règle eſt la même que celle du n. 406.

Exemple. Suppoſons que la chûte relative $=$ 20 pieds, & la dépenſe $=$ 4 pieds cubes. Le produit de ces deux quantités eſt 80, dont la racine quarrée $= \frac{894}{100}$. Multiplions cette racine par $\frac{167}{1000}$, & nous aurons le rayon de la meule $= \frac{1197}{1000}$ pieds $=$ 2 pieds 4 pouces 7 lignes $\frac{1}{3}$.

593. Le bled n'eſt écraſé & moulu qu'à une certaine diſtance du centre. La couronne qui eſt occupée par les grains concaſſés & par la farine, eſt ce que nous appellons *couronne de preſſion*, à cauſe que c'eſt ſur cette portion de la meule giſſante, que la meule tournante exerce ſa preſſion. Définition de la couronne de preſſion.

Largeur de la couronne de preſſion.

594. La largeur de la couronne de preſſion doit être égale à la moitié du rayon; ou, ce qui eſt la même choſe, le bled ne doit commencer à être écraſé qu'au milieu du rayon.

Nous l'avons démontré au n. 395.

Premiere Règle pour la taille des meules.

595. Quand on connoît le poids de l'équipage de la meule tournante, on ne peut la tailler à propos ſans connoître à-peu-près le poids d'un volume de pierre égale au volume du vuide de l'œil. Pour trouver ce poids, on ſuivra cette règle:

1°. On prendra la quantité qu'on jugera la plus convenable pour le poids de l'arbre joint au pivot & à la roue ou à la lanterne, ſelon que le moulin ſera ſimple ou à engrénage. On retranchera ce poids de celui de l'équipage, & le reſte donnera une premiere quantité.

2°. On cherchera la ſurface de l'œil de la meule ſupérieure par les méthodes des n. 448 & 449, & on la multipliera par le poids d'un pied cube de pierre de même nature que la meule; ce qui donnera une ſeconde quantité.

3°. On cherchera le rayon de la meule par la règle du n. 591, & enſuite la ſurface de ſon cercle par celles des n. 448 & 449. Qu'on multiplie cette ſurface par le poids d'un pied cube de pierre de même qualité que celle de la meule, & l'on aura une troiſieme quantité.

4°. On multipliera la premiere par la ſeconde, & l'on diviſera le produit par la troiſieme. Le réſultat ſera le poids cherché.

Cette règle eſt fondée ſur le n. 291.

Exemple. Suppoſons que le poids de l'équipage de la meule ſoit = 5640 ℔, & le poids d'un pied cube de pierre de même nature que la meule = 170 ℔. Donnons 1000 ℔ au poids de l'arbre & de ſes dépendances, & 1 pied au diametre de l'œil. Le rayon de la meule ſera = $\frac{1919}{1000}$ pieds; ſa circonférence =

$\frac{18411}{1000}$ pieds, & la ſurface de ſon cercle $= \frac{2691}{100}$ pieds quarrés. Pareillement la circonférence de l'œil ſera $= \frac{22}{7}$ pieds & ſa ſurface $= \frac{22}{28} = \frac{11}{14}$ pieds quarrés. Effectuons ce qui eſt preſcrit par la règle ; nous trouverons la premiere quantité $=$ 4640 ℔ ; la ſeconde $= \frac{13117}{100}$, & la troiſieme $= \frac{418110}{100}$. Multiplions la premiere par la ſeconde, & diviſons le produit par la troiſieme ; nous aurons au quotient 141 ℔ qui exprimera le poids approché du volume de pierre enlevé à l'œil.

Seconde Règle pour la taille des meules.

596. Pour avoir le volume ou le nombre de pieds cubes, tant du plein que du vuide de la meule tournante, on ſuivra cette règle.

1°. Du poids de l'arbre & de ſes dépendances (la meule exceptée) on retranchera le poids de la matiere enlevée à l'œil, lequel poids ſera déterminé par la méthode du numéro précédent ; & l'on aura une premiere quantité.

2°. On retranchera cette premiere quantité du poids de l'équipage ; & l'on aura une ſeconde quantité.

3°. On diviſera la ſeconde quantité par le poids d'un pied cube de pierre de même nature que la meule ; & le quotient donnera le nombre de pieds cubes de la meule ſuppoſée ſans vuide.

Cette règle eſt fondée ſur le n. 290.

Exemple. Ainſi, dans l'exemple du numéro précédent, en donnant 1000 ℔ au poids de l'arbre & de ſes dépendances, nous aurons la premiere quantité qui entre dans la règle que nous venons de donner, qui ſera $=$ 859 ℔, & la ſeconde $=$ 4781 ℔. Diviſons celle-ci par 170 ℔, & nous aurons au quotient $\frac{2813}{100}$ pieds cubes pour le volume, tant du plein que du vuide de la meule.

Troiſieme Règle pour la taille des meules.

597. Lorſque par la règle précédente on aura trouvé le volume du plein & du vuide de la meule tournante, on aura ſon épaiſſeur au centre & à la circonférence par la règle ſuivante :

1°. Diviſez le volume du plein & du vuide de la meule trouvé par la méthode du numéro précédent, diviſez, dis-je, ce volume par la ſurface du cercle de la meule (448 & 449), & vous aurez une premiere quantité.

2°. Ajoutez le relief GN (*fig.* 38) de la meule giſſante au double du diametre d'un grain de bled; & vous aurez une ſeconde quantité.

3°. Prenez le tiers de la ſeconde, & ajoutez-le à la premiere, la ſomme vous donnera l'épaiſſeur de la meule tournante à la circonférence.

4°. Prenez les de la ſeconde, & retranchez-les de la premiere. Le reſte ſera l'épaiſſeur de la meule tournante au centre.

Cette règle eſt fondée ſur les deux formules du n. 396.

Exemple. Prenons encore la meule des exemples précédents. Suppoſons le relief de la meule giſſante = 2 pouces = $\frac{1}{6}$ pied, & le diametre d'un grain de bled = 1 ligne = $\frac{1}{144}$ pied. (595) La ſurface du cercle de la meule eſt = $\frac{1695}{100}$ pieds quarrés, & (596) le volume, tant du plein que du vuide eſt = $\frac{2819}{100}$ pieds cubes. Ainſi, la premiere quantité qui entre dans la règle ſera = $\frac{10414}{10000}$ pieds, & la ſeconde = $\frac{1805}{10000}$ pieds. Faiſons les opérations preſcrites, & nous trouverons l'épaiſſeur de la meule à la circonférence = $\frac{11036}{10000}$ pieds = 1 pied 1 pouce 2 lignes 11 points; & ſon épaiſſeur au centre = $\frac{9131}{10000}$ pieds = 11 pouces 0 lignes 11 points.

Quelle doit être la viteſſe des meules?

598. Suppoſons qu'on ait une meule de 3 pieds de rayon qui faſſe 40 révolutions par minute: on aura de la farine d'un degré de chaleur déterminé. Si au lieu de 40 elle en fait ſucceſſivement 50, 60, 70 & 80, il n'y a perſonne qui ne ſente que la chaleur de la farine augmentera d'autant plus que le nombre de tours ſera plus grand. Ainſi le nombre de révolutions d'une meule doit être limité.

599. Plus une meule ſera grande, moins elle doit faire de révolutions dans un temps donné; & plus elle ſera petite, plus le nombre de révolutions doit être grand.

Nous avons démontré cette vérité aux n. 300 & 301.

600. Une meule de 2 pieds 6 pouces de rayon ne doit faire que 48 tours dans une minute.

Voyez-en la raiſon au n. 388.

601. Pour trouver le nombre de tours que doit faire dans une minute une meule d'un rayon donné, on diviſera 120 par le rayon de cette meule exprimé en pieds. Le quotient ſera le nombre cherché.

Cette règle eſt une ſuite de celle du n. 398.

Exemple. Pour connoître le nombre de tours que fera dans une minute la meule de l'exemple du n. 591, nous diviſerons 120 par ſon rayon $\frac{1919}{1000}$, & nous aurons au quotient 40 $\frac{96}{100}$ qui ſera le nombre de tours cherché.

Premiere Règle pour trouver la quantité de farine produite dans une heure.

602. Dans un moulin conſtruit d'après les meilleurs principes pour connoître à-peu-près la quantité de farine produite dans une heure, on multipliera $\frac{614}{10}$ lb par le quarré du rayon de la meule exprimé en pieds, & le produit ſera le nombre de livres de farine qu'on obtiendra dans cet intervalle de temps.

Cette règle eſt la même que celle du n. 399.

Exemple. Prenons la meule de l'exemple précédent, & multiplions $\frac{614}{10}$ lb par le quarré de ſon rayon $\frac{1919}{1000}$. Le produit 547 que nous aurons en négligeant la fraction, nous fera connoître à-peu-près la quantité de farine que nous devons attendre d'une meule pareille.

Seconde Règle.

603. On peut auſſi trouver le poids de la farine produit dans une heure en ſuivant cette règle: Multipliez par la fraction $\frac{97}{1000}$ le poids de l'équipage de la meule exprimé en livres. Le produit ſera le poids cherché.

Cette règle eſt la même que celle du n. 400.

Exemple. Dans l'exemple précédent, multiplions le poids de l'équipage de la meule = 5640 ℔ par $\frac{97}{1000}$, & nous aurons encore 547 ℔ pour le poids approché de la farine produite dans une heure.

Troiſieme Règle relative aux moulins ſimples.

604. Lorſque les moulins ſont ſimples, comme celui de la *figure* 46, on peut encore trouver le même poids par la règle ſuivante. Multipliez $\frac{456}{100}$ ℔ par le produit de la dépenſe & de la chûte relative du courant exprimées l'une & l'autre en pieds. Le réſultat ſera le poids cherché.

Cette règle eſt la même que celle du n. 405.

Exemple. Prenons l'exemple du n. 592, dans lequel on a la chûte relative = 20 pieds, & la dépenſe = 4. En effectuant ce qui eſt preſcrit par la règle, nous trouverons la quantité de farine produite dans une heure, qui ſera à-peu-près = 364 ℔.

A quoi peut ſervir la troiſieme Règle dans les moulins compoſés.

605. Si les moulins étoient compoſés, il faudroit ſe ſervir des règles des n. 602 & 603. Quant à celle du n. 604, on peut l'employer pour connoître juſqu'à un certain point avant la conſtruction, le revenu qu'on doit attendre de la machine.

Exemple. Suppoſons qu'on eût une dépenſe = 30 pieds cubes, & une chûte relative = 5 pieds. Nous verrons bientôt que cette chûte exige un moulin à engrénage. Si néanmoins le moulin étoit ſimple, on trouveroit par la règle du numéro précédent, qu'il produiroit dans une heure 684 ℔ de farine. Le moulin compoſé en produira à la vérité un peu moins : mais on pourra, d'après ce réſultat, connoître à-peu-près l'effet qu'on en doit attendre.

Nature des arbres des meules.

606. L'arbre de la meule eſt en fer ou en bois, & dans l'un & l'autre cas, ſa groſſeur dépend de ſa longueur & du poids

poids de la meule, mais cependant moins de ſa longueur à cauſe de ſa poſition vertical.

Il eſt rare que l'arbre ſoit de fer lorſqu'il a plus de 10 pieds de longueur. Lorſqu'il en a 9, il ſuffit qu'il ait 3 pouces 4 lignes de largeur ſur autant d'épaiſſeur pour pouvoir porter des meules de 8500 ℔. Dans les moulins à engrénage, cette longueur ſurpaſſe rarement 6 pieds, & ſa groſſeur eſt ordinairement de 2 pouces 6 lignes ſur 3 pouces 6 lignes, lorſque la meule peſe environ 7000 ℔. Il eſt à propos de les équarrir pour leur donner plus de force, & pour les ſoumettre à des règles ſimples. Alors les côrés ſeront à-peu-près de 3 pouces chacun, dans l'exemple que nous venons de citer.

Lorſque l'arbre eſt de bois, on le fait ordinairement de chêne à cauſe qu'il réſiſte plus long-temps. Sa longueur eſt relative au local. Ordinairement il eſt de figure ronde, & ſous un diametre de 10 ou 11 pouces, il eſt en état de ſupporter des meules de 7 milliers.

Règle pour en connoître la groſſeur.

607. Pour connoître la groſſeur qu'on doit donner à un arbre, on ſuppoſera qu'elle eſt proportionnelle au poids que l'arbre doit porter, ainſi que cela doit être à peu de choſe près: & pour lors le côté de l'équariſſage, ſi l'arbre eſt de fer, ou le diametre, ſi l'arbre eſt de bois, ſera comme la racine quarrée du poids de la meule. Mais la ſolution des queſtions ne fait jamais connoître que le poids de l'équipage entier. Donc, puiſque le poids de l'arbre eſt pour l'ordinaire beaucoup moindre que celui de la meule, pour ſimplifier autant qu'il eſt poſſible, on proportionnera le côté de l'équariſſage ou le diametre de l'arbre à la racine quarrée du poids de l'équipage de la meule. L'erreur que l'on commettra, en ſuivant cette règle, ſera toujours un excès. Or il vaut mieux, en pareil cas, ſe tromper par excès que par défaut. D'ailleurs, une erreur de cette nature n'influe en aucune façon ſur l'effet, puiſque (589) le

poids de l'arbre quel qu'il ſoit entre toujours dans celui de l'équipage de la meule.

Exemple. Suppoſons que la ſolution d'une queſtion donne 6000 ℔ pour le poids de l'équipage d'une meule. Extrayons d'abord la racine quarrée de 7000, & celle de 6000: nous trouverons la premiere $= \frac{8416}{100}$, & la ſeconde $= \frac{7746}{100}$. Cela fait:

1°. Si nous employons un arbre de fer, nous dirons: ſi $\frac{8416}{100}$ qui eſt la racine quarrée de 7000 exige une ſection quarrée dont le côté ſoit de 3 pouces; quel ſera celui qu'exigera $\frac{7746}{100}$ qui eſt la racine quarrée de 6000? Multipliant 3 pouces par $\frac{7746}{100}$ & diviſant par $\frac{8416}{100}$, nous aurons le côté de l'équarriſſage de l'arbre qui ſera = 2 pouces 9 lignes.

2°. Si l'arbre eſt de bois, pour en trouver le diametre, nous dirons: ſi $\frac{8416}{100}$ répond à un diametre de 11 pouces, à quoi répondra $\frac{7746}{100}$? Multiplions 11 pouces par $\frac{7746}{100}$, & diviſons le produit par $\frac{8416}{100}$, nous aurons le diametre de l'arbre que nous devons employer, qui ſera = 10 pouces 1 ligne $\frac{1}{4}$.

Règle pour avoir la groſſeur des pivots.

608. Les arbres des meules ſont portés par un pivot qui tourne dans une crapaudine (263). Nous avons parlé de leur figure & de leur groſſeur au n. 551. On pourra trouver le grand diametre d'un pivot quelconque, en le ſuppoſant proportionnel à la racine quarrée du poids de l'équipage, ſachant d'ailleurs que ſous 6 lignes il peut ſupporter 5000 ℔.

Exemple. Prenons encore l'équipage de l'exemple précédent. Extrayons la racine quarrée de 5000, & nous aurons $\frac{7071}{100}$. Cette racine connue, nous dirons: ſi $\frac{7071}{100}$ racine quarrée de 5000 ℔ répond à un diametre de 6 lignes, à quoi répondra $\frac{7746}{100}$ racine quarrée de 6000 ℔ poids de l'équipage propoſé? Multipliant 6 lignes par $\frac{7746}{100}$, & diviſant le produit par $\frac{7071}{100}$, nous trouverons le diametre cherché = 6 lignes 7 points.

Règle pour connoître la groſſeur du pallier.

689. Le pallier eſt une piece de bois NO (*fig.* 38) équarrie

& longue d'environ 8 à 10 pieds, au milieu de laquelle eſt encaſtrée la crapaudine. Cette piece eſt ordinairement de bois de chêne, & elle a beſoin d'avoir une certaine longueur pour pouvoir plier & obéir avec plus de faciliré au poids de la meule. Lorſque le pallier a 9 pieds de long & 6 pouces de côté, il convient à un poids de 4800 ℔ (393). De ce que nous avons démontré au n. 268, on peut aiſément conclure que le côté de l'équarriſſage doit être proportionnel à la racine quarrée du poids de l'équipage de la meule, ou à cauſe que (308) la racine quarrée du poids de l'équipage eſt proportionnelle au rayon de la meule, on peut auſſi conclure que le côté de l'équarriſſage eſt proportionnel au rayon de la meule: par conſéquent connoiſſant le poids d'un équipage quelconque, ou le rayon de la meule, on connoîtra le côté du pallier par une ſimple règle de trois.

Exemple. Reprenons l'équipage du numéro précédent, & extrayons la racine quarrée de 4800 ℔; nous la trouverons = $\frac{6918}{100}$. Après cela nous dirons: ſi $\frac{6918}{100}$ répond à un équarriſſage de 6 pouces de côté, à combien répondra $\frac{7746}{100}$? Multipliant 6 pouces par $\frac{7746}{100}$, & diviſant par $\frac{6918}{100}$, nous trouverons le côté cherché = 6 pouces 8 lignes 5 points.

Si l'on vouloir employer les rayons des meules, on diroit: ſi le rayon de la meule dont l'équipage peſe 4800 ℔, répond à un équarriſſage dont le côté = 6 pouces, quel ſera le côté de l'équarriſſage auquel répondra le rayon de la meule dont l'équipage peſe 6000 ℔? En cherchant les rayons de ces meules par la méthode du n. 591, & en exécutant cette règle de trois, on trouvera pour le côté cherché la même valeur qu'en employant les racines quarrées des poids des équipages.

610. Nous n'avons rien à ajouter à ce que nous avons dit de la conſtruction des courſiers dans la ſection précédente. Ainſi on peut s'y rapporter entièrement.

§. II.

Règles pour la conſtruction la plus avantageuſe des Moulins mûs par une chûte d'eau.

Définition des moulins ſimples & compoſés.

611. Les moulins ſont *ſimples* lorſqu'ils n'ont point d'engrénage, & alors l'arbre de la meule tournante porte à ſon extrémité inférieure une roue à aubes horiſontale, ſur laquelle le courant agit. On en voit la forme dans la *fig.* 46. Les moulins ſont compoſés lorſque dans leur conſtruction il entre des engrénages, comme dans ceux qui ſont repréſentés par les *figures* 28, 48 & 51.

Chûte relative au-deſſous de laquelle il faut employer un moulin compoſé.

612. Nous avons dit au n. 598, que dans un temps donné la meule devoit faire un nombre de tours limité, & nous avons enſeigné à le déterminer au n. 601. Nous avons remarqué au n. 524 que le courant devoit avoir une certaine vîteſſe pour produire ſans engrénage un nombre connu de révolutions, & qu'il y avoit une chûte relative au-deſſous de laquelle il faudroit employer des engrénages pour imprimer le degré de vîteſſe néceſſaire à l'arbre ſur lequel la réſiſtance agit. Dans les moulins, cette moindre chûte relative au-deſſous de laquelle on ne pourra plus ſe diſpenſer d'employer des engrénages, ne dépend uniquement que du rapport qui régne entre la profondeur naturelle de l'eau arrivée au bas du courſier, & la largeur du courſier au même endroit; & nous pouvons établir comme une règle générale que quand la profondeur de l'eau, au bas du courſier

ſera par rapport à la largeur du courſier au même endroit. . . .	triple	: double	: égale	: la moitié	: le tiers
La chûte relative au-deſſous de laquelle on ſera obligé d'employer des engrénages, ſera en	$7\frac{314}{1000}$ p.	: $8\frac{601}{1000}$ p.	: $11\frac{150}{1000}$ p.	: $14\frac{976}{1000}$ p.	: $17\frac{613}{1000}$ p.

Cette table eſt la même que celle du n. 411.

Moyen facile de connoître ſi le moulin ſera ſimple ou compoſé. FIG. 31.

613. Dans la pratique, on peut connoître, à peu de choſe près d'une manière très-aiſée ſi le moulin ſera ſimple ou com-

poſé. De la chûte abſolue bK ou dS (*fig.* 31) on tettanchera Sm, c'eſt-à-dire 1 pied (483 & 486), & ſuppoſant pour un moment que le teſte dm eſt égal à la chûte relative, ce qui eſt peu éloigné de la vérité (237), on verra s'il eſt plus grand ou moindre que le plus petit nombre $7\frac{114}{1000}$ pieds de la table précédente. Dans le premiet cas le moulin ſeta ſimple, & dans le ſecond il ſera compoſé.

Cetre méthode eſt fondée ſur le n. 237.

Avantage de la table précedente. Fig. 31.

614. La même méthode indique pareillement dans quel rapport doivent être la profondeur naturelle de l'eau, & la largeur du courſier au bas de la chûte. Si, par exemple, on avoir $dm = 9\frac{141}{1000}$ pieds; cette quantité tombant entte le ſecond & le troiſieme nombre de la table précédente, fait voir que la profondeur de l'eau doit être double de la largeur du courſier. Elle ne peut pas lui être égale, puiſqu'il faudroit pour cela que dm fût égale au troiſieme nombte.

Cas où l'on peut ſe ſervir indifféremment d'un moulin ſimple ou compoſé.

615. Lorſque par la mérhode du n. 613 on trouveta que le moindre nombre de la rable précédente ſurpaſſe de peu la quantité dm, ſans entret dans des diſcuſſions inutiles, ni s'attacher trop étroitement aux réſultats du calcul, on pourra arbitrairement employet un moulin ſimple ou un moulin compoſé; obſervant dans le premier cas de faite la profondeur de l'eau au bas de la chûte triple de la largeut du courſier au même endroit (614).

Moyen de connoître s'il faut employer une écluſe. Fig. 31.

616. Il ne ſuffit pas de connoître ſi un moulin ſeta ſimple ou compoſé, il faut encote ſavoir ſi la force de l'eau ſera ſuffiſante pour imprimet le mouvement convenable au moins à la moindre meule qu'on puiſſe employer (590). C'eſt ce qu'on reconoîtra aiſément pat la mérhode ſuivante : de la chûte abſolue dS, retranchez $mS = 1$ pied (483 & 486), & multipliez le reſte dm par la dépenſe de la ſource exprimée en pieds cubes. Si le produit eſt $= 30\frac{1}{100}$ ou plus grand que ce nombre, on pourra conſtruire un moulin qui ſe mouvra ſans interruption : ſi au contraire le produit étoit moindre, ce ſeroit une preuve que

le poids de l'équipage de la meule devroit être au-deſſous de 1436 lb, & que la farine ſeroit groſſiere : il en ſeroit de même ſi dm étoit moindre que $7\frac{114}{1000}$ pieds (612), & que le produit de dm par la dépenſe ſurpaſsât de peu la quantité $30\frac{12}{100}$, à cauſe qu'alors on ſeroit obligé d'employer un moulin compoſé, & que l'engrénage abſorberoit une partie de la force motrice qui pourroit par-là devenir inſuffiſante pour mouvoir convenablement le moindre équipage. Ainſi dans ces deux derniers cas, il faudroit ſe ſervir d'une écluſe pour pouvoir employer une plus grande meule.

Cette méthode eſt fondée ſur la formule du n. 410.

Exemple. Suppoſons que l'on ait une chûte abſolue = 10 pieds, & une dépenſe = 6. Retranchons 1 pied de 10, & multiplions le reſte 9 par 6 : le produit 54 étant plus grand que $30\frac{12}{100}$, nous fera voir que le moulin ſera plus grand que le moindre qu'on puiſſe employer, & par conſéquent qu'il ſe mouvra ſans interruption.

Si ſous la chûte de 10 pieds on n'avoit que $2\frac{1}{2}$ pieds cubes de dépenſe, en multipliant par $2\frac{1}{2}$ le nombre de 10 diminué de l'unité, on auroit un produit = $22\frac{1}{2}$ qui ſeroit moindre que $30\frac{12}{100}$, & qui feroit voir que la dépenſe de la ſource ne ſuffiſoit pas pour mouvoir d'un mouvement continu le moindre moulin qu'on puiſſe employer ; par conſéquent il faudroit avoir recours à une écluſe.

617. Lorſqu'on emploiera une écluſe, il faut auſſi ſavoir ſi le moulin ſera ſimple ou compoſé. La choſe ſeroit très-aiſée ſi la chûte relative de l'eau étoit la même avec une écluſe & ſans écluſe. Mais comme elle eſt moindre dans le premier cas que dans le ſecond, on fixera la dépenſe & les dimenſions de l'écluſe par les règles de la ſeconde ſection, & l'on cherchera par la méthode du n. 511, à quoi ſe réduit la chûte abſolue. L'ayant trouvée, on en retranchera Sm = 1 pied, & ſi le reſte dm eſt plus grand que le premier réſultat de la table du n. 612, le moulin ſera ſimple ; ſi au contraire dm eſt moindre, le moulin ſera compoſé.

Cette méthode eſt une ſuite de ce que nous avons dit au n. 612.

618. Lorſqu'on aura déterminé l'eſpece de moulin qu'on doit employer, on cherchera les dimenſions du courſier & la véritable chûte relative par les règles données dans la ſection précédente. Alors il ſera aiſé de conſtruire un moulin qui produiſe le plus grand & le meilleur effet poſſible.

Remarque ſur les dimenſions des pieces d'un moulin.

619. Il en eſt des moulins comme des autres machines, c'eſt à-dire qu'il n'y a qu'un certain nombre de parties dont les dimenſions ſoient limitées par les conditions qu'on propoſe, ainſi que nous l'avons déjà dit au n. 562, en parlant des machines en général: par conſéquent puiſque les meules doivent faire un certain nombre de révolutions dans un temps donné, & que d'ailleurs on demande la réſiſtance ou plutôt la valeur de l'effet produit, ces deux conditions qui ſont attachées à tous les moulins, exigeront qu'il y ait toujours deux quantités qui en dépendent. C'eſt ce qui eſt en effet dans tous les moulins qui n'ont qu'une meule. Mais lorſqu'un même moulin en a pluſieurs, l'ordre & la diſpoſition de ces meules ſera une nouvelle condition qui ſoumettra une autre partie de la machine à de certaines loix. En général, dans un moulin quelconque, il y aura toujours autant de parties aſſujetties à des règles invariables, qu'il y aura de conditions différentes. Quant aux autres parties, elles ſeront arbitraires, & on leur donnera les dimenſions qu'on jugera le plus convenables.

Règles pour la conſtruction des moulins ſimples. Fig. 46.

620. Dans un moulin ſimple, tel que celui de la *fig.* 46; on aura le nombre de livres du poids de l'équipage de la meule en multipliant 4704 ℔ par la centieme partie du produit de la dépenſe & de la chûte relative du courant moteur, exprimées l'une & l'autre en pieds.

Cette règle eſt la même que celle du n. 404.

Exemple. Suppoſons que la dépenſe de la ſource ſoit = 10

pieds cubes, & la chûte relative = 12 pieds. Par la règle que nous venons de donnet, nous trouverons le poids cherché = 5644 ℔, en négligeant les fractions.

621. Pour avoir le rayon moyen de la toue à aubes d'un moulin ſimple, on prendra le produit de la chûte relative par la racine quarrée de la dépenſe de la ſource, & on le multipliera par la fraction $\frac{61}{1000}$. Le réſultat exprimera le nombre de pieds du rayon cherché.

Cette règle eſt la même que celle du n. 409.

Exemple. Ainſi, dans l'exemple du numéro précédent, prenons la racine quarrée de 12 qui eſt = $\frac{346}{100}$, & mulriplions-la par la dépenſe = 10, & par la fraction = $\frac{61}{1000}$: le produit nous fera connoître que le rayon moyen de la toue à aubes eſt = $\frac{21452}{10000}$ pieds = 2 pieds 1 pouce 9 lignes.

622. Pour connoître le poids de la farine produite dans une heure par un moulin ſimple, on ſe ſervira de l'une des méthodes des n. 602 — 604.

Exemple. Employons la méthode du n. 604, & appliquons-la à l'exemple du n. 620, nous trouverons que cet équipage donnera enviton 547 ℔ de farine par heure.

Cas où l'on peut employer la forme repréſentée par la fig. 51.

623. Si la dépenſe de la ſource étoit conſidérable, & que la méthode du n. 620 donnât un poids déméſurément grand, il faudroit diſtribuer les eaux ainſi que nous avons fait au n. 580, & conſtruire deux ou un plus grand nombre de moulins à côté les uns des autres. Nous en parlerons dans la ſuite. On pourroit auſſi éviter la dépenſe qu'entraîneroit une pareille conſtruction, en ſe ſervant d'un hériſſon pour mouvoir toutes les meules, ainſi qu'on voit dans la *fig.* 51. Mais avant de donner la manière d'en faire le calcul, nous ferons quelques obſervations dont nous avons beſoin.

Manière de diſpoſer les lanternes autour d'un hériſſon.

624. Lorſqu'on voudra que les dents d'un même hériſſon engrenent pluſieurs lanternes, on aura ſoin de faire toutes les

lanternes

lanternes de même grandeur, ainſi que les poids des équipages auxquels elles appartiendront, & de les placer autour du hériſſon à égales diſtances les unes des autres. On doit auſſi laiſſer entre les meules un intervalle aſſez grand pour qu'on puiſſe y paſſer aiſément. Cet intervalle doit être au moins de 2 pieds.

Cela eſt fondé ſur les n. 336 — 338.

Moyen de connoître le plus grand nombre de meules qu'on peut employer.

625. Si le nombre de meules qu'on emploiera étoit trop grand, il pourroit arriver que le poids de chaque équipage fût trop petit. Pour trouver le nombre qu'on ne doit pas excéder, on fera l'opération ſuivante. Par la méthode du numéro 620, on connoîtra le poids de l'équipage de la meule que le courant mouvroit ſans engrénage. Qu'on le diviſe par celui du moindre équipage, c'eſt-à-dire par 1436 (590). Le nombre entier qu'on aura au quotient, exprimera le plus grand nombre de meules qu'on puiſſe employer. Cependant à cauſe que toute la force n'eſt pas uniquement deſtinée à mouvoir les équipages, comme dans les moulins ſimples, & qu'une partie eſt employée à vaincre le frottement de l'engrénage, ſi l'on prenoit le nombre entier du quotient pour le nombre de meules, il pourroit arriver que le poids de chaque équipage fût trop petit; d'ailleurs il eſt toujours incommode de placer un trop grand nombre de meules autour d'un même hériſſon. Ainſi, en pareils cas, on obſervera de diminuer le nombre entier trouvé d'une & même de pluſieurs unités, lorſqu'il ſera conſidérable, & de n'employer à une même machine que le moins de meules qu'on pourra.

Cela eſt fondé ſur les n. 377 & 382. On peut voir au n. 381, ce que nous avons dit ſur la conſtruction des lanternes.

Exemple. Suppoſons qu'on ait 20 pieds de chûte relative & 28 pieds cubes de dépenſe. Par la méthode du n. 620, nous trouverons que ſi l'on n'employoit qu'une meule, le poids de ſon équipage devroit être = 23520 ℔. Diviſons cette

quantité par le poids du moindre équipage = 1436 ℔, & nous aurons au quotient 16 qui exprimera le plus grand nombre de meules que nous puiſſions employer. Ce nombre étant fort grand, nous pourrons le diminuer & le réduire à la moitié = 8.

Règles pour les moulins repréſentés par la fig. 51.

626. Quand on ſe ſervira de la *figure* 51, pour trouver le poids de l'équipage de chaque meule, on multipliera 44564 ℔ par le produit de la dépenſe & de la chûte relative du courant moteur, & l'on diviſera le réſultat par le nombre de meules multiplié par 1000. Le quotient ſera le poids cherché.

Cette règle eſt fondée ſur la premiere formule du n. 423.

Exemple. Suppoſons la dépenſe & la chûte relative du courant les mêmes que dans l'exemple précédent. En nous bornant à 8 équipages, nous trouverons par cette règle que le poids de chaque équipage eſt = 2785 ℔.

627. Pour trouver le rayon ED du hériſſon, on cherchera d'abord celui des meules par la règle du n. 591, & on l'ajoutera à la moitié de l'intervalle qui doit être entre deux meules voiſines. Enſuite on diviſera la ſomme

par la quantité { $1 : \frac{864}{1000} : \frac{705}{1000} : \frac{587}{1000} : \frac{1}{2} : \frac{435}{1000} : \frac{382}{1000} : \frac{343}{1000} : \frac{309}{1000}$

quand le nombre de meules ſera = { $2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 : 9 : 10$,

& l'on retranchera du quotient le rayon CD de la lanterne. Le reſte ſera le rayon cherché.

Cette règle eſt fondée ſur la ſeconde formule du n. 423, & ſur les n. 343 — 345.

Exemple. Le poids de l'équipage d'une meule étant = 2785 ℔, le rayon de la meule ſera = $\frac{2011}{1000}$ pieds = 2 pieds 0 pouces 8 lignes. Suppoſons le rayon de la lanterne = 1 pied, & l'intervalle qui ſéparera deux meules voiſines = 2 pieds. Prenons la moitié de cet intervalle pour l'ajouter à $\frac{2011}{1000}$. La ſomme ſera = $\frac{3011}{1000}$; laquelle diviſée par $\frac{382}{1000}$ nombre qui répond à

8 meules dans la table, donnera au quotient $\frac{7997}{1000}$ pieds. Retranchons-en le rayon = 1 de la lanterne, & le reſte = $\frac{6997}{1000}$ pieds = 6 pieds 11 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$ ſera le rayon moyen du hériſſon.

628. Pour avoir le rayon moyen F G de la roue à aubes, on ſuivra cette règle: Multiplez la racine quarrée de la chûte relative par le rayon de la meule, celui du hériſſon & le nombre 231, & diviſez le produit par le rayon de la lanterne multiplié par 1000: le quotient ſera le rayon cherché:

Cette règle eſt fondée ſur la troiſieme formule du n. 423.

Exemple. Ainſi, pour avoir le rayon moyen de la roue à aubes dans les exemples précédents, il faudra multiplier la racine quarrée de 20 par les nombres $\frac{2015}{1000}$, $\frac{6997}{1000}$ & 231, & diviſer le produit par 1000. Le réſultat = $\frac{14814}{1000}$ pieds = 14 pieds 10 pouce 3 lignes ſera le rayon de la roue. Cette quantité eſt exceſſivement grande, & (518) il ſeroit difficile de l'employer dans la pratique. Nous allons voir comment on peut la diminuer.

Ce qu'il faut faire quand le rayon de la roue à aubes ſera trop grand.

629. Lorſque par la méthode précédente on trouvera pour le rayon de la roue une trop grande quantité, ce ſera une preuve que l'on aura fait celui de la lanterne trop petit. Il faudra donc alors augmenter ce dernier, & chercher de nouveau celui du hériſſon & celui de la roue par les deux règles précédentes.

Cela eſt encore fondé ſur la troiſieme formule du n. 423.

Exemple. Suppoſons le rayon de la lanterne = 3 pieds. Alors (627) le rayon du hériſſon ſera = $\frac{6997}{1000}$ pieds = 4 pieds 11 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$. Multiplions cette quantité par la racine quarrée de 20, par $\frac{2015}{1000}$ & par 231, & diviſons le réſultat par 3000: nous aurons le rayon moyen de la roue à aubes qui ſera = $\frac{5116}{1000}$ pieds = 3 pieds 6 pouces 5 lignes.

630. Il peut arriver qu'en donnant ainſi arbitrairement une certaine valeur au rayon de la lanterne, celui de la roue ne

devienne trop petit, & qu'il contienne moins de trois fois & demie la dimenſion de la ſection du courant priſe dans le même ſens. Pour lors il faudra ſuppoſer le rayon de la roue conſtant & égal à cette même dimenſion priſe trois fois & demi ; & l'on cherchera celui du hériſſon & celui de la lanterne, par les deux règles ſuivantes :

Premiere Règle. Pour trouver le rayon du hériſſon.

1°. Augmentez le rayon d'une meule de la moitié de l'eſpace qui ſe trouvera entre deux meules voiſines, & vous aurez une premiere quantité.

2°. Multipliez la racine quarrée de la chûte relative par le rayon d'une meule, & par la fraction $\frac{333}{1000}$, & ayant diviſé le produit par le rayon de la roue à aubes, augmentez le quotient d'une unité, & multipliez la ſomme par le réſultat de la table du n. 627 qui répondra au nombre de meules tournantes. Le produit vous donnera une ſeconde quantité.

3°. Diviſez la premiere par la ſeconde, & le quotient ſera le rayon cherché.

Seconde Règle. Pour trouver le rayon de la lanterne, on multipliera le rayon du hériſſon par celui de la meule, par la racine quarrée de la chûte relative, & par la fraction $\frac{333}{1000}$, & l'on diviſera le produit par le rayon de la roue à aubes. Le quotient ſera celui de la lanterne.

Ces deux règles ſont fondées ſur les formules du n. 426.

Exemple. Suppoſons que d'après les dimenſions de la ſection du courant au bas du courſier, le rayon moyen de la roue à aubes ne pût pas être moindre que 4 pieds. Exécutons ce qui eſt preſcrit par la premiere règle : nous aurons la premiere quantité qui y entre $= \frac{3051}{1000}$, & la ſeconde $= \frac{5846}{10000}$. Diviſant la premiere par la ſeconde, le quotient nous donnera le rayon du hériſſon $= \frac{5221}{1000}$ pieds $=$ 5 pieds 2 pouces 8 lignes 5 points.

Le rayon du hétiſſon étant connu, par la ſeconde règle

nous aurons celui de la lanterne $= \frac{2771}{1000}$ pieds $=$ 2 pieds 9 pouces 3 lignes 7 points.

631. Connoiſſant le poids des équipages des meules, & les rayons dont nous venons de parler, on conſtruira la machine en donnant aux autres pieces les dimenſions convenables, ſoit qu'elles ſoient arbitraires comme celle de l'arbre à hériſſon, ſoit qu'elles ſoient aſſujetties à des loix comme celles des palliers & des arbres des meules. Les premieres influent peu ſur l'effet, & les Ouvriers les connoiſſent aſſez par expérience. Quant aux dernieres, nous avons donné les règles néceſſaires pour les déterminer (606 — 609).

632. Pour connoître la quantité de farine qui ſera produite dans une heure, on cherchera par l'une des méthodes du n. 602 & 603, l'effet produit par une ſeule meule, & on le multipliera par le nombre de meules.

Exemple. Par la règle du n. 603, la quantité de farine que chaque meule produira dans une heure, ſera $=$ 270 lb. Donc les 8 meules en produiront 2160 lb.

Règles pour les moulins de la *fig.* 28, placés ſur un tourlier incliné.

633. Si *dm* (*fig.* 31) eſt moindre que 7 $\frac{314}{1000}$ pieds, l'on ſe ſervira d'un moulin ſemblable à celui de la *fig.* 28. On donnera à l'arbre horiſontal NE les dimenſions ordinaires, & aux tourrillons un diametre capable d'en ſoutenir le poids (552). Le rayon moyen CQ de la lanterne eſt arbitraire: il en eſt de même de celui (NG) de la roue à aubes; mais plus ce dernier ſera grand par rapport à la hauteur des aubes, plus la machine ſera parfaite. On peut voir ce que nous en avons dit dans la ſection précédente. Pour achever la conſtruction de la machine, il ne reſte plus qu'à trouver le poids de l'équipage de la meule & le rayon EQ du rouet.

634. Pour connoître le poids de l'équipage de la meule du moulin repréſenté par la *fig.* 28, on ſuivra cette règle:

1°. Diviſez le tiers du rayon du tourrillon par celui de la roue à aubes, & ayant retranché le quotient de $\frac{3}{4}$, vous multiplierez le reſte par la dépenſe de la ſource motrice, par ſa chûte relative & par le nombre 1991 ℔. Vous aurez une premiere quantité que vous regarderez comme des livres.

2°. Multipliez la racine quarrée de la chûte relative par le poids de l'arbre horiſontal, le rayon de ſon tourrillon & le nombre 1617, & diviſez le produit par le rayon de la roue à aubes. Vous aurez une ſeconde quantité qui exprimera pareillement des livres.

3°. Diviſez le tiers du rayon du tourrillon par celui de la roue à aubes, & ayant augmenté le quotient d'une unité, multipliez la ſomme par 1005. Vous aurez une troiſieme quantité.

4°. Otez la ſeconde de la premiere, & diviſez le reſte par la troiſieme. Le quotient exprimera le nombre de livres de l'équipage de la meule.

Cette règle eſt fondée ſur la premiere formule du n. 414.

Exemple. Suppoſons la dépenſe de la ſource = 12 pieds cubes, ſa chûte relative = 6 pieds, le poids de l'équipage de l'arbre horiſontal = 2000 ℔, le rayon moyen de la roue à aubes = 6 pieds, celui du tourtillon = $\frac{1}{11}$ pied, & celui de la lanterne = 1 pied. En exécutant ce qui eſt preſcrit par la règle, nous aurons la premiere quantité = $\frac{221984763}{100}$ ℔, la ſeconde = $\frac{10919666}{100}$ ℔; & la troiſieme = $\frac{100902}{100}$. Retranchons la ſeconde de la premiere, & diviſons le reſte par la troiſieme; le quotient 3082 ℔ nous fera connoître le poids de l'équipage de la meule.

635. Pour avoir le rayon moyen EQ du rouet, on exécutera ce qui eſt preſcrit par la règle ſuivante:

1°. Multipliez par 4302, le produit des rayons moyens de la roue à aubes & de la lanterne; ce qui vous donnera une premiere quantité qui exprimera des pieds.

2°. Extrayez la racine quarrée de la chûte relative, & multipliez-la par le rayon de la meule & par 1000 : vous aurez une ſeconde quantité.

3°. Diviſez la premiere par la ſeconde, & le quotient ſera le nombre de pieds du rayon cherché.

Cette règle eſt fondée ſur la ſeconde formule du n. 414.

Exemple. Puiſque dans l'exemple du numéro précédent, le poids de l'équipage de la meule = 3082 ℔, par la règle du n. 591, nous aurons ſon rayon = $\frac{2099}{1000}$ pieds = 2 pieds 1 pouce 2 lignes $\frac{1}{4}$. Faiſant les opérations preſcrites, nous trouverons la premiere quantité = 25812 pieds ; la ſeconde = 5121, & le quotient de la premiere diviſée par la ſeconde = $\frac{504}{100}$ pieds = 5 pieds 0 pouces 6 lignes. Cette derniere quantité ſera le rayon moyen du couet.

636. Pour trouver la quantité de farine produite dans une heure, l'on ſuivra l'une des règles des n. 602 & 603.

Exemple. Employons la règle du n. 603. Multiplions le poids de l'équipage = 3082 ℔ par $\frac{97}{1000}$, & le produit = 298 ℔, nous fera connoître l'effet que la machine produira dans une heure.

Règles pour le moulin de la fig. 48, placé ſur un courſier incliné.

637. Si l'équipage trouvé par la règle du n. 634, étoit trop grand pour pouvoir être employé, on ſe ſervitoit de la *fig.* 48 en admettant pluſieurs meules dont on trouveroit le nombre par la méthode du n. 625. On donneroit tel rayon qu'on voudroit aux lanternes, le poids de l'arbre MN ſeroit pareillement arbitraire. Mais pour pouvoir conſtruire la machine & lui faire produire le plus grand & le meilleur effet poſſible, il faut trouver le poids des équipages des meules, le rayon NI du hériſſon & celui (ED) du couet.

638. Pour trouver le poids de l'équipage d'une meule, on ſuivra cette règle : par la méthode du n. 634, cherchez le poids

que vous auriez s'il n'y avoit qu'une meule tournante & un engrénage, & que par la ſuppreſſion de l'arbre M N la *fig.* 48 devînt la même que la *fig.* 28. L'ayant trouvé, vous le multiplierez par $\frac{18}{19}$, & vous diviſerez le produit par le nombre de meules tournantes. Le quotient ſera le poids de l'équipage de chaque meule.

Cette règle eſt fondée ſur la premiere formule du n. 419.

Exemple. Suppoſons les mêmes données que dans l'exemple du n. 634, avec cette ſeule différence que la dépenſe du courant ſera ici = 60 pieds cubes. Suivons ce qui eſt preſcrit par la règle du même numéro; & nous aurons la premiere quantité = $\frac{160991381}{100}$, la ſeconde = $\frac{10919666}{100}$, & la troiſieme = $\frac{100902}{100}$. Retranchons la ſeconde de la premiere, & diviſons le reſte par la troiſieme, nous trouverons un quotient = 15846 ℔. Ce nombre eſt beaucoup trop grand pour une ſeule meule. Il faut donc en employer pluſieurs. Multiplions le par $\frac{18}{19}$; nous aurons un produit = 15012 ℔. Si nous diviſons cette quantité par 1436 ℔ qui (590) eſt le poids du moindre équipage qu'on puiſſe employer, nous aurons au quotient le plus grand nombre de meules dont nous puiſſions nous ſervir, lequel nombre ſera = 11. Bornons nous à 6, & diviſons par ce nombre 15012 ℔. Le quotient 2506 ℔ ſera le poids de l'équipage de chaque meule.

639. Pour trouver le rayon N I du hériſſon, on ſuivra la règle du n. 627, faiſant attention que le rayon de la lanterne qui y entre eſt toujours celui de la lanterne engrénée par les dents du hériſſon.

Cette règle eſt démontrée par la ſeconde formule du n. 419.

Exemple. Dans l'exemple du n. précédent, ſuppoſons le rayon de chaque lanterne = 1 pied, & l'intervalle entre les meules = 2 pieds. Par la méthode du n. 591, le rayon de la meule ſera = $\frac{1911}{1000}$ pieds = 1 pied 11 pouces 5 lignes. En

ſuivant

ſuivant la règle du n. 627, nous aurons le rayon moyen du hériſſon $= \frac{4904}{1000}$ pieds = 4 pieds 10 pouces 10 lignes.

640. Pour trouver le rayon moyen E D du rouet, on ſuivra cette règle :

1°. Multipliez par 4302, le produit que donneront les rayons de la roue à aubes & des deux lanternes, & vous aurez une premiere quantité.

2°. Extrayez la racine quarrée de la chûte relative, & multipliez-la par le rayon d'une meule, par celui du hériſſon, & par 1000 : vous aurez une ſeconde quantité.

3°. Diviſez la premiere par la ſeconde, & le quotient ſera le nombre de pieds du rayon moyen du rouet.

Cette règle eſt fondée ſur la troiſieme formule du n. 419.

Exemple. Ainſi, dans le moulin des exemples précédents, nous aurons la premiere quantité qui entrera dans l'expreſſion du rayon du rouet, = 25812 ; & la ſeconde = 23355. Diviſons la premiere par la ſeconde, & nous aurons le rayon moyen du rouet $= \frac{1105}{1000}$ pieds = 1 pieds 1 pouces 3 lignes.

641. Pour trouver la quantité de farine produite dans une heure, on ſuivra la règle du n. 632.

Exemple. Multiplions le poids d'un équipage = 2506 ℔ par $\frac{97}{1000}$, & (603) le produit 243 ℔ ſera l'effet de chaque meule dans une heure. Prenons 6 fois cette quantité, & nous aurons la farine produite dans une heure, par toutes les meules enſemble, qui ſera = 1458 ℔.

§. III.

Règles pour la conſtruction la plus avantageuſe des Moulins mûs par des rivieres.

642. Quand on conſtruira un moulin ſur une riviere, la roue à aubes ſera verticale, & l'on emploiera la *fig.* 28 ou la *fig.* 4ᵉ. La premiere choſe qu'on doit faire eſt de trouver la plus grande

Précautions à prendre avant la conſtruction d'un moulin ſur une riviere.

hauteur qu'on puiſſe donnet aux aîles, par la détetmination de la vîteſſe de la riviere, & par le rapport qu'on voudra mettre entre cette hauteur & le rayon moyen de la roue à aubes; ce qu'on fera par la méthode du n. 534. Ayant trouvé cette plus grande hauteur, on la diminuera d'une certaine quantité, & l'on déterminera le rayon moyen de la roue, la vîteſſe moyenne du courant & la largeur de l'aile, d'après les ptincipes établis aux n. 535, 536 & 532. La grandeur de l'arbre horiſontal, & la plûpart des pieces reſtantes ſont arbittaires. Il n'y a que le poids de l'équipage de la meule, & les rayons des rouets qui ſoient ſoumis à des loix conſtantes. Nous n'avons pas beſoin de dire qu'il en ſera de même de tout ce qui dépendra de ces quantités.

Règles pour le moulin de la fig. 28 placé ſur une riviere.

643. Quand on ſe ſervira de la *fig.* 28, pour ttouver le poids de l'équipage de la meule, on ſuivra cette règle:

1°. Diviſez le tiers du rayon du tourrillon par celui de la roue à aubes, & ayant retranché le quotient de $\frac{2}{4}$, multipliez le reſte pat la ſurface de l'aîle, le cube de la vîteſſe moyenne du courant, la fraction $\frac{4}{11}$, & enfin par $\frac{7}{8}$, ſi l'on emploie un courſier, ou par $\frac{7}{6}$ ſeulement, ſi l'on n'en emploie point: le produit donnera une premiere quantité exprimée en livres.

2°. Multipliez le poids de l'équipage de l'arbre horiſontal par le rayon de ſon tourrillon, la vîteſſe moyenne du courant & le nombre $\frac{1}{9}$, & diviſez le produit par le rayon moyen de la roue à aubes: vous aurez une ſeconde quantité exprimée en livres.

3°. Diviſez le tiers du rayon du tourrillon par celui de la roue à aubes, augmentez le quotient d'une unité, & multipliez la ſomme par $\frac{190}{119}$; vous aurez une troiſieme quantité.

4°. Retranchez la ſeconde de la premiere, & diviſez le reſte par la troiſieme. Le quotient ſera le poids de l'équipage de la meule.

Cette règle eſt fondée ſur la premiere formule du n. 415.

Exemple. Suppoſons le rayon moyen de la roue à aubes = 6 pieds, le rayon du tourrillon = $\frac{1}{11}$ pied, celui de la lanterne = 1 pied, le poids de l'arbre horiſontal = 2000 ℔, la ſurface de l'aîle = 12 pieds quarrés, & la viteſſe moyenne du courant = 8 pieds. D'après la règle que nous venons de donner, nous trouverons la premiere quantité qui ſera = $\frac{115128}{100}$ ℔ quand on emploiera un courſier, & = $\frac{257164}{400}$ ℔ quand on n'en emploiera point; la ſeconde = $\frac{4918}{100}$ ℔, & la troiſieme = $\frac{101}{100}$. Otons la ſeconde de la premiere, & diviſons le reſte par la troiſieme; nous trouverons le poids de l'équipage de la meule qui ſera = 5051 ℔ ou 2500 ℔, ſelon qu'on emploiera ou qu'on n'emploiera pas de courſier.

644. Pour trouver le rayon moyen du rouet, on aura cette règle : multipliez par $\frac{210}{7}$ le produit des rayons moyens de la roue & de la lanterne, & diviſez le réſultat par le produit de la viteſſe moyenne du courant & du rayon de la meule. Le quotient ſera le nombre de pieds du rayon cherché.

Cette règle eſt fondée ſur la ſeconde formule du n. 415.

Exemple. Par la méthode du n. 591, le rayon de la meule ſera = $\frac{21}{10}$ pieds = 2 pieds 6 pouces, lorſqu'on emploiera un courſier, & il ſera = $\frac{194}{100}$ pieds = 1 pied 11 pouces 5 lignes quand on n'en n'emploiera point. En ſuivant la règle que nous venons de preſcrire, on trouvera le rayon du rouet qui dans le premier cas ſera = $\frac{9428}{1000}$ pieds = 9 pieds 5 pouces 1 ligne $\frac{1}{3}$, & dans le ſecond il ſera = $\frac{12088}{1000}$ pieds = 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{3}$ ligne : quantités exceſſivement grandes.

645. Pour connoître l'effet qu'on doit attendre de ce moulin dans une heure, on ſuivra la même règle qu'au n. 636.

Exemple. Ainſi, nous trouverons que dans les exemples précédents, la quantité de farine produite dans une heure

par le ſecours d'un courſier, ſera = 489 ℔ ; au lieu que ſans courſier elle ſera ſeulement = 242 ℔.

Règles pour les moulins de la fig. 48, placés ſur une riviere.

646. Si l'on vouloit employer la *fig.* 48 : pour trouver le poids de l'équipage d'une meule tournante, on le chercheroit par la méthode du n. 643, en faiſant abſtraction de l'arbre MN, & en ſuppoſant que la *fig.* 48 devînt la *fig.* 28. L'ayant trouvé, on le multiplieroit par $\frac{18}{19}$, & on diviſeroit le produit par le nombre de meules tournantes qu'on devroit employer. Le quorient ſeroit le poids cherché :

Cette règle eſt fondée ſur la premiere formule du n. 420.

Exemple. Suppoſons les mêmes données que dans l'exemple du n. 643, obſervant ſeulement de faire la ſurface de l'aile = 16 pieds quarrés, la vîteſſe moyenne du courant = 12 pieds, & les rayons de toutes les lanternes = 1 pied. En exécutant les opérations preſcrites par la règle du même numéro, nous trouverons la premiere quantité = $\frac{2318076}{100}$ ℔ ou = $\frac{1159038}{100}$ ℔ ; la ſeconde = $\frac{7407}{100}$ ℔ ; & la troiſieme = $\frac{101}{100}$. Si l'on emploie un courſier, en retranchant la ſeconde de la premiere correſpondante, & en diviſant le reſte par la troiſieme, nous trouverons un quotient = 22877 ℔ ; & ſi l'on n'en emploie point, nous aurons ce quotient qui ſera ſeulement = 11402 ℔. Multiplions ces deux quotients par $\frac{18}{19}$, & nous aurons reſpectivement 21673 ℔ & 10802 ℔.

Si nous diviſons ces deux quantités par 1436 ℔, poids du moindre équipage qu'on puiſſe employer (590), les deux quotients 15 & 7 nous feront voir qu'en employant un courſier, on peut admettre juſqu'à 15 meules tournantes, & que ce nombre ſe réduit à 7 quand on n'en emploie point. Suppoſons le nombre de meules = 6 dans le premier cas, & = 3 dans le ſecond ; nous aurons le poids de l'équipage d'une meule en prenant la ſixieme partie de 21673 ℔, ou le tiers de 10802 ℔. Ainſi, dans le premier cas, le poids de l'équipage d'une meule tour-

nante ſera = 3612 ℔, & dans le ſecond, ce piods ſera = 3600 ℔.

647. Pour trouver le rayon du hériſſon, on ſuivra la règle du n. 639.

Nous l'avons démontré au n. 420.

Exemple. Le rayon de la meule (591) dans le premier cas ſera = $\frac{1343}{1000}$ pieds = 2 pieds 4 pouces 1 ligne $\frac{1}{7}$, & dans le ſecond cas, il ſera = $\frac{334}{100}$ pieds = 2 pieds 4 pouces 1 ligne. Supposons l'intervalle qui ſépare les meules tournantes = 2 pieds. Exécutant ce qui eſt preſcrit par la règle, nous aurons le rayon moyen du hériſſon, qui dans le premier cas ſera = $\frac{1686}{1000}$ pieds = 5 pieds 8 pouces 2 lignes $\frac{1}{4}$; & qui dans le ſecond cas deviendra = $\frac{1861}{1000}$ pieds = 2 pieds 10 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$.

648. Pour trouver le rayon moyen du rouet de champ, ſuivez cette règle.

1°. Multipliez par $\frac{210}{7}$ le produit des rayons de la roue de la lanterne engréneé par le rouet de champ, & d'une des lanternes engrénées par le hériſſon, & vous aurez une premiere quantité.

2°. Multipliez pareillement le rayon du hériſſon par celui d'une des meules, & par la vîteſſe moyenne du courant; ce qui vous donnera une ſeconde quantité.

3°. Diviſez la premiere par la ſeconde, & le quotient ſera le nombre de pieds du rayon cherché.

Cette règle eſt fondée ſur la derniere formule du n. 420.

Exemple. Examinons d'abord le premier cas, c'eſt-à-dire celui où l'on emploie un courſier, & nous aurons la premiere quantité = $\frac{188517}{1000}$, & la ſeconde = $\frac{159'147}{1000}$. Diviſons la premiere par la ſeconde, & nous aurons le rayon du rouet = $\frac{1179}{1000}$ pieds = 1 pied 2 pouces 1 ligne $\frac{5}{7}$.

Dans le ſecond cas, la premiere quantité ſera encore =

$\frac{188171}{1000}$, & la ſeconde $= \frac{80449}{1000}$. Diviſant la premiere par la ſeconde, nous aurons le rayon du rouet $= \frac{2348}{1000}$ pieds $=$ 2 pieds 4 pouces 2 lignes.

649. Pour avoir la quantité de farine produite dans une heure, on ſuivra la même règle qu'au n. 641.

Exemple. Ainſi, dans le premier cas, chaque meule tournante des exemples précédens, produira dans une heure 350 ℔ de farine, & par conſéquent les 6 meules en donneront 2100 ℔. Dans le ſecond cas, chaque meule en donnera 349 ℔ par heure, & les trois meules en produiront 1047 ℔.

650. Dans les moulins dont la forme eſt repréſentée par les *fig.* 28 & 48, & qui ſont placés ſur une riviere, la bonne conſtruction exige ordinairement une trop grande valeur pour le rayon du rouet de champ. Cela arrive ſur-tout dans la *fig.* 28.

Nous l'avons démontré au n. 414; & nous en avons vu un exemple au n. 644.

Ce qu'il faut faire quand le rouet de la fig. 28 eſt trop grand.

651. Dans la conſtruction d'un moulin ſur une riviere, lorſqu'en employant la *fig.* 28 on trouvera une trop grande valeur pour le rayon du rouet, on lui ſubſtituera la *fig.* 48 avec une ſeule meule dont le poids de l'équipage ſera égal au premier multiplié par $\frac{18}{19}$. Pour lors le rayon du hériſſon ſera arbitraire, & pour ſimplifier on le fera égal à celui du rouet de champ. L'un & l'autre ſe trouveront par la règle ſuivante:

1°. Multipliez entre eux les rayons de la roue à aubes & des deux lanternes, & le produit par le nombre $\frac{330}{7}$. Vous aurez une premiere quantité.

2°. Multipliez le rayon de la meule par la viteſſe moyenne du courant; & vous aurez une ſeconde quantité.

3°. Diviſez la premiere par la ſeconde, & extrayez la racine quatrée du quotient. Le réſultat ſera le rayon moyen des deux rouets.

Cette règle eſt fondée ſur la formule du n. 425.

Exemple. Reprenons l'exemple des n. 643 & 644. Le poids de l'équipage de la meule ſera ici égal à celui que le calcul nous a donné au n. 643, multiplié par $\frac{18}{19}$; c'eſt-à-dire qu'il ſera $=4785$ ℔ ou $=2368$ ℔, ſelon qu'on emploiera ou qu'on n'emploiera pas de courſier; & le rayon de la meule ſera reſpectivement $=\frac{2497}{1000}$ pieds $=2$ pieds 8 pouces 4 lignes $\frac{1}{3}$, & $=\frac{1898}{1000}$ pieds $=1$ pied 10 pouces 9 lignes $\frac{1}{3}$.

Dans le premier cas, la premiere quantité de la règle précédente ſera $=\frac{188571}{1000}$, & la ſeconde $=\frac{21176}{1000}$. Diviſons la premiere par la ſeconde, & extrayons la racine quarrée du quotient; nous aurons le rayon du rouet de champ & celui du hériſſon $=\frac{291}{100}$ pieds $=2$ pieds 11 pouces 5 lignes.

Dans le ſecond cas, la premiere quantité de la règle ſera encore $=\frac{188571}{1000}$, & la ſeconde $=\frac{11184}{1000}$. Diviſons la premiere par la ſeconde, nous aurons le quotient $\frac{124190}{10000}$ dont la racine quarrée nous donnera le rayon du rouet de champ & celui du hériſſon $=\frac{353}{100}$ pieds $=3$ pieds 6 pouces 3 lignes.

Moulins mûs par le moyen de deux roues à aubes.

652. On emploie quelquefois deux roues à aubes pour mouvoir les moulins conſtruits ſur des bateaux. Cette conſtruction eſt ſujette à des inconvéniens, ainſi qu'on peut voir au n. 378 auquel nous renvoyons.

§. IV.

Des Moulins à écluſe.

Conſtruction des moulins à écluſe.

653. Nous avons vu au n. 616 comment on pouvoit s'aſſurer ſi le moulin ſeroit à écluſe, & au n. 617 s'il ſeroit ſimple ou compoſé. Nous avons donné les règles ſur la conſtruction des écluſes au §. III. de la ſection précédente, & celles des moulins, tant ſimples que compoſés, au § II. de cette ſection. Ainſi, la choſe ne ſouffre plus de difficulté.

Détermination de leur effet.

654. Pour trouver la quantité de farine que produira dans un temps déterminé le moulin à écluſe, on cherchera par l'une des méthodes des n. 602 & 603, la farine produite dans une heure par la meule du moulin. On multipliera cette quantité par la dépenſe de la ſource, & on la diviſera par celle de l'écluſe. Le réſultat ſera la quantité de farine que produiroit dans une heure un moulin qui ſe mouvroit d'un mouvement continu ſans le ſecours de l'écluſe, & par le moyen de l'eau de la ſource qui fournit à l'écluſe. Qu'on multiplie cette quantité de farine par le nombre d'heures que contient le temps propoſé, & l'on aura le produit de ce moulin.

Cette règle eſt fondée ſur le n. 259.

Exemple. Suppoſons que la dépenſe de la ſource ſoit = 1 pied cube, celle de l'écluſe = 12, & la quantité de farine produite dans une heure par le moyen de l'écluſe = 820 ℔. Multiplions 820 ℔ par 1, & diviſons par 12, nous aurons 68 ℔ pour l'effet produit dans une heure par un moulin qui en ſe mouvant ſans interruption, produiroit le même effet que le moulin à écluſe. Donc dans un jour ou vingt-quatre heures l'effet ſera vingt-quatre fois plus grand, c'eſt-à-dire que le moulin produira environ 1632 ℔ de farine.

§. V.

Applications.

Application au moulin de la fig. 46.

655. On a une ſource dont la dépenſe eſt de 10 pieds cubes d'eau par ſeconde, & la chûte abſolue de 15 pieds. On demande l'eſpece, la conſtruction & l'effet du meilleur moulin qu'on puiſſe employer.

Conformément au n. 613, diminuons d'un pied la chûte abſolue 15, & comparons le reſte = 14 pieds aux réſultats de la table du n. 612. Ce reſte étant plus grand que le moindre

dre nombre 7 $\frac{314}{1000}$, nous conclurons que le moulin ſera ſimple & tel qu'il eſt repréſenté par la *fig.* 46.

Pour ſavoir s'il ſera aſſez grand pour n'avoir pas beſoin d'écluſe, ſuivant le n. 616, multiplions 14 par la dépenſe = 10 ; le produit 140 étant plus grand que 30 $\frac{11}{100}$, nous fera voir que la force de l'eau ſera aſſez grande pour mouvoir ſans le ſecours d'une écluſe un moulin plus grand que le moindre qu'on puiſſe employer.

Connoiſſant l'eſpece de moulin dont nous devons nous ſervir, cherchons par la méthode du n. 489, la moindre largeur du courſier de décharge ; & conſéquemment la chûte de l'eau après l'impulſion. Nous trouverons pour la premiere quantité 2 pieds 5 pouces 2 lignes, & puiſque cette valeur n'eſt pas trop grande, il ſuit que SQ (*fig.* 31) ne doit être que de 9 pouces, & que Sm ſera = 1 pied, ainſi que nous l'avions déjà ſuppoſé. Donc dm = 14 pieds.

Puiſque 14 tombe entre le troiſieme & le quatrieme réſultat de la table du n. 612, ſelon ce que nous avons dit au n. 614 la profondeur de l'eau au bas du courſier doit être ſuppoſée égale à la largeur du courſier au même endroit.

Si nous exécutons ce qui eſt preſcrit par la règle du n. 496, nous trouverons la largeur du courſier au bas de la chûte = $\frac{604}{1000}$ pieds = 7 pouces 3 lignes. Cette quantité ſera auſſi la profondeur de l'eau. Retranchons-la de 14 pieds, & ſelon les n. 494 & 498, nous aurons la vraie chûte relative = $\frac{13396}{1000}$ pieds.

La méthode du n. 499 nous fait voir que ſi l'on ſuppoſe la profondeur de l'eau à l'entrée du courſier = 1 $\frac{1}{8}$ pieds, la largeur du courſier au même endroit ſera = $\frac{1115}{1000}$ pieds = 1 pied 1 pouce 4 lignes & demie.

Exécutons ce que preſcrit la règle du n. 621, & nous trouverons le rayon moyen de la roue à aubes = $\frac{2619}{1000}$ pieds = 2 pieds 7 pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$. Ce rayon connu, on conſtruira la

roue ſelon les principes établis dans la ſeconde ſection.

Par la règle du n. 620, nous aurons le poids de l'équipage de la meule tournante = 6301 ℔, & par celle du n. 591, nous trouverons le rayon de la meule = $\frac{3091}{1000}$ pieds = 3 pieds 1 pouce 1 ligne $\frac{1}{3}$.

Il nous ſera aiſé de connoître la groſſeur de l'arbre que nous devons employer, ſoit qu'il ſoit de bois ou de fer. Pour cela nous n'avons qu'à nous conformer à ce que nous avons dit au n. 606 & 607. On aura la groſſeur du pivot par le n. 608. Ainſi, puiſqu'on eſt cenſé connoître la longueur de ces pieces, & le poids d'un pied cube de même matiere (460 & 461), on connoîtra auſſi leur poids (459); de même que celui de la roue à aubes (557 — 559) puiſque ſon rayon moyen & la ſection du coutant au bas du courſiet étant trouvés, on a tout ce qui eſt néceſſaire pour la conſtruire. Suppoſons le poids de l'arbre, du pivot & de la roue à aubes = 1000 ℔.

Pour tailler la meule, & lui donner la forme convenable, déterminons à-peu-près le poids du volume de pierre qu'on doit enlever pour former l'œil de la meule. Suppoſons qu'un pied cube de pierre de même nature que celle de la meule peſe 170 ℔. Donnons 14 pouces = $\frac{14}{12}$ ou $\frac{7}{6}$ pieds de diametre à l'œil, & faiſons les opérations de la règle du n. 595. Nous aurons les trois quantités dont il s'agit, qui ſeront la premiere = 5301; la ſeconde = 181, & la troiſieme = 5116, en négligeant les fractions. Multiplions la premiere par la ſeconde, & diviſons le produit par la troiſieme; nous aurons le poids de ce cylindre de pierre qui ſera à-peu près = 187 ℔.

Pour trouver le volume, tant du plein que du vuide de la meule (ce qui eſt néceſſaire pour lui donner la forme la plus avantageuſe) ſuivons les procédés indiqués par la règle du n. 596. La premiere quantité ſera = 813; la ſeconde = 5488 & le volume cherché = $\frac{32281}{1000}$ pieds cubes.

Il nous reſte à trouver l'épaiſſeur que la meule doit avoir au cen-

tre & à la circonférence. Donnons $\frac{1}{2}$ pouce $= \frac{1}{24}$ pied de relief à la meule giſſante, & ſuppoſons le diametre d'un grain de bled $=$ 1 ligne $= \frac{1}{144}$ pied. Nous trouverons la premiere quantité qui entre dans la règle du n. 597, $= \frac{1071}{1000}$ pieds, & la ſeconde $= \frac{1}{24}$ pied. D'où nous conclurons par la même règle que l'épaiſſeur de la meule au centre eſt $= \frac{1031}{1000}$ pieds $=$ 1 pied 0 pouces 5 lignes, & ſon épaiſſeur à la circonférence $= \frac{1086}{1000}$ pieds $=$ 1 pied 1 pouce $\frac{1}{3}$ ligne.

Donnons 9 pieds de longueur au pallier. Par la règle du n. 609, nous aurons le côté de ſon équarriſſage $= \frac{5715}{10000}$ pieds $=$ 6 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$.

Enfin, par la règle du n. 603, nous aurons à-peu-près le poids de la farine produite dans une heure $=$ 611 ℔.

656. Suppoſons que ſous la même chûte la ſource dépenſe 40 pieds cubes d'eau par ſeconde.

Application au moulin de la fig. 51.

La dépenſe étant 4 fois plus grande que dans l'exemple précédent, ſi l'on vouloit n'employer qu'un moulin ſimple, l'équipage de la meule ſeroit preſque quadruple de celui du n. 655. Ainſi, cet équipage étant démeſurement grand, il faut recourir à la *fig.* 51, ou à la *fig.* 35. Voyons d'abord l'uſage de la premiere.

Par la méthode du n. 489, nous trouverons 7 pieds 4 pouces 9 lignes pour la moindre largeur du courſier de décharge, en faiſant SQ $=$ 1 pied (*fig.* 31. Donc puiſque (483) mQ $=$ $\frac{1}{4}$ pied, mS ſera $= \frac{1}{3}$ pieds, & dm $=$ 13 $\frac{1}{4}$ pieds $= \frac{1371}{100}$ pieds.

La profondeur naturelle de l'eau au bas du courſier, doit être encore ici égale à la largeur du courſier au même endroit (614). Par la règle du n. 496, nous trouverons l'une & l'autre $= \frac{1115}{1000}$ pieds $=$ 1 pieds 2 pouces 7 lignes; & par conſéquent (494 & 498) la chûte relative d'après laquelle nous ferons le calcul de la machine ſera $= \frac{121115}{1000}$ pieds.

Si nous ſuppoſons que la profondeur de l'eau à l'entrée du courſier, ſoit de 3 pieds; par la règle du n. 499, nous trou-

verons la largeur du courſier en cet endroit = $\frac{1577}{1000}$ pieds = 1 pied 6 pouces 11 lignes.

La méthode du n. 625 nous fait voir que nous pourrions employer à la rigueur juſqu'à 16 meules tournantes ; mais conformément à la remarque que nous avons faite au même endroit, nous nous contenterons d'en employer 6.

La règle du n. 626, nous donnera le poids de l'équipage de chaque meule tournante = 3724 ℔, & celle du n. 591, nous en fera connoître le rayon, qui ſera = $\frac{21797}{10000}$ pieds = 2 pieds 4 pouces 6 lignes $\frac{1}{3}$.

Suppoſons que le rayon de chaque lanterne ſoit = 1 pied, & l'intervalle qui ſéparera les meules = 2 pieds. La règle du n. 627 donnera le rayon moyen du hériſſon = $\frac{5759}{1000}$ pieds = 5 pieds 9 pouces 1 ligne $\frac{1}{3}$. Nous chercherons le nombre de dents & de fuſeaux à la fin de ce numéro.

Par la méthode du n. 628, on trouvera le rayon moyen de la roue à aubes = $\frac{113}{10}$ pieds = 11 pieds 2 pouces 5 lignes. Ce rayon étant beaucoup trop grand pour une roue horiſontale, il eſt néceſſaire d'augmenter celui de la lanterne, conformément à ce que nous avons dit au n. 629.

Donnons donc 2 pieds au rayon moyen de la lanterne, & cherchons de nouveau celui du hériſſon, & celui de la roue à aubes ; nous trouverons le premier = $\frac{4719}{1000}$ pieds = 4 pieds 9 pouces 1 lignes $\frac{1}{3}$, & le ſecond = $\frac{461}{100}$ pieds = 4 pieds 7 pouces 6 lignes $\frac{1}{4}$.

Suppoſons que le poids du pivot, de la lanrerne & de l'arbre de la meule, ſoit = 500 ℔, celui d'un pied cube de pierre 170 ℔, & le diametre de l'œil = 1 pied. Pour trouver le poids approché d'un volume de pierre égal au vuide de l'œil, la règle du n. 595 exige trois quantités dont la premiere = 3224 ; la ſeconde = 133, & la troiſieme = 3026. Faiſant les opérations preſcrites, nous aurons ce poids = 141 ℔.

La règle du n. 596 nous donnera le volume tant du plein que du vuide de la meule $= \frac{19794}{1000}$ pieds cubes.

Exécutons à préſent ce qui eſt preſcrit par la règle du n. 597. Si nous donnons $\frac{1}{2}$ pouce de relief à la meule giſſante, & que nous ſuppoſions le diamettre d'un grain de bled $=$ 1 ligne, nous trouverons la premiere quantité $= \frac{1111}{1000}$ pieds, & la ſeconde $= \frac{1}{18}$ pied. Donc l'épaiſſeur de la meule au centre ſera $= \frac{1077}{1000}$ pieds $=$ 1 pied 0 pouces 10 $\frac{1}{4}$ lignes, & celle à la circonférence $= \frac{111}{100}$ pieds $=$ 1 pied 1 pouce 6 lignes $\frac{1}{4}$.

Faiſons la longueur de chaque pallier $=$ 9 pieds. Par la règle du n. 609, le côté de l'équartiſſage ſera $= \frac{44}{100}$ pieds $=$ 5 pouces 3 lignes $\frac{1}{3}$.

Par la règle du n. 632, nous aurons à-peu-près la quantité de farine produite dans une heure $=$ 2057 lb.

Donnons 3 pouces $= \frac{1}{4}$ pied d'épaiſſeur aux dents & aux fuſeaux, & 3 lignes $= \frac{1}{48}$ pied de jeu à l'engrénage. Pour trouver le nombre de dents & de fuſeaux, ſuivons exactement les règles des n. 544 & 546. La ſomme de l'épaiſſeur d'une dent, de celle d'un fuſeau & de la largeur du jeu eſt $= \frac{21}{48}$ pieds; & la circonférence moyenne du hériſſon (448) eſt $= \frac{29913}{1000}$ pieds, laquelle diviſée par $\frac{21}{48}$, donne 57 $\frac{413}{1000}$ au quotient. La lettre k eſt ici $=$ 57. Suivant la règle du n. 544, multiplions ſucceſſivement par le rayon $=$ 2 de la lanterne, les nombres 57, 56, 55, 54, & diviſons les produits par le rayon du hériſſon $= \frac{4719}{1000}$; les quotients ſeront reſpectivement 23 $\frac{91}{100}$, 23 $\frac{70}{100}$, 23 $\frac{11}{100}$ & 22 $\frac{7}{100}$. Celui qui approche le plus d'un nombre entier eſt le premier. Donc ſuivant la règle du n. 546, nous prendrons 24 pour le nombre de fuſeaux de la lanterne, & 57 pour celui des dents du hériſſon. Conſervant le même jeu à l'engrénage, par la règle du n. 545, nous aurons la vraie épaiſſeur que nous devons donner aux dents & aux fuſeaux qui ne ſera plus $=$ 3 pouces, à cauſe du calcul d'approximation, mais $=$ 3 pouces $\frac{1}{3}$ ligne. La plupart des

autres dimenſions de la machine étant arbitraires, on aura tout ce qu'il faut pour la conſtruire.

Application au cas où l'on emploieroit pluſieurs moulins de front.

657. Au lieu de l'engrénage de la *figure* 51, n'employons que des moulins ſimples en exécutant ce qui eſt indiquée par la *fig.* 35.

Si nous n'employons qu'un ſeul équipage, & une ſeule toue à aubes, nous venons de voir que la chûte relative ſeroit $= \frac{12515}{1000}$. Donc par la règle du n. 620, le poids de l'équipage de la meule ſeroit = 23585 ℔. Diviſons cette quantité par le poids du moindre équipage, c'eſt-à-dire par 1436 ℔, le nombre entier du quotient nous fera voir que le plus grand nombre de moulins ſimples que nous puiſſions employer ſera = 17, ou peut-être = 18, à cauſe que plus on en emploiera, plus la chûte relative ſera grande. Mais bornons-nous à 4, & voyons quelles en ſeront les dimenſions.

Le nombre de moulins étant = 4, celui des embrâſures d, d, ſera auſſi = 4, & la dépenſe du courant par chaque embrâſure ſera $= \frac{40}{4}$ = 10 pieds cubes. La queſtion ſe réduit donc à celle du n. 655, puiſque nous avons pour chaque moulin la même dépenſe & la même chûte qu'au numéro cité. Ainſi, nous trouverons pour chacun les mêmes dimenſions que ci-deſſus.

Quant à la farine produite, ſa quantité ſera quadruple ou = 2444 ℔ par heure, au lieu qu'en ſe ſervant de la *fig.* 51, elle ne devoit être que 2057 ℔ à cauſe qu'une partie de la force étoit abſorbée par la réſiſtance des engrénages.

Application au moulin de la fig. 28, mû par une chûte d'eau.

658. Que la dépenſe du courant ſoit de 20 pieds cubes d'eau par ſeconde, & ſa chûte abſolue = 5 pieds ſeulement.

On voit au premier abord que le moulin ne pourra pas être ſimple, puiſque la chûte abſolue elle-même eſt moindre que le plus petit réſultat de la table du n. 612. Il faudra donc employer la *fig.* 28.

Pour connoître ſi la force du courant pourra ſuffire au moin-

dre moulin, (613) diminuons 5 de l'unité, & multiplions le reſte 4 par la dépenſe = 20. Le produit 80 étant plus grand que $30\frac{5}{100}$, nous fait voir (616) que nous n'avons pas beſoin de recourir aux écluſes.

La dépenſe étant conſidérable, & la chûte fort petite, pour ménager cette derniere, il faudra donner une grande largeur au courſier de décharge. Ainſi, par la régle du n. 489, nous trouverons que cette largeur doit être au moins de 9 pieds, & que dm (*fig.* 31) ſera = 4 pieds, ou mS = 1 pied.

Dans la vue d'augmenter la vraie chûte relative, eu égard à la dépenſe de la ſource & conformément à ce que nous avons dit (495), nous ſuppoſerons que la largeur du courſier au bas de la chûte eſt triple de la profondeur de l'eau au même point. Par la méthode du n. 496, nous trouverons cette largeur = $\frac{20114}{10000}$ pieds = 2 pieds 0 pouces 3 lignes $\frac{1}{2}$, & (497) la profondeur naturelle de l'eau = $\frac{674}{1000}$ pieds = 8 pouces 1 ligne. Donc en retranchant de dm la moitié ſeulement de cette derniere quantité (494 & 498) nous aurons la vraie chûte relative qui ſera = $\frac{3326}{1000}$ pieds = 3 pieds 4 pouces.

Suppoſons que la profondeur de l'eau à l'entrée du courſier ſoit = 1 $\frac{1}{2}$ pied; par la règle du n. 499, nous trouverons la largeur du courſier au même endroit = $\frac{2239}{1000}$ pieds = 2 pieds 2 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$.

La profondeur naturelle de l'eau au point d'impulſion étant = 8 pouces 1 ligne, nous pourrons (516 & 517) prendre 5 pieds pour le rayon moyen de la roue à aubes. Faiſons le poids de l'arbre horiſontal & de ſes dépendances = 3000 lb: le rayon du tourrillon pourra (552) être = 1 pouce = $\frac{1}{12}$ pied.

Des trois quantités qui entrent dans la règle du n. 634, la premiere = 2973457; la ſeconde = 147448, & la troiſieme = 1010 en négligeant les fractions. Faiſant les opérations preſcrites, nous aurons le poids de l'équipage de la meule = 2798 lb; & par la règle du n. 591, ſon rayon ſera = $\frac{2063}{1000}$

pieds = 2 pieds 0 pouces 9 lignes. Les applications précédentes font voir comment on trouve les autres dimenſions de la meule; ainſi, nous ne nous y arrêterons pas.

Suppoſons le rayon moyen de la lanterne = 1 pied. La règle du n. 635 nous donnera celui du rouet = $\frac{5717}{1000}$ pieds = 5 pieds 8 pouces 7 lignes $\frac{1}{4}$.

Donnons 9 pieds de longueur au pallier. Par la méthode du n. 609, nous trouverons le côté de ſon équarriſſage = $\frac{181}{1000}$ pieds = 4 pouces 6 lignes $\frac{1}{4}$.

Suppoſons d'abord 2 pouces 6 lignes = $\frac{5}{14}$ pied d'épaiſſeur aux dents & aux fuſeaux, & 3 lignes = $\frac{1}{48}$ pied de jeu à l'engrénage. La circonférence du rouet eſt = $\frac{31915}{1000}$ pieds, & la ſomme des épaiſſeurs d'une dent & d'un fuſeau augmentée du jeu = $\frac{7}{16}$ pied. La circonférence du rouet diviſée par cette ſomme, donne 82 $\frac{417}{1000}$. Le nombre entier 82 eſt ici celui que nous avons nommé k au n. 544. Effectuant ce qui eſt preſcrit au même numéro, nous trouverons que les quotients qui répondront aux nombres 82, 81, 80 reſpectivement, ſeront 14 $\frac{34}{100}$, 14 $\frac{16}{100}$, 13 $\frac{99}{100}$. De tous ces quotients, aucun n'étant entier, & le dernier en approchant le plus, ſuivant le n. 546, nous prendrons 14 pour le nombre de fuſeaux, & 80 ſera celui des dents.

La méthode du n. 545 nous donnera la véritable épaiſſeur des dents & des fuſeaux = 2 pouces 6 lignes 11 points.

Enfin, celle du n. 603 nous fera connoître que la quantité de farine produite dans une heure ſera = 271 ℔.

Application au moulin de la fig. 48, mû par une chûte d'eau.

659. Suppoſons qu'avec la chûte de l'exemple précédent, on ait une dépenſe = 140 pieds cubes.

La dépenſe étant 7 fois plus grande que dans l'application précédente, ſi l'on n'employoit qu'un ſeul équipage, il ſeroit à-peu-près 7 fois plus grand, ce qui n'eſt gueres poſſible. On pourra donc alors ſe ſervir de la *fig.* 48. Il eſt inutile de chercher de nouveau la valeur de dm (*fig.* 31): elle peut être ſenſiblement

ſiblement la même qu'au n. 658, auſſi bien que la largeur du courſier de décharge. Cat on doit temarquer qu'il n'en eſt pas des roues verticales ainſi que des roues horiſontales. Celles-ci ſetoient infailliblement gênées dans leur mouvement, ſi elles n'étoient pas ſupérieures à l'eau après l'impulſion, à cauſe qu'elles plongeroient ſut toute leur étendue ; au lieu que les ptemietes ne plongent que par un petit arc.

Faiſons encore la largeur de la partie inférieure du courſiet triple de la profondeur de l'eau au même endroit. Par la méthode du n. 496, nous rrouverons cette largeur = $\frac{515}{100}$ pieds = 5 pieds 4 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$, & (497) la profondeur de l'eau = $\frac{173}{100}$ pieds = 1 pied 9 pouces 4 lignes $\frac{1}{3}$.

La profondeur de l'eau étant ici très comparable à la chûte abſolue, ainſi qu'à *dm*, pour avoir la chûte relative, il faut (494) ôter de *dm* la moitié ſeulement de la profondeur ; ce qui donnera la chûte relative = $\frac{515}{100}$ pieds.

En ſuppoſant la profondeur de l'eau à l'entrée du courſier = 3 pieds, la règle du n. 499 nous donnera la largeur du courſiet au même endtoit = $\frac{1551}{1000}$ pieds = 5 pieds 6 pouces 3 lignes.

La profondeut naturelle de l'eau au bas du courſiet étant = $\frac{178}{100}$ pieds, nous pourrons (516) nous contenter de tendre le rayon moyen de la roue à aubes à-peu-près quadruple de cette quantité en lui donnant 7 pieds. Nous ſuppoſerons le poids de l'équipage de l'arbre horiſontal = 4200 ℔, & le rayon des tourrillons = 1 pouce 6 lignes = $\frac{1}{8}$ pied.

Nous avons déjà remarqué que ſi l'on n'employoit qu'une meule tournante, on trouveroit le poids de ſon équipage près de 7 fois plus grand que dans l'exemple précédent, c'eſt-à-dire, à-peu-près = 19586 ℔. Diviſons cette quantité par 1436 ℔ poids du moindre équipage, & nous verrons que le poids du plus grand nombre de meules qu'on puiſſe employer n'excé-

dera pas le nombre entier 13 du quotient. Il nous ſuffira d'en employer 6.

S'il n'y avoit qu'une meule tournante, la méthode du n. 634 nous donneroit le poids de ſon équipage = 19029 lb. Suivant la règle du n. 638, multiplions cette quantité par $\frac{18}{19}$, & diviſons le produit par 6, & le quotient 3004 ſera le nombre de livres du poids de l'équipage de chaque meule, dont le rayon (591) ſera = $\frac{2171}{1000}$ pieds = 2 pieds 2 pouces 1 ligne. Quant aux autres dimenſions des meules, on les trouvera par les règles données (595 — 597).

Donnons 1 pied au rayon moyen de chaque lanterne, & 2 pieds à l'intervalle qui ſépare les meules. La règle du n. 639 nous donnera pour le rayon du hériſſon $\frac{5116}{1000}$ pieds = 5 pieds 4 pouces $\frac{1}{3}$ ligne, & celle du n. 640 nous fera connoître que le rayon du rouet de champ eſt = $\frac{167}{100}$ pieds = 1 pied 5 pouces 7 lignes $\frac{1}{3}$.

Pour connoître le nombre de dents du hériſſon, & celui des fuſeaux de la lanterne qu'il engrene. Suppoſons d'abord que l'épaiſſeur d'une dent, ainſi que le diametre d'un fuſeau eſt = 2 pouces 6 lignes = $\frac{1}{14}$ pied, & la largeur du jeu de l'engrénage = 3 lignes = $\frac{1}{48}$ pied. La ſomme de ces trois quantités ſera = $\frac{7}{16}$ pied, & la circonférence moyenne du hériſſon = $\frac{5116}{1000}$ pieds. Cette derniere quantité diviſée par la premiere, nous donne 76 $\frac{9}{10}$ au quotient: le nombre 76 eſt repréſenté par k au n. 544. Suivant la règle du même numéro, multiplions par le rayon de la lanterne = 1 ſucceſſivement les nombres 76, 75, 74, 73 & diviſons les produits par le rayon du rouet $\frac{5116}{1000}$: nous aurons les quotients correſpondants 14 $\frac{21}{100}$, 14 $\frac{1}{100}$, 13 $\frac{84}{100}$, 13 $\frac{61}{100}$, dont le ſecond approche le plus d'un nombre entier. Donc ſuivant le n. 546, le nombre entier 14 le plus approchant ſera le nombre de fuſeaux de la lanterne, & 75 ſera celui des dents du hériſſon. Alors (545) nous trouverons

la vraie épaiſſeur des dents & des fuſeaux = 2 pouces 6 lignes 10 points.

Suppoſons encore les mêmes dimenſions aux dents, aux fuſeaux & au jeu de l'engrénage du rouet de champ. La circonférence moyenne de ce rouet ſera = $\frac{914}{100}$ pieds, laquelle diviſée par $\frac{7}{16}$ donne au quotient 21 $\frac{11}{100}$. Par les mêmes règles que nous avons ſuivies en faiſant le calcul de l'engrénage du hériſſon, ſi nous multiplions par le rayon de la lanterne = 1, les nombres 21, 20, 19, 18, & que nous diviſions tous les produits par le rayon du rouet = $\frac{147}{100}$; nous aurons pour quotients reſpectifs 14 $\frac{19}{100}$, 13 $\frac{60}{100}$, 12 $\frac{91}{100}$, 12 $\frac{14}{100}$, dont le troiſieme approche le plus d'un nombre entier qui eſt 13. Ce nombre 13 ſera donc celui des fuſeaux de la lanterne, & le nombre correſpondant 19 celui des dents du rouet. Par la méthode du n. 545, nous aurons la vraie épaiſſeur, tant des dents que des fuſeaux = 2 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$.

Suppoſons que le pallier ait 9 pieds de longueur. La règle du n. 609 nous donnera le côté de ſon équarriſſage = 4 pouces 8 lignes $\frac{1}{4}$.

Enfin, par la règle du n. 632, la quantité de farine produite dans une heure ſera = 1748 ℔.

660. On a une ſource dont la chûte abſolue eſt = 12 pieds, & dont la plus grande & la moindre dépenſe ſont reſpectivement 6 & 2 pieds cubes d'eau par ſeconde. Il s'agit de l'employer à mouvoir un moulin qui produiſe le plus grand & le meilleure effet poſſible.

Application à un moulin ſimple mû par le moyen d'une écluſe.

Diminuons 12 pieds de l'unité, & regardons pour un moment le reſte 11 pieds comme la vraie chûte relative. Si nous multiplions par 11 les dépenſes de la ſource, les produits 66 & 22 nous feront voir (616) que dans le temps des hautes eaux, le moulin n'aura pas beſoin d'écluſe, mais qu'il ne pourra pas s'en paſſer pendant les baſſes eaux. Il faut donc ſe ſervir

d'une écluſe, & ſuppoſer ſa dépenſe plus grande que 6 pieds cubes (507).

Fixons à 10 pieds cubes la dépenſe de l'écluſe, & à 2 pieds la profondeur du baſſin ſupérieur. Donnons 1 pied de profondeur à la partie ſupérieure du courſier : nous aurons (508). ſa largeur en cet endroit = $\frac{766}{1000}$ pied = 9 pouces 2 lignes. (510) La profondeur du baſſin inférieur ſera = 2 pieds 6 pouces, & par la règle du n. 511, la chûte abſolue de la dépenſe de l'écluſe, ſera = 2 $\frac{1091}{100}$ pieds. La queſtion ſe réduit donc à celle-ci : *Trouver l'eſpece, les dimenſions & l'effet d'un moulin mû par une ſource dont la dépenſe eſt de* 10 *pieds cubes, & la chûte abſolue* = $\frac{1091}{100}$ *pieds.*

La chûte abſolue diminuée d'une ou même de deux unirés, étant plus grande que le moindre réſultat de la table du n. 612, nous couclurons (613) que le moulin doit être ſimple, tel que celui qui eſt repréſenté par la *fig.* 46. La méthode du n. 489 nous fait voir qu'en faiſant *m*S (*fig.* 31) = 1 pied, la moindre largeur du courſier de décharge ſera à-peu-près = 3 pieds, & *dm* = $\frac{991}{100}$ pieds. La valeur de *dm* tombant entre le ſecond & le troiſieme réſultat de la table que nous venons de citer, il s'enſuit (614) que la profondeur de l'eau au point d'impulſion doit être double de la largeur du couſier au même endroit.

La règle du n. 496 nous donne cette largeur = $\frac{465}{1000}$ pieds = 5 pouces 7 lignes, & celle du n. 497 nous fait connoître la profondeur naturelle de l'eau = $\frac{91}{100}$ pied = 11 pouces 2 lignes. Ainſi, (494 & 498) la chûte relative ſera = 8 $\frac{99}{100}$ pieds ou plutôt = 9 pieds.

Cela poſé, nous trouverons (620) le poids de l'équipage de la meule = 4233 ℔; (591) le rayon de la meule = $\frac{1511}{1000}$ pieds = 2 pieds 6 pouces 5 lignes; (621) le rayon moyen de la roue à aubes = $\frac{121}{100}$ pieds = 1 pied 8 pouces 9 lignes; (609) le côté de l'équarriſſage du pallier (ſa longueur étant de 9 pieds) = $\frac{97}{100}$ pied = 5 pouces 6 lignes; & enfin (603) la farine pro-

duite dans une heure = 410 ℔. Mais parceque le moulin chaume pendant que le baſſin ſe remplir, par la méthode du n. 654, nous trouverons que l'effet qu'on doit arrendre du moulin ſuppoſé mû ſans interruprion = 82 ℔ dans une heure ou 1968 ℔. dans vingt quatre heures. Cer effet augmentera dans les hautes eaux.

661. Suppoſons que la même ſource n'air que 7 pieds de chûte abſolue.

Application à un moulin compoſé mû par le moyen d'une écluſe.

Il eſt évident par ce que nous avons dit au n. 613 qu'on ne peut employer qu'un moulin à engrénage. Servons-nous donc de celui qui eſt repréſenté par la *fig.* 28. Donnons encore les mêmes dimenſions aux baſſins & à la profondeur de la partie ſupérieure du courſier, & faiſons la dépenſe de l'écluſe = 15 pieds cubes.

Par la règle du n. 511 la chûte abſolue ſe réduir à $\frac{491}{100}$ pieds. Diminuons cette quantité d'un pied, & nous aurons *dm* (*fig.* 31) = $\frac{491}{100}$ pieds. La règle du n. 489 nous donne la moindre largeur du courſier de décharge = 6 pieds 2 pouces, & celle du n. 508 nous fair connoître que la largeur de la partie ſupérieure du courſier eſt = $\frac{1149}{1000}$ pieds = 1 pied 1 pouce 9 lignes $\frac{1}{2}$. Faiſons la largeur de la partie inférieure triple de la profondeur naturelle de l'eau au même endroit; (496) cette largeur ſera = $\frac{1665}{1000}$ pieds = 1 pied 8 pouces; (497) la profondeur naturelle de l'eau = $\frac{555}{1000}$ pied = 6 pouces 8 lignes, & (494 & 498) la vraie chûre relarive = $\frac{4631}{1000}$ pieds.

Donnons 5 pieds au rayon moyen de la roue à aubes, 3200 ℔ au poids de l'équipage de l'arbre horiſontal, 1 pouce 6 lignes = $\frac{1}{8}$ pied au rayon du tourrillon, & un pied à celui de la lanterne.

Cherchons le poids de l'équipage de la meule par la règle du n. 634. La premiere quantité qui enrrera dans cette règle, ſera = 3102289; la ſeconde = 278439, & la troiſieme =

1013. Donc le poids de l'équipage de la meule ſera = 2787 ℔, & (591) le rayon de la meule ſera = $\frac{1054}{1000}$ pieds = 2 pieds 0 pouce 8 lignes $\frac{1}{2}$.

Par la règle du n. 635, nous aurons le rayon du rouet = $\frac{4413}{1000}$ pieds = 4 pieds 10 pouces 3 lignes.

Suppoſons d'abord 2 pouces 6 lignes = $\frac{5}{24}$ pied d'épaiſſeur aux dents & aux fuſeaux, & 3 lignes = $\frac{1}{48}$ pied au jeu de l'engrénage. La ſomme des épaiſſeurs d'une dent & d'un fuſeau augmentée du jeu, ſera = $\frac{7}{16}$ pieds ; la circonférence moyenne du rouet (448) ſera = $\frac{13504}{1000}$ pieds, & diviſée par la ſomme précédente, elle donne au quotient 69 $\frac{911}{1000}$. Suivant la méthode preſcrite aux n. 544 & 546, multiplions par le rayon = 1 de la lanterne, ſucceſſivement les nombres 69, 68, 67, 66, & diviſons les produits par le rayon = $\frac{4413}{1000}$ du rouet ; nous aurons les quotients reſpectifs 14 $\frac{31}{100}$, 14 $\frac{1}{100}$, 13 $\frac{80}{100}$, 13 $\frac{49}{100}$, parmi leſquels le ſecond approche le plus d'un nombre entier. Prenons ce nombre entier le plus appochant, c'eſt-à-dire 14 pour celui des fuſeaux de la lanterne ; le nombre correſpondant 68 ſera celui des dents du rouets. Déterminons-en la vraie épaiſſeur par la méthode du n. 545, & nous trouverons qu'elle ſera = 2 pouces 6 lignes 10 points.

Suppoſant la longueur du pallier = 9 pieds, (609) le côté de ſon équarriſſage ſera = 4 pouces 7 lignes ; (603) la quantité de farine produire dans une heure ſera = 270 ℔, & en ſubſtituant au moulin à écluſe un moulin mû ſans interruption, (654) cette quantité ſera = 36 ℔ par heure, ou 864 ℔ par jour. Lorſque la dépenſe de la ſource augmentera, l'effet augmentera auſſi dans le même rapport.

Application à un moulin qui n'a qu'une meule & qui eſt mû par une riviere.

662. On a une riviere dont la viteſſe à la ſuperficie = 3 pieds, & ſur laquelle on voudroit établir un moulin à bled dont les aubes pourroient avoir 10 pieds de largeur. On en demande l'eſpece & la conſtruction la plus avantageuſe, ainſi que l'effet qu'on en doit attendre.

Suppoſons que le rayon moyen de la roue doive être 5 fois plus grand que la hauteur des aîles. La règle du n. 534 nous fait voir que ſi nous donnons plus de 2 pieds $\frac{1}{100}$ à cette hauteur, les eaux ſeront pouſſées par la partie ſupérieure des aubes. Il faut donc ſe contenter de lui donner ſeulement 1 pied; ce qui rendra la ſurface de l'aube = 10 pieds quarrés, & le rayon moyen de la roue à aubes = 5 pieds. Par la méthode du n. 536, nous trouverons la vîteſſe moyenne du courant = $\frac{614}{100}$ pieds.

Donnons 3200 ℔ au poids de l'équipage de l'arbre horiſontal de la *fig.* 28, & 1 pouce 6 lignes = $\frac{1}{8}$ pied au rayon des tourrillons. Pour trouver le poids de l'équipage de la meule, exécutons ce qui eſt preſcrit par la règle du n. 643. La premiere quantité qu'on aura ſera = 2041, lorſqu'on ſe ſervira d'un courſier, & elle ſera = 1020, lorſqu'on n'en emploiera aucun. La ſeconde ſera = 111, & la troiſieme = $\frac{101}{100}$; d'où l'on conclura que l'on doit ſe ſervir d'un courſier, & qu'alors le poids cherché ſera = 1912 ℔. (591) Le rayon de la meule = $\frac{12}{10}$ pieds = 1 pied 8 pouces 5 lignes. Faiſons le rayon de la lanterne = 9 pouces = $\frac{3}{4}$ pied: (644) nous aurons celui du rouet qui ſera = $\frac{1111}{100}$ pieds = 11 pieds 1 pouce 4 lignes, valeur beaucoup trop grande pour la conſtruction; ainſi il faudra ſe ſervir de la *fig.* 48, avec une ſeule meule tournante (651).

Donnons les mêmes dimenſions qu'auparavant aux aubes, aux rayons de la roue, des tourrillons & des lanternes, & le même poids à l'équipage de l'arbre horiſontal. Par la règle du n. 651, nous aurons le poids de l'équipage de la meule = 1811 ℔; (591) le rayon de la meule = $\frac{1617}{1000}$ pieds = 1 pied 7 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$; la longueur du paſſier étant = 9 pieds, (609) le côté de ſon équarriſſage = $\frac{3975}{10000}$ pieds = 3 pouces 7 lignes; (651) les rayons du rouet de champ & du hériſſon ſuppoſés égaux = $\frac{77}{100}$ pieds = 7 pieds 8 pouces 9 lignes; & (603) la quantité de farine produite dans une heure = 175 ℔.

Suppoſons l'épaiſſeur des dents & des fuſeaux = 2 pouces = $\frac{1}{6}$ pied, & la largeur du jeu = 3 lignes = $\frac{1}{48}$ pied. La ſomme de l'épaiſſeur d'une dent, de celle d'un fuſeau & de la largeur du jeu ſera = $\frac{17}{48}$ pied. Diviſons (544) par cette quantité, la circonférence du rouet de champ = $\frac{486}{10}$ pieds ; nous aurons au quotient $137\frac{11}{100}$. Multiplions par le rayon $\frac{1}{4}$ d'une des lanternes, ſucceſſivement les nombres 137, 136, 135, 134, & diviſons les produits par le rayon du rouet ; nous trouverons les quotients reſpectifs $13\frac{19}{100}$, $13\frac{15}{100}$, $13\frac{9}{100}$, $13\frac{1}{100}$, dont le dernier approche le plus d'un nombre entier. Donc (546) 13 ſera le nombre de fuſeaux, & 134 celui des dents. La méthode du n. 545 nous donnera leur vraie épaiſſeur = 2 pouces 0 lignes 7 points.

La même choſe aura lieu par rapport à l'engrénage du hériſſon, puiſque les rayons du rouet de champ & du hériſſon ſont égaux entre eux, & qu'il en eſt de même de ceux des lanternes.

Application à un moulin qui a pluſieurs meules, & qui eſt mû par une riviere.

663. Suppoſons que dans une autre riviere la viteſſe des eaux de la ſurface ſoit = 6 pieds, & qu'on ne puiſſe donner que 8 pieds de largeur aux aîles.

Nous ferons le rayon moyen de la roue à aubes quadruple de la hauteur des aîles. (534) La plus grande hauteur des aîles ſera = $8\frac{19}{100}$ pieds. Ainſi nous pourrons leur donner 2 pieds de hauteur, ce qui rendra leur ſurface = 16 pieds quarrés, (535) le rayon moyen de la roue à aubes = 8 pieds, & (536) la viteſſe moyenne du courant = $\frac{98}{10}$ pieds.

Suppoſons que le poids de l'arbre horiſontal & de ſes dépendances ſoit = 3200 ℔ & le rayon du tourrillon = 1 pouce 6 lignes = $\frac{1}{8}$ pied. Employons pour un moment la *fig.* 28, & cherchons le poids de l'équipage de la meule qu'elle exigeroit. En effectuant ce qui eſt preſcrit par la règle du n. 643, nous trouverons la premiere quantité = 12621 ou = 6310, ſelon qu'on

qu'on emploiera ou qu'on n'emploiera pas de courſier, la ſeconde = 109, & la troiſieme = $\frac{101}{100}$. Donc quand on ſe ſervira d'un courſier, le poids de l'équipage de la meule ſera = 12388 ℔; & quand on ne s'en ſervira pas, ce poids ſe réduira à 6139 ℔. Examinons le premier cas.

Le poids 12388 étant trop conſidérable pour un ſeul équipage, il faudra en employer pluſieurs, & pour cela ſe ſervir de la *fig.* 48. Suppoſons d'abord qu'avec cette *figure* on en admît qu'un; (646) à cauſe du double engrénage, il ſeroit égal au précédent, multiplié par $\frac{18}{19}$, c'eſt-à-dire = 11736 ℔. Diviſons cette quantité (625) par 1436, poids du moindre équipage, & le nombre entier 8 ſera le plus grand nombre de meules que nous pourrons employer. Fixons ce nombre à 4. Nous aurons (646) le poids de chaque équipage = 2934 ℔; (591) le rayon de chaque meule = $\frac{21099}{10000}$ pieds = 2 pieds 1 pouces 3 lignes $\frac{1}{2}$, (609) le côté de l'équarriſſage de chaque pallier ſuppoſé de 9 pieds de longueur = 4 pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$; (603) la quantité de farine produire dans une heure par chaque meule = 284 ℔; & celle qui ſera produite dans le même temps par la ſomme des meules = 1136 ℔.

Suppoſons le rayon de chaque lanterne = 9 pouces = $\frac{3}{4}$ pieds; & l'intervalle qui ſépare les meules tournantes = 2 pieds (647). Nous aurons le rayon du hériſſon = $\frac{166}{100}$ pieds = 3 pieds 7 pouces 11 lignes, & (648) celui du rouet de champ = $\frac{1868}{1000}$ pieds = 1 pied 10 pouces 6 lignes 2 points.

Suppoſons 30 lignes = $\frac{5}{14}$ pieds d'épaiſſeur aux dents & aux fuſeaux, & 3 lignes = $\frac{1}{49}$ pied au jeu de l'engrénage. La ſomme des épaiſſeurs d'une dent & d'un fuſeau jointe au jeu, ſera = $\frac{7}{16}$ pied. La circonférence moyenne du hériſſon ſera = 23 pieds; & diviſée par $\frac{7}{16}$, elle donnera au quotient 52 $\frac{17}{100}$. Suivant la méthode du n. 544, multiplions par le rayon $\frac{3}{4}$ de la lanterne les nombres 52, 51, 50, 49, & diviſons les produits

par le rayon du hériſſon : nous aurons les quotients 10 $\frac{65}{100}$, 10 $\frac{45}{100}$, 10 $\frac{14}{100}$, 10 $\frac{4}{100}$. Donc (546) le nombre de fuſeaux des lanternes engrénées par le hériſſon ſera = 10, & celui des dents du hériſſon = 49. On trouvera par la méthode du n. 545, la vraie épaiſſeur qu'on doit leur donner = $\frac{2145}{10000}$ pied = 2 pouces 8 lignes $\frac{1}{3}$.

Suppoſons encore les premieres dimenſions des dents & des fuſeaux de l'engrénage du rouet de champ, les mêmes qu'à celui du hériſſon. La circonférence du rouet ſera = $\frac{11745}{10000}$ pieds; & diviſée par $\frac{2}{16}$, elle donnera 26 $\frac{816}{1000}$. Multiplions par le rayon $\frac{1}{4}$ de la lanterne les nombres 26, 25, 24, & diviſons les produits par le rayon du rouet; nous aurons les quotients 10 $\frac{65}{100}$, 10 $\frac{5}{100}$, 9 $\frac{65}{100}$. Ainſi le nombre de fuſeaux de la lanterne engrénée par le rouet de champ, ſera = 10, celui des dents du rouet = 25; & leur vraie épaiſſeur = 2 pouces 8 lignes $\frac{1}{3}$.

On voit par là comment on trouvera tout ce qui eſt relatif au cas où l'on ne ſe ſerviroit pas de courſier.

FIN.

TABLE
DES MATIERES
Contenues dans ce Volume.

PREMIERE PARTIE.

De la conſtruction des Machines Hydrauliques.

SECTION I.

Du mouvement & de l'action de l'eau en général.

Propoſition fondamentale, Pag. 1
La viteſſe naturelle des filets d'eau eſt exprimée par les ordonnées d'une parabole, *ibid.*
Valeur de la dépenſe naturelle par un orifice rectangulaire vertical, 2
Contraction de la veine fluide, 3
Rapport de la dépenſe naturelle à la dépenſe effective, *ibid.*
La viteſſe effective de l'eau peut être exprimée par les ordonnées d'une parabole, 4
Dépenſe effective par un orifice rectangulaire vertical, *ibid.*
Dépenſe d'un canal rectangulaire horiſontal, *ibid.*
Moyens d'avoir les dépenſes précédentes quand la hauteur due eſt conſidérable, 5
Dépenſe d'un canal lorſque la viteſſe des eaux de la ſurface eſt nulle, *ibid.*
Réflexions ſur les réſiſtances dans les courſiers, 6
Dans les courſiers, la réſiſtance du frottement eſt la dixieme partie de la gravité abſolue, 11
Expreſſion générale de la gravité abſolue dans le ſyſtême des frottements des fluides, 12
Comment on rend horiſontale la direction du courant, ſans altérer ſa viteſſe, 12 & 13
Inclinaiſon du courſier, & valeur de la gravité abſolue, 13
Comment on exprime la viteſſe de l'eau aux différents points du courſier, 14
Comment on meſure la dépenſe du courant arrivé au bas du courſier, 15
La viteſſe effective au bas de la chûte eſt plus grande en dérivant l'eau de la ſurface d'un baſſin, qu'en la dérivant d'un point inférieur, *ibid.*
Expreſſion de la viteſſe moyenne de l'eau arrivée au bas de la chûte, 16
Connoiſſant la viteſſe de l'eau, trouver ſa hauteur due effective. 17
Formule pour trouver la dépenſe d'un canal, *ibid.*
Précautions à prendre pour avoir cette dépenſe. *ibid.*
Maniere plus exacte d'avoir la dépenſe d'une ſource, 18
Défaut du Régulateur de Guglielmini, *ibid.*
Définition de la chûte abſolue & de la chûte relative, *ibid.*
Réflexions ſur les fluides définis & indéfinis, 19
Réflexions ſur l'emploi des courſiers, 21
Valeur abſolue de la force d'un fluide défini & de celle d'un fluide indéfini, *ibid.*
Propoſitions néceſſaires pour la meſure de l'impulſion des fluides, 22
Réflexions ſur ces propoſitions, *ibid.*
Comment on trouve la force du choc

direct de l'eau ſur une ſurface d'un pied quarré, & ſous un pied de viteſſe, 23 & 24
Moyen d'avoir l'impulſion directe ſur toutes ſortes de plan immobiles, *ibid.*
Expreſſion du quarré de la viteſſe d'un fluide, 25
Moyen d'avoir l'impulſion oblique ſur toutes ſortes de plans immobiles, *ibid.*
L'action du fluide s'exerce perpendiculairement au plan, 26
Moyen d'avoir l'impulſion directe ſur un plan en mouvement, *ibid.*
Expreſſion générale de cette impulſion, 27
Formule générale de l'impulſion oblique ſur un plan en mouvement, *ibid.*
Règle générale pour trouver la valeur de cette impulſion, 28
Premier cas, 29
Second cas, *ibid.*
Comment on réduit les ſinus algébriques à ceux des tables, 30
Application à un exemple, *ibid.*
Comment on trouve l'action du courant dans une direction donnée, *ibid.*
Cette théorie s'applique aux roues horiſontales, 31
Dans les roues, les ailes courbes ſont déſavantageuſes, 32
Impulſion directe de l'eau d'un canal ſur un plan en mouvement, *ibid.*
Conſéquences qui en réſultent, 33
Réflexions ſur la maniere dont les fluides exercent leur action, 34
Loix des effets produits par l'action des fluides, 35
Pour le plus grand effet la viteſſe de la ſurface choquée doit être les $\frac{1}{3}$ de celle du courant, 38
Expreſſion générale de l'effet produit par l'action directe d'un fluide, 39
Comparaiſon des effets produits par différentes actions directes des fluides, *ibid.*
Comparaiſon des plus grands effets ſelon la théorie & ſelon la pratique, *ibid.*
Rapport de la ſection à la viteſſe du courant pour le plus grand effet, 40
Degrés de viteſſe imprimés à une même colonne d'eau ſelon la théorie & ſelon la pratique, *ibid.*
Comparaiſon générale des effets exprimés par la dépenſe & par la chute, *ibid.*
Les plus grands effets ſont comme les dépenſes par les chûtes des courants, 41
Conſéquences qui en réſultent, *ibid.*
Rapport des plus grands effets produits en différens temps par différens courants, *ibid.*
Les plus grands effets ſont auſſi comme les dépenſes par les quarrés des viteſſes, *ibid.*
Règle générale pour trouver l'effet produit par une impulſion oblique, 42
Expreſſion de la viteſſe du plan choqué obliquement pour le plus grand effet, 43
Expreſſion générale de l'effet produit par l'impulſion oblique, *ibid.*
Autre expreſſion du même effet, *ibid.*
Rapport des plus grands effets produits par des impulſions obliques, 44
Rapport d'un effet oblique à un effet direct, *ibid.*
Dans les roues horiſontales, le courſier doit être horiſontal, & les ailes doivent être verticales, *ibid.*
Remarque, 45
La chûte naturelle & la chûte effective ſont dans un rapport conſtant, *ibid.*
Le choc doit ſe faire au point le plus bas & ſelon l'horiſontale, 46
Le courſier doit partir du plus haut point poſſible, 47
Erreur qui régne en pluſieurs endroits, *ibid.*
On doit éviter autant qu'on le pourra, d'employer des écluſes. *ibid.*

SECTION II.

De l'action de l'eau ſur les ailes des roues; de la conſtruction des roues, & du calcul des Machines.

COMPARAISON des moments des impulſions directes & obliques ſur la ſurface des aubes, 49
Impulſion ſur les ailes d'une roue en repos, 51
Impulſion ſur les ailes d'une roue dont le

mouvement eſt très lent, 51
Impulſion ſur un arc infiniment petit, *ibid.*
L'axe de la roue plongé dans l'eau doit être du moindre nombre poſſible de degrés, *ibid.*
Valeur de l'impulſion ſur toutes les ailes choquées, *ibid.*
Hauteur des ailes par rapport au rayon extérieur ou intérieur de la roue, 52
Réflexions ſur l'action d'un courant aux ailes d'une roue, 53
On doit donner aux roues le plus grand nombre d'ailes poſſibles, 54
Détermination de l'action d'un courant ſur une portion d'aube quelconque d'une roue vertical, 55
Expreſſion générale de l'action ſur toutes les ailes choquées, 56
Expreſſion de la viteſſe du milieu de l'aile, 57
Réduction de l'expreſſion de l'action de l'eau ſur toutes les ailes, *ibid.*
Expreſſion générale de la moindre hauteur due aux eaux de la ſuperficie d'un courant, 58
Les points des ailes pris ſur la même horiſontale, frient devant le fluide avec la même viteſſe, 59
Si l'eau n'eſt pas pouſſée par la partie ſupérieure de l'aile, elle ne le ſera pas par la partie inférieure. 60
Règle générale pour calculer avec facilité l'impulſion de l'eau ſur les ailes d'une roue verticale, *ibid.*
Conſidérations ſur le même objet, 61
Cas où l'on peut prendre la viteſſe à la ſurface du courant pour la viteſſe commune à tous les filets, 63
Examen des cas où l'eau pourroit être pouſſée par une partie de l'aube, *ibid.*
Examen de la hauteur due aux eaux de la ſurface, *ibid.*
Examen de la hauteur des ailes d'une roue verticale, 64
Examen du rapport de la viteſſe de l'aube à celle du courant, *ibid.*
Examen du rapport du rayon intérieur à la hauteur de l'aile, 65
Limites de la viteſſe des eaux de la ſurface du courant, *ibid.*
Moins le courant a de viteſſe, moins les ailes auront de hauteur, *ibid.*
Seconde formule générale pour trouver la plus grande hauteur de l'aile, 66
Comment on doit meſurer la viteſſe des eaux de la ſurface d'une riviere, *ibid.*
Comment on trouve la viteſſe moyenne d'un courant, 66 & 67
Examen de l'action de l'eau ſur les ailes d'une roue horiſontale, 67
Règle générale pour calculer avec facilité l'action de l'eau ſur les ailes d'une roue horiſontale, 69
Conſidérations ſur l'inclinaiſon des ailes pour le plus grand effet, 70
Ce qu'on doit entendre par *aube* ou *aile* dans le calcul d'une machine, 72
Les ailes doivent être raillées en biſeau à à la circonférence extérieure de la roue, 73
Uſage des roues dentées pour augmenter le nombre d'ailes, 74
Moyen d'anéantir la perte du fluide qui ſe fait par le jeu de la circonférence extérieure dans les roues verticales, *ibid.*
Comment on peut anéantir la perte qui ſe fait à travers le jeu latéral d'une roue verticale, 75
Comment on anéantit la perte à travers le jeu d'une roue horiſontale, *ibid.*
Quelle doit être la hauteur du reſſaut, 77
Quel eſt le centre d'impreſſion & le rayon moyen de la roue, *ibid.*
Rapport le plus avantageux de la largeur d'une aile à ſa hauteur. 78
Limites de ce rapport dans les roues verticales placées ſur des courſiers inclinés, *ibid.*
Limites de ce rapport dans les roues verticales placées ſur des rivieres, 79
Limites de ce rapport dans les roues horiſontales, 80
Limites du rapport du rayon moyen de la roue à la dimenſion de la ſection du courant priſe dans le même ſens, *ibid.*
Expreſſion du rayon de la roue à aubes pour faire un nombre donné de révolutions par ſeconde, 81
Autre expreſſion du même rayon, *ibid.*
Expreſſion du même rayon lorſqu'il y a double engrénage, 82
Autre expreſſion du même rayon dans le même cas, *ibid.*
Remarque ſur le nombre de dents des roues & celui des fuſeaux des lanternes, 83
Remarque ſur le rapport du rayon de la roue à la dimenſion correſpondante de la ſection du courant, *ibid.*
Expreſſion de la chûte relative au-deſſous de laquelle il faut employer des engrénages, *ibid.*
Expreſſion plus ſimple de la même chûte, 84

Remarque ſur les grandeurs littérales de cette expreſſion, 85
Moyen de trouver le déhurdement d'une roue, *ibid.*
Autre moyen de trouver le débordement d'une roue, 86
Réflexion ſur la réſiſtance qu'éprouvent les machines en général, *ibid.*
Calcul de l'effet produit par la machine de la fig. 24, 87
Formule plus générale du même effet, 89
Comment on peut faire entrer dans cette formule la dépenſe & la chûte du courant, 90
Premiere formule du même effet ſimplifiée, *ibid.*
Seconde formule du même effet ſimplifiée, *ibid.*
Roues horiſontales placées ſur des rivieres, 91
Calcul de l'effet produit par la machine de la fig. 25, *ibid.*
Formule du même effet ſimplifiée, 93
Formule du même effet, évaluée par approximation lorſque la machine eſt placée ſur un courſier incliné, 94
Ce qu'il faut obſerver quand on doit placer une machine ſur une riviere, *ibid.*
Calcul par approximation de l'effet précédent, lorſque la machine eſt placée ſur une riviere, 95
Quelle eſt la poſition la plus déſavantageuſe d'un levier qui en ſoulève un autre, *ibid.*
Valeur de la réſiſtance dans cette poſition, 96
Calcul de l'effet produit par la machine de la fig. 28, *ibid.*
Quelle eſt la relation entre les rayons des différentes pieces de la machine, & la vîteſſe ou la chûte du fluide, 101
Simplification de la formule du n. 173, *ibid.*
Valeur du rayon du rouet, 102
Calcul approché du plus grand effet produit par la machine de la fig. 28 placée ſur un courſier incliné, 103
Calcul approché du même effet, lorſque la machine eſt placée ſur une riviere, *ibid.*
Calcul de l'effet produit par la machine de la fig. 29, 104
Valeur du rayon du rouet de la machine de la fig. 29, 107
Simplification de la formule du n. 179, *ibid.*
Calcul par approximation du plus grand effet produit par la machine de la fig. 29, placée ſur un courſier incliné, 108
Calcul approché du même effet, lorſque la machine eſt placée ſur une riviere, *ibid.*
Uſage qu'on peut faire des principes relatifs aux machines précédentes, 109
Examen d'un moulin à bled. *ibid.*
Examen d'une machine à fouler les étoffes, 110
Détermination approchée du produit de la dépenſe & de la chûte néceſſaires à la moindre machine d'une eſpece donnée, 111

SECTION III.

De la conſtruction des Engrénages, des Canaux, des Courſiers & des Ecluſes.

Dans les engrénages, les dents & les fuſeaux doivent parcourir des eſpaces égaux en temps égaux, 114
Les nombres de dents & de fuſeaux doivent être comme les rayons moyens, *ibid.*
Moyen de connoître ſi le nombre de dents peut être égal à un nombre propoſé, *ibid.*
Inſuffiſance de ce moyen dans la pratique, 115
Moyen de trouver, lorſque cela eſt poſſible, le vrai nombre de dents & de fuſeaux, *ibid.*
Comment on trouve alors leur véritable épaiſſeur, 116
Moyen de trouver par approximation le nombre le plus convenable de dents & de fuſeaux, *ibid.*
Obſervation ſur la différence des arcs correſpondans du rouet & de la lanterne, 117
Règle générale pour connoître l'épaiſſeur

des dents & des fuſeaux, 117
Quelle doit être la profondeur du vuide entre les dents au-deſſous de la circonférence moyenne, 118
Quelle doit être la figure de la partie ſupérieure des dents, *ibid.*
Saillie des dents au-delà de la circonférence moyenne, *ibid.*
Quelle doit être la longueur des fuſeaux, *ibid.*
La longueur des dents ne doit pas être trop grande, 119
Loix des groſſeurs des fuſeaux & des dents, *ibid.*
Engrénage des rouets de champ, *ibid.*
Méthode pour connoître le poids d'un pied cube de matiere, 120
Entre & bords des canaux de conduite, 121
Il eſt déſavantageux de donner trop de pente au canal de conduite, 122
Détermination du point le plus haut de la chûte, 123
Une augmentation d'eau eſt nuiſible à la qualité, & quelquefois à la quantité de l'effet, *ibid.*
Conſéquence qui en réſulte, *ibid.*
La diminution de l'eau nuit à la quantité de l'effet, mais non pas à la qualité, *ibid.*
Conſéquence relative à la dérivation des eaux d'une riviere, 124
A quelle dépenſe il faudroit proportionner une machine mûe par une ſource, *ibid.*
Réflexions ſur les variations des ſources & ſur les loix de ces variations, 125
Détermination approchée de la dépenſe à laquelle il faudroit proportionner la machine, 126
Inſuffiſance de cette ſolution. 127
Dans la pratique, la machine peut être proportionnée à la moindre dépenſe de la ſource, 128
Ou à la moindre viteſſe de la riviere ſur laquelle elle ſera placée, *ibid.*
Après l'impulſion on doit recevoir les eaux dans un courſier de décharge, *ibid.*
Largeur du courſier de décharge, & détermination du point le plus bas du courſier d'impulſion, 129
Paſſage de l'eau d'un courſier à l'autre, *ibid.*
Seconde formule pour la détermination des grandeurs du n 224, *ibid.*
Troiſieme formule pour la même détermination, *ibid.*
Ce qu'il faut faire quand la largeur du courſier de décharge eſt trop grande, 130
Obſervation ſur l'application de ces régles aux roues horiſontales & verticales, 130
Pentes du courſier de décharge & du canal de fuite, 131
Comment on doit déterminer la chûte abſolue & la chûte relative, *ibid.*
Grandeur & rayon de l'arc deſtiné à rendre horiſontale la direction du courant, 132
Grandeur & rayon de l'arc employé à l'entrée du courſier, 133
Le courſier doit être regardé comme rectiligne, 134
Grandeur de l'intervalle compris entre l'arc inférieur & le reflaut, *ibid.*
Obſervation eſſentielle ſur la dimenſion verticale des ailes de la roue, & des parois de la partie horiſontale du courſier, 135
Trouver les dimenſions de la ſection de l'eau au bas du courſier, 136
Solution ſimple & approchée du problême précédent, 137
Solution plus exacte du même problême, 138
Détermination exacte de la chûte relative, *ibid.*
Quelle eſt la moindre ſection du fluide au bas du courſier, 139
Détermination des dimenſions de la partie ſupérieure du courſier, *ibid.*
Détermination de la déviation des côtés du courſier, 140
Conſtruction & uſage des courſiers pour les roues placées ſur des rivieres, *ibid.*
Moyen de connoître ſi un volume d'eau donné aura aſſez de force pour mouvoir une machine ſans écluſe, 140 & 141
Maniere d'employer un grand volume d'eau à mouvoir pluſieurs machines égales & de même eſpece, *ibid.*
Une écluſe doit avoir deux baſſins, 145
La machine doit être proportionnée à la plus grande action de l'eau, 145
On doit couvrir la partie ſupérieure du courſier, 146
Quelle doit être la dépenſe de l'écluſe, 147
Quelle eſt la profondeur du baſſin inférieur, 148
Détermination des dimenſions de la partie ſupérieure du courſier, *ibid.*
Moyen de mettre les deux dimenſions de la partie ſupérieure du courſier à-peu-près dans un rapport d'égalité, 150
Moyen de mettre ces mêmes dimenſions à-peu-près dans un rapport donné, *ibid.*

Hauteur naturelle de l'eau au-deſſus du fond du baſſin inférieur, & due à la viteſſe de l'eau à l'entrée du courſier, 151
Hauteur effective de l'eau au-deſſus du fond du baſſin inférieur, & due à la viteſſe de l'eau à l'entrée du courſier, *ibid.*
Comment on ramene la conſtruction à celle d'une machine ſans écluſe, 152
Comment on peut connoître l'effet d'une machine à écluſe, 153
Problême général, *ibid.*
Concluſion de la premiere partie, 155

SECONDE PARTIE.

De la conſtruction des Moulins à bled.

SECTION I.

Des Meules & de leur action ſur le bled.

DESCRIPTION abrégée des moulins à bled, 157
Les ſurfaces ſtorantes des meules doivent être âpres & taboteuſes. 159
L'âpreté des ſurfaces doit produire un mouvement d'oſcillation dans la meule tournante, 160
Le pallier doit être élaſtique, 161
La ſection du pallier eſt comme le poids de l'équipage de la meule, 162
La réſiſtance du bled peut ſe rapporter à celle du frottement, *ibid.*
Le poids de la meule diminuant, on peut produire le même effet en augmentant ſa viteſſe, 163
Pour produire le même effet, il faut conſerver le même poids & la même viteſſe à la meule, *ibid.*
Le degré de preſſion convenable à la bonne farine, ne doit jamais augmenter, 164
Ce même degré ne doit jamais diminuer, *ibid.*
La couronne de preſſion doit être porportionnelle au poids de l'équipage de la meule, 165
La grandeur de la couronne & le poids de l'équipage doivent être invariables, *ibid.*
La réſiſtance du bled eſt ſenſiblement comme la force horiſontale détruite, *ibid.*
Il en eſt de même de la couronne de preſſion, 166
Le poids de l'équipage eſt comme la réſiſtance du bled, 166
Conſéquence qui en réſulte, *ibid.*
La réſiſtance du bled eſt indépendante de de la viteſſe de la meule, *ibid.*
La réſiſtance du bled doit être moindre ſous une grande meule que ſous une petite, *ibid.*
Conſéquence qui en réſulte; 167
Le bras de levier moyen d'une meule, eſt égal aux $\frac{2}{3}$ de ſon rayon, *ibid.*
A quelle diſtance du centre le bled doit-il être écraſé? 168
La couronne de preſſion eſt comme la ſurface du cercle de la meule, 170
Le cercle & le quarré du rayon de la meule ſont comme le poids de l'équipage, 171
Le cercle & le quarré du rayon de la meule ſont auſſi comme la force horiſontale détruite, *ibid.*
Trouver les dimenſions convenables à une meule d'un volume & d'un rayon connus, *ibid.*
Premiere Remarque ſur la ſolution précédente, 172
Seconde Remarque ſur la ſolution précédente, 173
Trouver le bras de levier de la réſultante des réſiſtances du bled, *ibid.*
Loix de la diminution des meules, 174
Conſéquence qui en réſulte, 175
En piquant les meules, on doit les dimi-

nuer uniformément par-tout, 175
Moyen de conſerver le même poids aux meules, *ibid.*
Moyen de connoître le rapport des peſanteurs ſpécifiques de la pierre & du plâtre, 176
Loi générale de la chaleur produite par le frottement, *ibid.*
Loi de la chaleur produite par le frottement des meules, 177
Pour produire la meilleure farine, le nombre de révolutions de la meule doit être en raiſon inverſe de ſon rayon, *ibid.*
Conſéquence qui en réſulte, 178
Expreſſion du nombre de tours par ſeconde, *ibid.*
Expreſſion du rayon de la rone dans les moulins ſimples. *ibid.*
Formule pour les rayons dans les moulins à double engrénage, *ibid.*
Réflexions ſur le poids le plus convenable à l'équipage d'une meule d'un rayon connu, *ibid.*
Maniere de trouver ce poids, 179
Le rayon de la meule tournante eſt comme la racine quarrée du poids de ſon équipage, 180
Conſéquence de ce principe, 182
Moyen de trouver le poids du moindre équipage qu'on puiſſe employer, 183
La quantité de farine eſt comme le quarré du rayon de la meule, *ibid.*
Elle eſt auſſi comme le poids de l'équipage, 184
Formule pour exprimer la relation de l'effet au rayon de la meule, *ibid.*
Formule pour exprimer la relation de l'effet au poids de l'équipage, *ibid.*

SECTION II.

Théorie générale des Moulins ſimples & compoſés.

§. I.

Des Moulins ſimples.

Ce que c'eſt qu'un moulin ſimple, 185
Formule générale pour le moulin de la fig. 46, *ibid.*
Formule ſimplifiée pour le même moulin, 186
Formules ſimplifiées plus générales que la précédente, *ibid.*
Les poids des équipages des moulins ſimples, ſont comme les dépenſes des courans par les chûtes, 187
Les effets des moulins ſimples ſuivent auſſi le même rapport, *ibid.*
Premiere queſtion ſur les moulins ſimples, *ibid.*
Seconde queſtion ſur les moulins ſimples, 188
Dans les moulins ſimples, les rayons des meules ſont comme les racines quarrées des rectangles ſous les dépenſes & les chûtes des courans moteurs, 188
Dans les moulins ſimples, les nombres de révolutions ſont en raiſon inverſe des quantités précédentes, *ibid.*
Dans les moulins ſimples les rayons des roues ſont comme les chûtes par les racines quarrés des dépenſes des courants moteurs, 189
Erreur de pluſieurs Conſtructeurs, *ibid.*
Conſéquence des principes établis, 190
Quelle eſt la chûte au-deſſous de laquelle il faut employer des moulins à engrénage, *ibid.*
Loi que ſuit cette chûte, *ibid.*
La connoiſſance de cette chûte ne ſuffit pas, 191

§. II.

Des Moulins compoſés à ſimple & à double engrénage.

En quoi conſiſtent les moulins à ſimple engrénage, 191
Formule général pour les moulins à un engrénage repréſentés par la fig. 28, 192
Relation entre la vîteſſe du courant & les rayons des différentes pieces des mêmes

moulins, 195
Remarque ſur l'uſage de ces formules, 195
Propoſition préliminaire pour les moulins à pluſieurs meules, *ibid.*
Comment on trouve l'équation exacte d'un moulin à double engrénage & à pluſieurs meules, 194
Relation entre la vîteſſe du courant & les rayons des différentes pieces du même moulin, 200
Détermination du rayon du hériſſon du même moulin, *ibid.*
Table pour faciliter le calcul du hériſſon, 201
Quand on emploie pluſieurs meules, il y a trois inconnues, 202
Frottement latéral du pivot de l'arbre du hériſſon, quand on n'emploie qu'une meule tournante, *ibid.*
Comment on doit placer la meule quand on n'en emploie qu'une dans les moulins à double engrénage, 203
Comment on trouve l'équation à ce moulin, *ibid.*
Comment on trouve l'équation exacte d'un moulin à pluſieurs meules & à un ſeul engrénage, 204
Relation entre la vîteſſe du courant & les rayons des différentes pieces du moulin de la fig. 51, 207
Valeur du rayon du hériſſon dans le moulin de la fig. 51, *ibid.*
Loix des moulins repréſentés par la fig. 28, & conſidérés ſans frottement, 208
Loix des moulins repréſentés par la fig. 48, & conſidérés ſans frottement, 209
Loix des moulins repréſentés par la fig. 51, & conſidérés ſans frottement, 210
Réflexions ſur l'uſage des formules des moulins compoſés dépouillés de tout frottement, 211
Simplification de la formule générale des moulins repréſentés par la fig. 28, 212 & 213
Quelles ſont pour l'ordinaire les inconnues dans les moulins conſtruits ſur des courſiers inclinés, 213 & 214
Cas où le moulin de la fig. 28 eſt placé ſur un courſier incliné, *ibid.*
Cas où le moulin de la fig. 28, eſt placé ſur une riviere, 215
Simplification de la formule générale des moulins repréſentés par la fig. 48, 216
Cas où le moulin de la fig. 48 eſt placé ſur un courſier incliné, 217
Cas où le moulin de la fig. 48 eſt placé ſur une riviere, 218
Comment on trouve le nombre d'équipages qu'on peut employer, 219
Réflexions ſur les moulins mûs par le moyen de deux roues à aubes, *ibid.*
Simplification de la formule relative aux moulins repréſentés par la figure 51, 220
Ce qu'il faut faire pour rétablir le mouvement de quelques meules dans les moulins repréſentés par les fig. 48 & 51, 221
Remarque ſur les moulins repréſentés par les fig. 48 & 51, 222

SECTION III.

Expériences ſur les Moulins.

Application des réſultats à la conſtruction de ces Machines.

QUELLES ſont les quantités que l'expérience doit déterminer, 222
Calcul d'un moulin ſimple mû par une impulſion oblique, 224
Comment on trouve le rapport de la réſiſtance du bled à celle de la farine, 227
Comment on trouve le nombre de révolutions que doit faire une meule d'un rayon donné, 229
Comment on trouve le poids le plus avantageux à l'équipage d'une meule d'un rayon connu, 232
Comment on trouve le rapport du poids de l'équipage à la réſiſtance du bled, 233
Comment on trouve l'effet d'une meule connue, 234
Comment on trouve le poids du moindre équipage, 235
Réſultat des expériences précédentes, 236
Réflexions ſur ces expériences, 237
La largeur de la couronne de preſſion eſt égale à la moitié du rayon, 238

Digitized by Google

Formule pour les épaiſſeurs d'une meule, 239
Formule & règle pour trouver le rayon d'une meule, *ibid.*
Formule & règle pour trouver le nombre de tours de la meule par ſeconde, 240
Premiere formule & premiere règle pour trouver la farine produite dans une heure, *ibid.*
Seconde formule & ſeconde règle pour trouver la farine produite dans une heure, *ibid.*
Valeur des quantités conſtantes, 241
Equation qu'il faut prendre pour la conſtruction d'un moulin ſimple, *ibid.*
Formule & règle pour avoir le poids de l'équipage de la meule, par le moyen de la dépenſe & de la chûte du courant, *ibid.*
Formule & règle pour en avoir l'effet par le moyen des mêmes quantités, 242
Formule & règle pour avoir le rayon de la meule par le même moyen, *ibid.*
Formule & règle pour avoir le nombre de révolutions par ſeconde par le même moyen, *ibid.*
Remarque, 243
Formule & règle pour avoir le rayon de la roue par le même moyen, *ibid.*
Dans quel cas il faut ſe ſervir d'un moulin à écluſe, *ibid.*
Chûtes au-deſſous deſquelles il faut ſe ſervir de moulins à engrénage, *ibid.*
Moyen de connoître s'il faut employer un moulin à engrénage, 245
Cas où le moulin de la fig. 28 eſt placé ſur un courſier incliné, *ibid.*
Cas où le même moulin eſt placé ſur une riviere, *ibid.*
Comment on doit déterminer l'effet des moulins à engrénage, 246
Conſtruction des moulins de la fig. 48, *ibid.*
Cas où le moulin eſt placé ſur un courſier incliné, *ibid.*
Cas où le moulin eſt placé ſur une riviere, 247
Conſtruction des moulins de la figure 51, 248
Réflexions ſur les rayons des engrénages des moulins des figures 28, 48 & 51, *ibid.*
Ce qu'il faut faire quand le rayon du rouet de la fig. 28 placé ſur une riviere, eſt trop grand, 250
Ce qu'il faut faire quand le rayon de la roue à aubes de la fig. 51 eſt trop grand, *ibid.*
Application à un moulin mû par une ſource particuliere, 251
I. Exemple de la conſtruction d'un moulin ſimple, repréſenté par la figure 46, *ibid.*
II. Exemple de la conſtruction d'un moulin à engrénage, repréſenté par la fig. 51, 252
III. Exemple de la conſtruction d'un moulin à engrénage, repréſenté par la fig. 28, 253
IV. Exemple de la conſtruction d'un moulin à engrénage, repréſenté par la fig. 48, 254
V. Exemple de la conſtruction d'un moulin à écluſe, ſoit ſimple, ſoit compoſé, 255
VI. Exemple de la conſtruction d'un moulin ſur une riviere, 256
Cas où le moulin ne doit avoir qu'une meule tournante, *ibid.*
Cas où le moulin doit avoir pluſieurs meules tournantes, 258
VII. Exemple de la conſtruction de pluſieurs moulins placés ſur la même ligne, 259
Concluſion de la ſeconde partie, 260

TROISIEME PARTIE.

Traité Pratique.

SECTION I.

Des connoiſſances néceſſaires pour les Sections ſuivantes.

Maniere dont oo doit enviſager une fraction, 264
Maniere de changer une fraction en une autre trés peu différente, *ibid.*
Maniere d'élever un entier à one puiſſance propoſée, 265
Maniere d'élever une fractioo à uoe puiſſance propoſée, *ibid.*
Maniere d'extraire la racine quarrée d'un nnmbre entier, *ibid.*
Maniere de trouver la racine quarré par approximation, 267
Maniere de trouver la raeine quarrée d'une fraction, *ibid.*
Maniere d'extraire la racine cubique d'un nombre entier, 268
Maniere de trouver la racine cubique par approximation, 269
Maniere de trouver la racine cubique d'une fraction, *ibid.*
Maoiere de ſimplifier dans certains cas les quantités fractionnaires, 270
Définition du cercle & de ſes parties, 271
Règle pour trouver la circonférence d'un cercle, 272
Règle pour trouver la ſurface d'uo cercle, *ibid.*
Règle pour trouver la ſurface d'une couronne, *ibid.*
Définitioo du triangle & de ſes parties, *ibid.*
Règles pour trouver la ſurface d'un triangle, 273
Définition du quadrilatere, *ibid.*
Règle pour trouver la ſurfaee d'un quarré long & d'un quarré parfait, *ibid.*
Définition des polygones, *ibid.*
Règle pour trouver la ſurface d'un polygone, 274
Définitioo du cube, *ibid.*
Règle pour trouver le volume d'un corps d'une groſſeur uniforme, *ibid.*
Règle pour trouver le poids d'un corps, 275
Règle pour trouver le poids d'un pied cube de matiere plus peſante que l'eau, *ibid.*
Règle pont trouver le poids d'uu pied cube de matiere plus légere que l'eau, *ibid.*

SECTION II.

Des Machines hydrauliques en général.

§. I.

Principes Généraux.

Quelle eſt la dérivatioo qui procure le plus de viteſſe à l'eau, 277
La force de l'eau eſt comme ſa viteſſe, *ibid.*
Cooſéqueoces qui réſultent des principes précédents, *ibid.*
Variations des ſources, 278

Un ſurcroît d'eau peut détruire l'effet ou en altérer la bonté, 278
Conſéquence de ce principe, 279
La diminution du volume d'eau n'affecte que la quantité de l'effet, *ibid.*
Conſéquence de ce principe, *ibid.*
Dépenſe ſur laquelle on doit conſtruire la machine, *ibid.*
Emploi des eaux ſuperflues, *ibid.*

§. II.

Des Canaux & des Courſiers.

Maniere approchée d'avoir la dépenſe d'une ſource, 280
Pente des canaux de conduite, *ibid.*
Quel eſt le point le plus haut de la chûte, 281
Moyen d'avoir la poſition du courſier, *ibid.*
Arcs de cercle qui entrent dans la conſtruction du courſier, *ibid.*
Conſtruction du fond de l'extrémité inférieure du courſier, 282
Règles pour le courſier de décharge, 283
Régle pour le canal de fuite, 285
Figure de la ligne du reſſaut, *idid.*
Définition de la chûte abſolue & de la chûte relative, *ibid.*
Rapport de la largeur du courſier à la profondeur de l'eau au bas de ſa chûte, 286
Moyen de trouver la largeur de l'extrémité inférieure du courſier 287
Moyen de trouver la profondeur de l'eau au même endroit, *ibid.*
Moyen d'avoir la chûte relative, *ibid.*
Moyen d'avoir la largeur du courſier au haut de la chûte, 288
Maniere plus exacte d'avoir la dépenſe de la ſource, 289
Moyen d'empêcher que l'eau ne s'échappe par les côtés, *ibid.*

§. III.

Des Ecluſes.

Moyen de connoître ſi l'on doit employer une écluſe. 290
Une écluſe doit avoir deux baſſins, 291
Règle pour le baſſin ſupérieur, 292
Inclinaiſon du courſier, *ibid.*
Dépenſe de l'écluſe, *ibid.*
Règle pour trouver la largeur de la partie ſupérieure du courſier, *ibid.*
Profondeur du baſſin inférieur, 293
Réduction à la conſtruction ſans écluſe, *ibid.*

§. IV.

Des roues à aubes mûes par des ſources particulieres.

Rayon d'une roue, 294
Figure des ailes, *ibid.*
Nombre d'ailes, *ibid.*
Biſeau des ailes, *ibid.*
Rapport du rayon à la dimenſion correſpondante du courant, *ibid.*
Hauteur des ailes, 295
Inclinaiſon des ailes, *ibid.*
Dans les roues verticales, 296
Dans les roues horiſontales, *ibid.*
Moyen d'augmenter le nombre d'ailes des roues horiſontales, *ibid.*
Moyen d'avoir la chûte au-deſſous de laquelle on doit employer des engrénages, *ibid.*
Uſage d'une table pour les roues verticales, 296
Remarque ſur l'emploi de cette table, *ibid.*

Digitized by Google

§. V.

Des roues à aubes mûes par des Rivieres.

L'inclinaiſon des ailes d'une roue mûe par une riviere, ſera nulle. 297
Le débordement ſupérieur des ailes ſera nul, *ibid.*
La roue doit ſe mouvoir dans un courſier, *ibid.*
La machine ſe règle ſur les baſſes eaux, *ibid.*
Rapport de la largeur de l'aile à ſa hauteur, 298
Meſure de la viteſſe d'une riviere, *ibid.*
Comment on trouve la hauteur des ailes, *ibid.*
Comment on trouve le rayon moyen de la roue à aubes, 299
Comment on trouve la viteſſe moyenne du courant, *ibid.*

§. VI.

Des Engrénages; des Pivots; des Tourrillons, & de la manière d'avoir le poids des différentes parties d'une Machine.

Ce que c'eſt qu'un engrénage, 299
Il y a deux ſortes de rouets, 300
Matieres qu'on emploie aux engrénages, *ibid.*
Epaiſſeur ordinaire des dents & des fuſeaux, 301
Figure & longueur des fuſeaux, *ibid.*
Profondeur du vuide entre les dents, *ibid.*
Groſſeur uniforme de la partie inférieure des dents, *ibid.*
Moyen de trouver le vrai nombre de dents & de fuſeaux, quand la choſe eſt poſſible, *ibid.*
Moyen de trouver la vraie épaiſſeur des dents & des fuſeaux, 303
Moyen de trouver par approximation le nombre de dents & de fuſeaux, 304
Moyen d'avoir les limites des longueurs des dents, 305
Courbure de la partie ſupérieure des dents, 306
Dans les hériſſons, *ibid.*
Dans les rouets de champ, *ibid.*
Dimenſion & figure des pivots, 307
Dimenſions des tourrillons, *ibid.*
Moyen d'avoir le poids des arbres, 308
Moyen d'avoir le poids des tourteaux, *ibid.*
Moyen d'avoir le poids des fuſeaux, *ibid.*
Moyen d'avoir le poids des jantes, 309
Moyen d'avoir le poids des ailes, *ibid.*
Moyen d'avoir le poids des rayons, *ibid.*
Moyen d'avoir le poids des dents, *ibid.*
Moyen d'avoir le poids des pivots & des tourrillons, *ibid.*

§. VII.

De la conſtruction des Machines, & de la détermination de leurs effets.

Obſervation ſur les machines, 309
Règles pour la machine de la figure 24, mûe par un courant particulier, 310
Règles pour la machine de la figure 28, mûe par un courant particulier, 311
Règles pour la machine de la figure 28, mûe par une riviere, 313
Règles pour la machine de la figure 25, mûe par un courſier particulier, 314
Règles pour la machine de la figure 25, placée ſur une riviere, 315
Règles pour la machine de la figure 29, mûe par un courant particulier, 316
Règles pour la machine de la figure 19, placée ſur une riviere, 318
Règles pour connoître l'effet d'une machine à écluſe, 319
Ce qu'il faut faire quand on a un grand volume d'eau, 320

§. VIII.

Application.

Application à la machine de la fig. 24, mûe par un courant particulier, 320
Application à la machine de la figure 28, mûe par un courant particulier, 322
Application à la machine de la figure 25, mûe par un courant particulier, 324
Application à la machine de la figure 29, mûe par un courant particulier, 325
Application à la machine de la figure 28, mûe par une riviere, 326
Application à la machine de la figure 25, placée ſur une riviere, 328
Application à la machine de la figure 29, placée ſur une riviere, 329
Application à une machine à écluſe. 330
Application au cas où l'on peut diſpoſer d'un grand volume d'eau, 333
Remarque ſur les applications précédentes, 334

SECTION III.

Des Moulins à bled.

§. I.

Des Meules, des Arbres & des Palliers.

Description des moulins, 335
Nature des ſurfaces frottantes des meules, *ibid.*
Ce qu'il faut obſerver en piquant les meules, *ibid.*
Nature de la pierre de la meule, *ibid.*
Le poids d'une meule doit être conſtant, 336
Moyen de conſerver le même poids aux meules, *ibid.*
Définition de l'équipage de la meule, *ibid.*
Poids du moindre équipage, 337
Règle pour trouver le rayon de la meule, *ibid.*
Règle pour trouver la même quantité dans les moulins ſimples, *ibid.*
Définition de la couronne de preſſion, *ibid.*
Largeur de la couronne de preſſion, 338
Premiere Règle pour la taille des meules, *ibid.*
Seconde Règle pour la taille des meules, 339
Troiſieme Règle pour la taille des meules, *ibid.*
Quelle doit être la viteſſe des meules, 340
Premiere Règle pour trouver la quantité de farine produite dans une heure, 341
Seconde Règle, *ibid.*
Troiſieme Règle relative aux moulins ſimples, 341
A quoi peut ſervir la troiſieme Règle dans les moulins compoſés, *ibid.*
Nature des arbres des meules, *ibid.*
Règles pour en connoître la groſſeur, 343
Règle pour avoir la groſſeur des pivots, 344
Règle pour connoître la groſſeur du pallier, *ibid.*

§. II.

Règles pour la conſtruction la plus avantageuſe des Moulins mûs par une chûte d'eau.

Définition des moulins ſimples & compoſés, 346
Chûte relative au-deſſous de laquelle il faut employer un moulin compoſé, 346
Moyen facile de connoître ſi le moulin

ſera ſimple ou compoſé, 346
Cas où l'on peut ſe ſervir indifféremment d'un moulin ſimple ou compoſé. *ibid.*
Moyen de connoître s'il faut employer une écluſe, *ibid.*
Remarque ſur les dimenſions des pieux d'un moulin, 349
Règles pour la conſtruction des moulins ſimples, *ibid.*
Cas où l'on peut employer la forme repréſentée par la fig. 51, 350
Maniere de diſpoſer les lanternes autour d'un hériſſon, *ibid.*
Moyen de connoître le plus grand nombre de meules qu'on peut employer, 351
Règles pour les moulins repréſentés par la fig. 51, 352
Ce qu'il faut faire quand le rayon de la roue à aubes ſera trop grand, 353
Règles pour les moulins de la figure 28, placés ſur un courſier incliné, 355
Règles pour le moulin de la figure 48, placé ſur un courſier incliné, 357

§. III.

Règles pour la conſtruction la plus avantageuſe des Moulins mûs par des rivieres.

Précautions à prendre avant la conſtruction d'un moulin ſur une riviere, 359
Règles pour le moulin de la figure 28, placé ſur une riviere, 360
Régles pour les moulins de la figure 48, placés ſur une riviere, 362
Ce qu'il faut faire quand le rouet de la fig. 28 eſt trop grand, 364
Moulins mûs par le moyen de deux roues à aubes, 365

§. IV.

Des Moulins à écluſe.

Conſtruction des moulins à écluſe, 365
Détermination de leur effet 366

§. V.

Applications.

Application au moulin de la figure 46, 366
Application au moulin de la figure 51, 369
Application au cas où l'on emploieroit pluſieurs moulins de ſuite, 372
Application au moulin de la figure 28, mû par une chûte d'eau, *ibid.*
Application au moulin de la figure 48, mû par une chûte d'eau, 374
Application à un moulin ſimple, mû par le moyen d'une écluſe, 377
Application à un moulin compoſé, mû par le moyen d'une écluſe, 379
Application à un moulin qui n'a qu'une meule; & qui eſt mû par une riviere, 380
Application à un moulin qui a pluſieurs meules; & qui eſt mû par une riviere, 382

Fin de la Table des Matières.

ERRATA.

PAGE 8, ligne 3, $a : b :: \frac{2m + lv^2}{lmv^2} : q = \frac{b}{a} \times \frac{2m+lv^2}{lmv^2}$, *liſez* $a : b :: \frac{2m + l'v}{lmv^2} : q = \frac{b}{a} \times \frac{2m+l'v}{lmv^2}$.

Pag. 17, lign. 6, :: 60 : $\frac{80}{3}$, *liſez* :: 30 : $\frac{80}{3}$.

Pag. 18, lign. 3, (14, 17 & 30), *liſez* (14 & 17).

Pag. 28, lign. 11, $\frac{pv}{\sqrt{v^2 - 2qvu + u^2}}$, *liſez* $\frac{pv}{\sqrt{v^2 - 2qvu + u^2}}$.

Pag. 39, derniere lig. S = 2, *liſez* $s' = 2$.

Pag. 43, lign. 26, S = 2, *liſez* $s = 2$.

Pag. 44, lign. 10, 22 & 26. *ſin.* BAD, *liſez* *ſin.* BAD.

Pag. 45, lign. 2, mais dans les roues la ligne, &c. *liſez* Mais dans les roues horizontales la ligne &c.

Pag. 49, lign. 21, MN, *liſez* M*n*.

Pag. 58, lig. 9, DI, *liſez* DI'.

Pag. 59, lign. 5, GB, *liſez* GR.

Pag. 60, lign. 16 & 17, hauteur à la vîteſſe, *liſez* hauteur due à la vîteſſe.

Pag. 62, derniere ligne, ID, *liſez* ID'.

Pag. 69, antépénultieme ligne, CD, *liſez* GD.

Pag. 92, lign. 20, la force oppoſée, *liſez* la face oppoſée.

Pag. 94, à la marge, lign. 2, effet évaluée, *liſez* effet évalué.

Ibid, lign. 9, K' *liſez* K.

Pag. 100, lign. 11, Rappellons-nous, *liſez* *à la ligne*, * Rappellons-nous.

Pag. 104, lig. 1, $\Pi = \frac{K.25.\lambda v^2 \&c.}{}$, *liſez* $\Pi = \frac{K.\frac{6}{11}.\lambda v^2 \&c.}{}$.

Pag. 106, lign. antépenultieme, $\frac{\Pi'' g'}{n}\left(\frac{1}{R'} - \frac{1}{R'n - g'}\right) \times \frac{s^2}{s'+s}$ &c. *liſez* $\frac{\Pi'' g'}{n}\left(\frac{1}{R'} - \frac{1}{R'n - g'}\right) - \frac{s^2}{s'+s}$, &c.

Ibid, derniere ligne, ſi la machine, *liſez*. Si la machine.

Pag. 107, lign. 6, $r =$ *liſez* $r' =$.

Pag. 108, lign. 10, $\Pi'' \frac{1}{r+\frac{1}{3}g}\left(\ldots\ldots\ldots - \frac{1}{3}\Pi g'\right)$, *liſez* $\Pi = \frac{1}{r+\frac{1}{3}g}\left(\ldots\ldots\ldots - \frac{1}{3}\Pi' g\right)$.

Pag. 113, lign. 3, $hm = \frac{\pi}{Bp} \cdot \frac{S'' S}{S'+S} \cdot \frac{s' s}{s'+s}$. HM, *lisez* $hm = \frac{\pi}{Bp} \cdot \frac{S'' S}{S'+S} \cdot \frac{\overline{s'+s}}{s'' s}$. HM.

Pag. 124, lign. 2, (111) *lisez* (112).

Pag. 129, lign. 22, $K > \frac{S.AB.BC}{B'C'}$, *lisez* $K > \frac{s.AB.BC}{B'C'}$.

Pag. 139, lign. 25, $m = 4{,}88$ liv. $\overline{BE'}^{\frac{1}{2}}$, *lisez* $m = 4{,}88$ L. $\overline{BE}^{\frac{1}{2}}$.

Pag. 141, lign. 27 & 28, ſur le point d'être tel, *lisez* ſur le point de ceſſer d'être tel.

Pag. 145, lign. 29, B, *lisez* D.

Pag. 147, derniere ligne, propottion, *lisez* propoſition.

Pag. 148, lign. 10, CF, *lisez* GF.

Pag. 149, lign. 18, *ſin.* QGH, *lisez ſin.* QHG.

Pag 151, lign. 21, AP, *lisez* GP.

Pag. 152, lign. 14, l'horizontal, *lisez* l'horiſontale.

Ibid lign. 23, $\left(g + \frac{1}{\sqrt{1-c^2}}\right)(1 - \frac{9}{8}a^2) - \frac{9}{16}$. Donc AT $= 2\sqrt{1-c^2}\ (1-a^2)$: *lisez*. Donc AT $= \left(g + \frac{1}{\sqrt{1-c^2}}\right)(1 - \frac{9}{8}a^2) - \frac{9}{16} \cdot 2\sqrt{1-c^2} \cdot (1-a^2)$.

Pag. 153, lign. 15 & 16, aucune (91). L'effet, *lisez* aucune. (91) L'effet.

Pag. 155, lign. 5, (133 — 138, *lisez* 133—138 & 235).

Pag. 158, lign. 15, N'O, *lisez* NO.

Ibid, lign. 16, Nous avons marqué, *lisez* nous avons remarqué.

Pag. 174, lign. 17, révolution, *lisez* révolutions.

Pag. 177, lign. 17, pendant lequel on doit faire en ſorte, *lisez* on doit faire en ſorte.

Pag. 178, lign. 18, $= aqr''$, *lisez* $= cqr''$.

Pag. 184, lign. 2 révolution, *lisez* révolutions.

Pag. 187, lign. antépénultieme, donnés, *lisez* données.

Pag. 188, lign. 1, au numéro 313, *lisez* au numéro 314.

Pag. 189, lign. 15, inclinés (87), ſubſtituons, *lisez* inclinés, (87) ſubſtituons.

Digitized by Google

Pag. 190, lign. 26, $h' = \sqrt[5]{\frac{1}{3.921 \times D^4}}$, *lisez* $h' = \sqrt[5]{\frac{1}{3.921 \times D^4}}$.

Pag. 191, lign. 5, racines cinquiemes des nombres, *lisez* racines cinquiemes des quarrés des nombres.

Pag. 192, lign. 24, $\frac{s^n}{s'+s}\left(\frac{g'}{R'n-}-\frac{s''}{s^2}\right)+$ &c. *lisez* $\frac{s^n}{s'+s}\left(\frac{g'}{R'n-g'}-\frac{s''}{s^2}\right)+$, &c.

Pag. 195, lign. 11, force f' *lisez* force f.

Pag. 196, lign. 19, deux agiront, *lisez* deux forces agiront.

Pag. 197, lign. 2, $+\frac{1}{3}\frac{gp\Pi}{R'n}$, *lisez* $+\frac{1}{3}\frac{gp\Pi'}{R'n}$.

Ibid, lign. antépénultieme, x, *lisez* χ.

Pag. 198, lign. 9, $\frac{\chi'}{n'}$, *lisez* $\frac{\chi'}{n}$.

Ibid, lign. 12, $\chi \cdot \frac{g'}{Rn^2}$, *lisez* $\chi' \cdot \frac{g'}{Rn^2}$.

Pag. 199, lign. 5, sera équilibre, *lisez* sera équilibre.

Pag. 200, lign. 2, du n. 303, *lisez* du n. 304.

Pag. 204, lign. 9, $F = \frac{n'g'}{Rn} + \chi' \cdot \frac{r}{R} +$ &c. *lisez* $F = \frac{n'g'}{Rn} + \chi \cdot \frac{r}{R} +$ &c.

Pag. 205, lign. 10, premiere propoſition latérale, *lisez* premiere preſſion latérale.

Ibid, lign. 11, nomerons φ, *lisez* nommerons φ.

Pag. 206, lign. 5, $= \frac{1}{3}\frac{\pi g'}{Rn}$, *lisez* $= \frac{1}{3}\frac{\Pi g'}{Rn}$.

Pag. 210, lign. antépénultieme, $\frac{r}{RR'} \cdot \frac{cD}{b} = \frac{s'+s}{sv}$, *lisez* $\frac{r}{RR'} = \frac{cD}{b} \cdot \frac{s'+s}{sv}$.

Pag. 211, lign. 2, laquelle on déduira, *lisez* de laquelle on déduira.

Pag. 224, lign. 20, n. 84, *lisez* n. 54.

Pag. 226, lign. 7. $+\frac{1}{3}\frac{gp' \cdot AQ}{n} = Rp' \cdot AQ$, *lisez* $+\frac{gp' \cdot AQ}{n} = Rp' \cdot AQ$.

Pag. 227, lign. 18 BAC × EAF, *lisez* BAC + EAF.

Pag. 231, lign. 1, opter, *lisez* compter.

Pag. 231, lign. 17, réſulat, *liſez* réſulrat.
Pag. 233, lign. 14 & 15, révolution, *liſez* révolutions.
Pag. 236, lign. 29 & 30, (300 & 308) (388), *liſez* (300, 308 & 388).
Pag. 237, lign. 14, 9 pied, *liſez* 9 pieds.
Pag. 238, lign. 23, un peut, *liſez* un peu.
Pag. 245, lig. 16 — $\frac{1,617\ n''g'}{R'}\ .\ \sqrt{h}$, *liſez* — $\frac{1,617\ n''g'}{R'}\ .\ \sqrt{h}$.
Pag. 246, lign. 4, $-\frac{2}{9}\ .\ \frac{n''g'}{R'}\ .\ v$, *liſez* $+\frac{2}{9}\ \frac{n''g'}{R'}\ .\ v$.
Pag. 247, lign. 6, — $1,617\ \frac{n'g'}{R}\Big)\ \sqrt{h'}$, *liſez* — $1,617\ \frac{n'g'}{R}\ .\ \sqrt{h'}$.
Ibid, lign. 22, $r' =$, *liſez* $r =$.
Pag. 248, lign. 22, $r' =$, *liſez* $r =$.
Pag. 251, lign. 26, qu'elle ont, *liſez* qu'elles ont.
Pag. 252, lign. 9, 397, *liſez* 396.
Pag. 253, lign. 4, n. 397, *liſez* n. 423,
Pag. 258, lign. 26 & 27, des n., *liſez* du n.
Pag. 260, lign. 5, $dm > 7,31$ pieds, *liſez* $dm > 7,314$ pieds.
Pag. 268, lign. 10, je pends, *liſez* je prends.
Pag. 273, lign. 5, AB, *liſez* AD.
Pag. 279, à la marge, derniere ligne, ſuperflus, *liſez* ſuperflues.
Pag. 282, lign. 3, BL, H, *liſez* BLH.
Pag. 285, lign. 21 & 22, profondeur de naturelle l'eau, *liſez* profondeur naturelle de l'eau.

609730

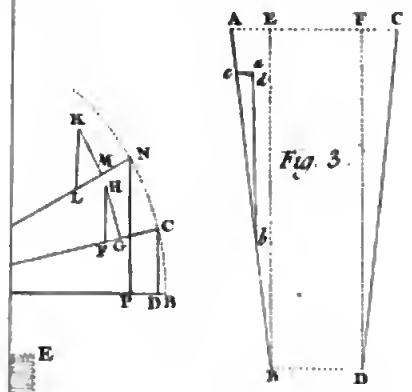


Fig. 3.

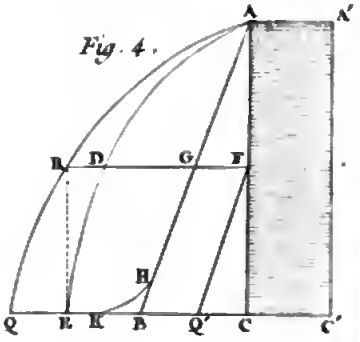


Fig. 4.

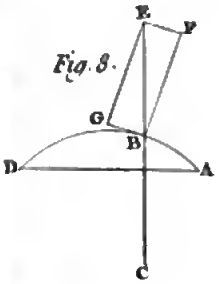


Fig. 8.

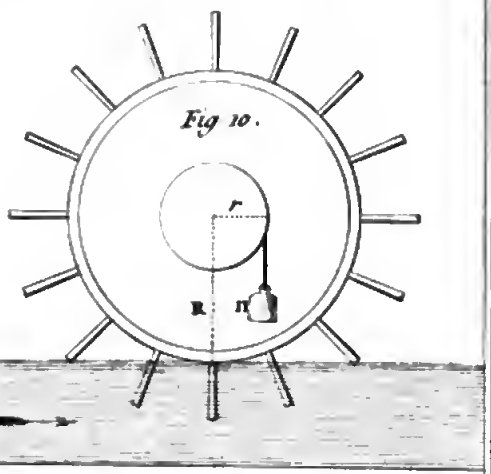


Fig 10.

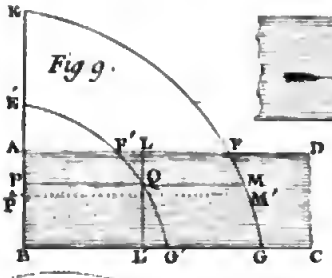


Fig 9.

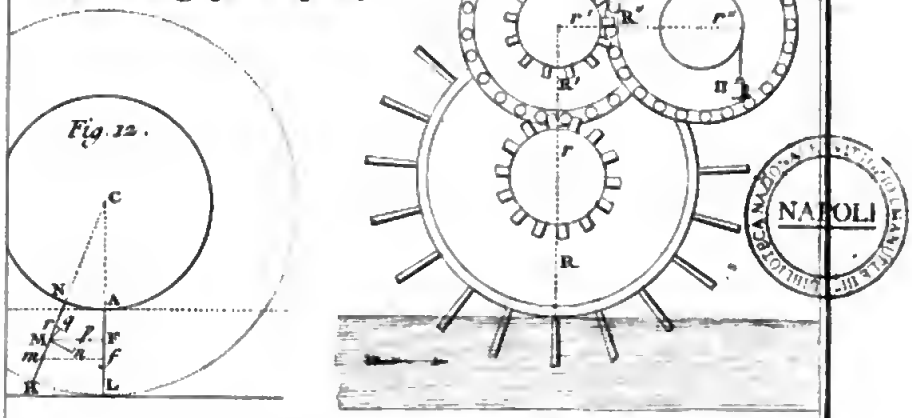


Fig 11.

Fig. 12.

Fig. 17.

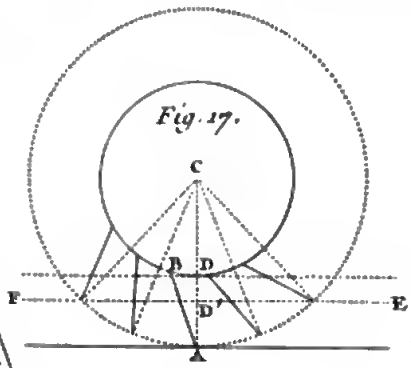


Fig. 18.

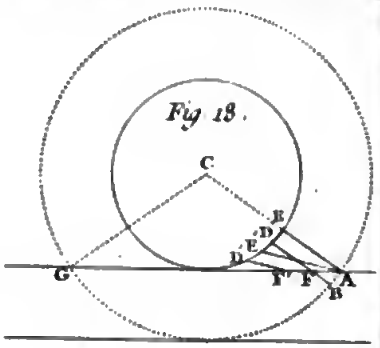
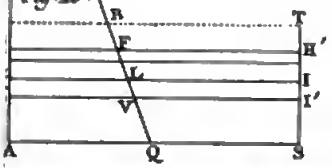


Fig. 16.



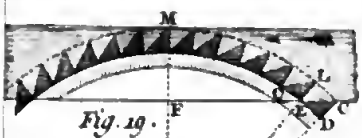
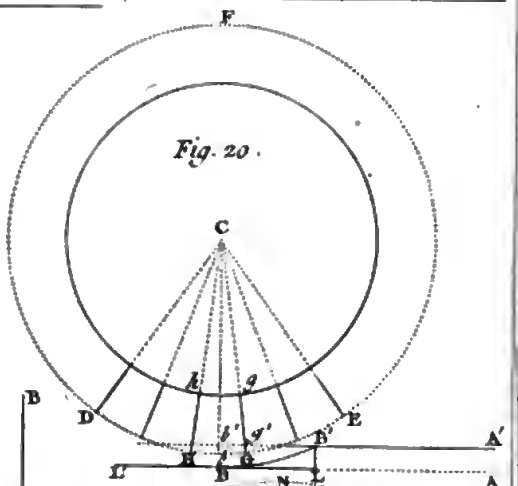


Fig. 19.

Fig. 20.



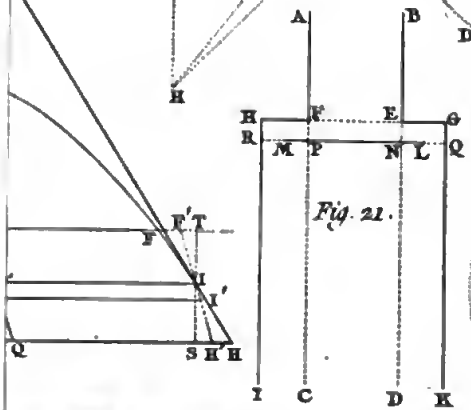
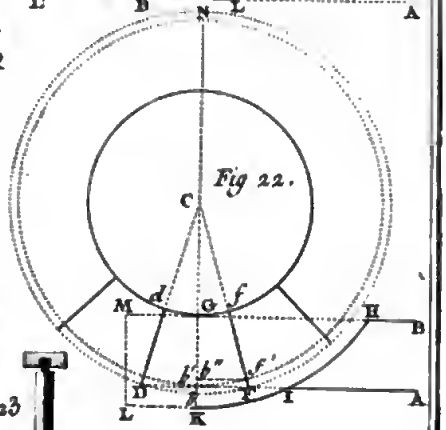


Fig. 21.

Fig. 22.



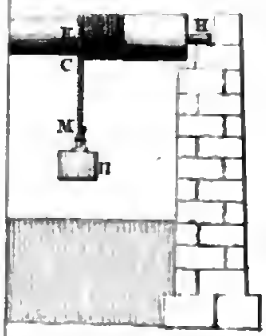
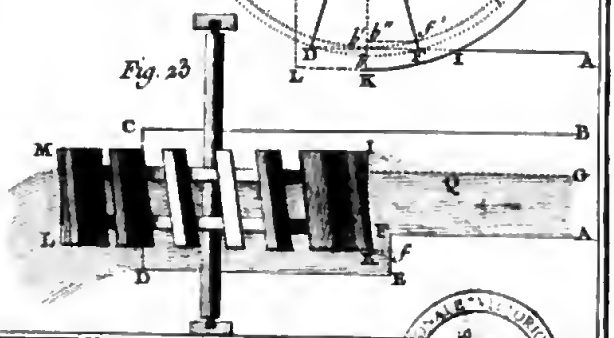


Fig. 23



NAPOLI

Fig. 26.

Fig. 28.

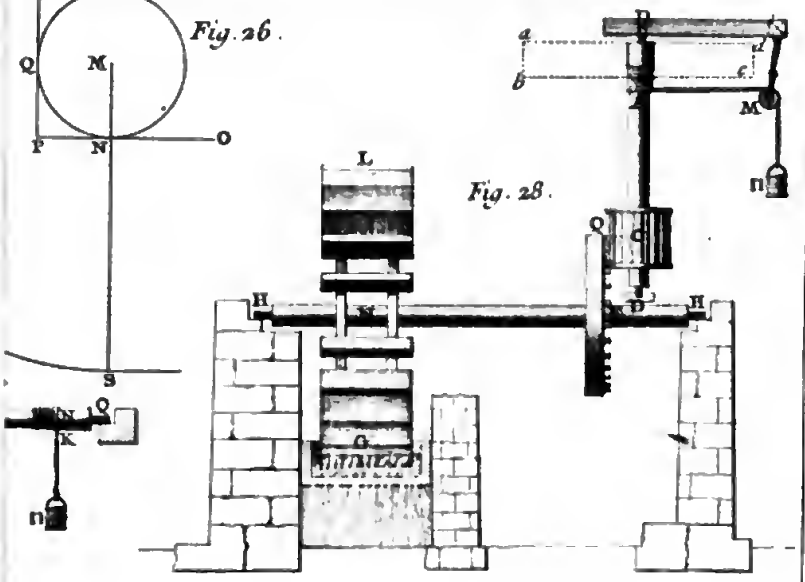


Fig. 31.

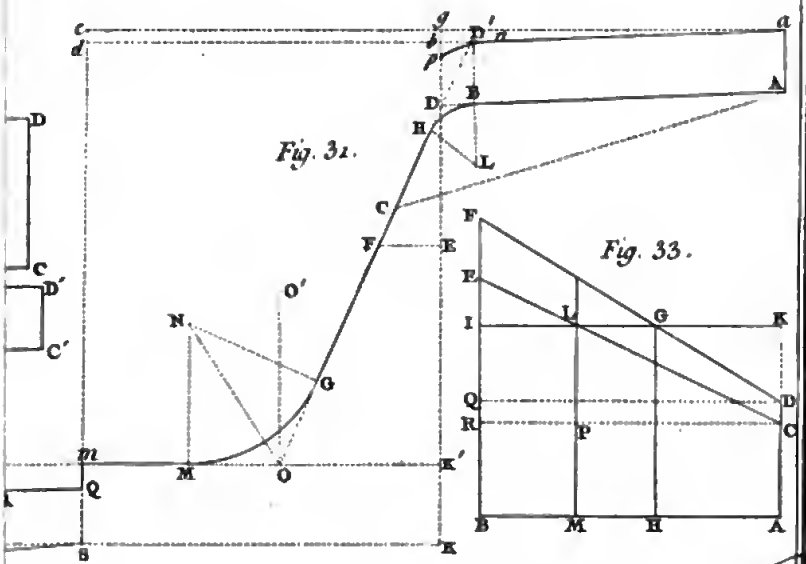
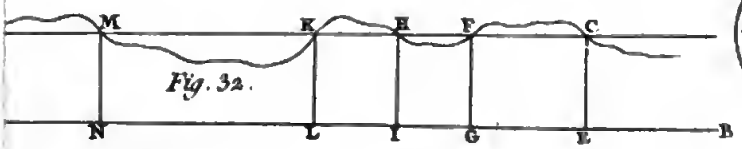
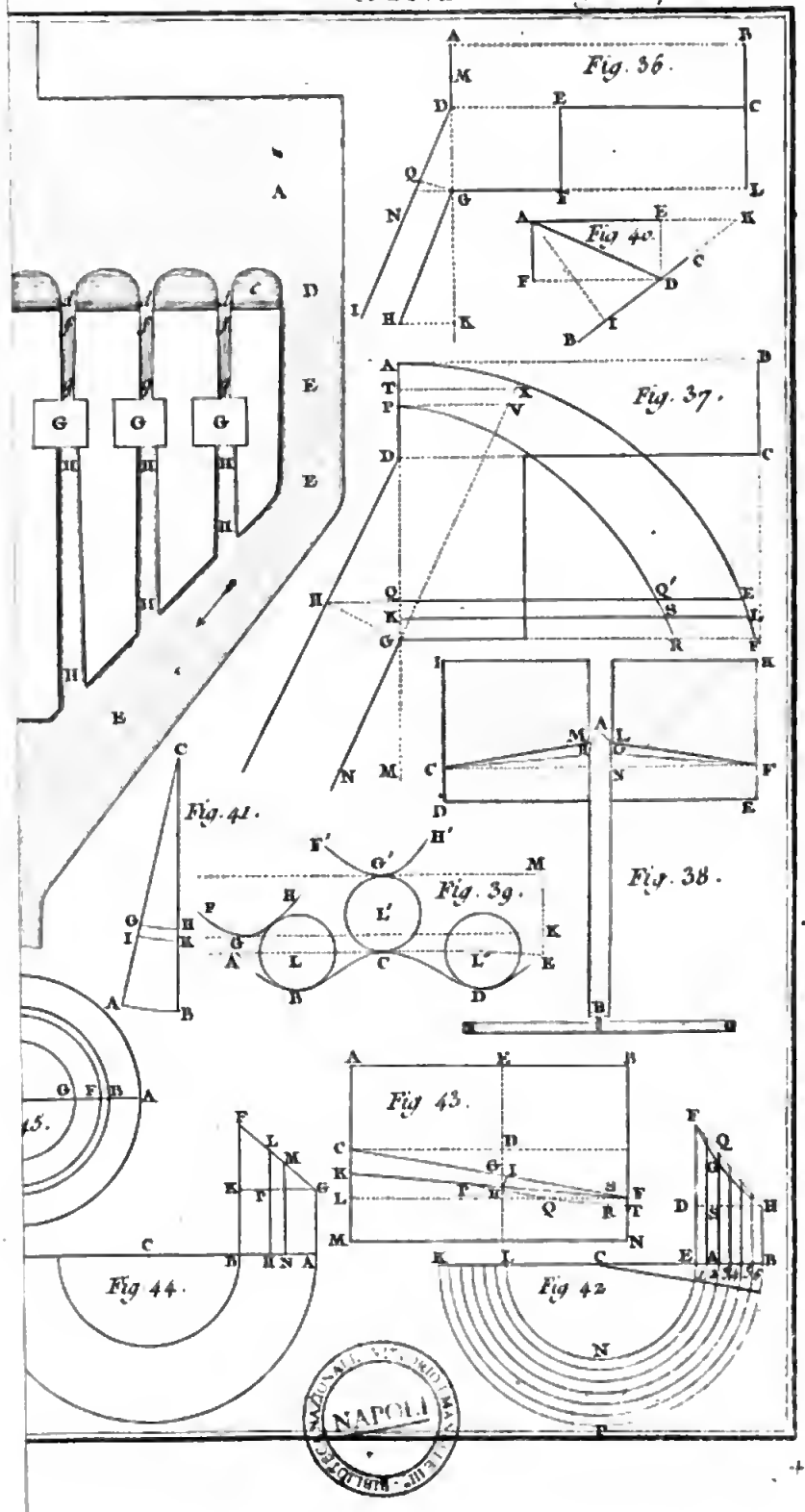


Fig. 33.

Fig. 32.



NAPOLI



NAPOLI

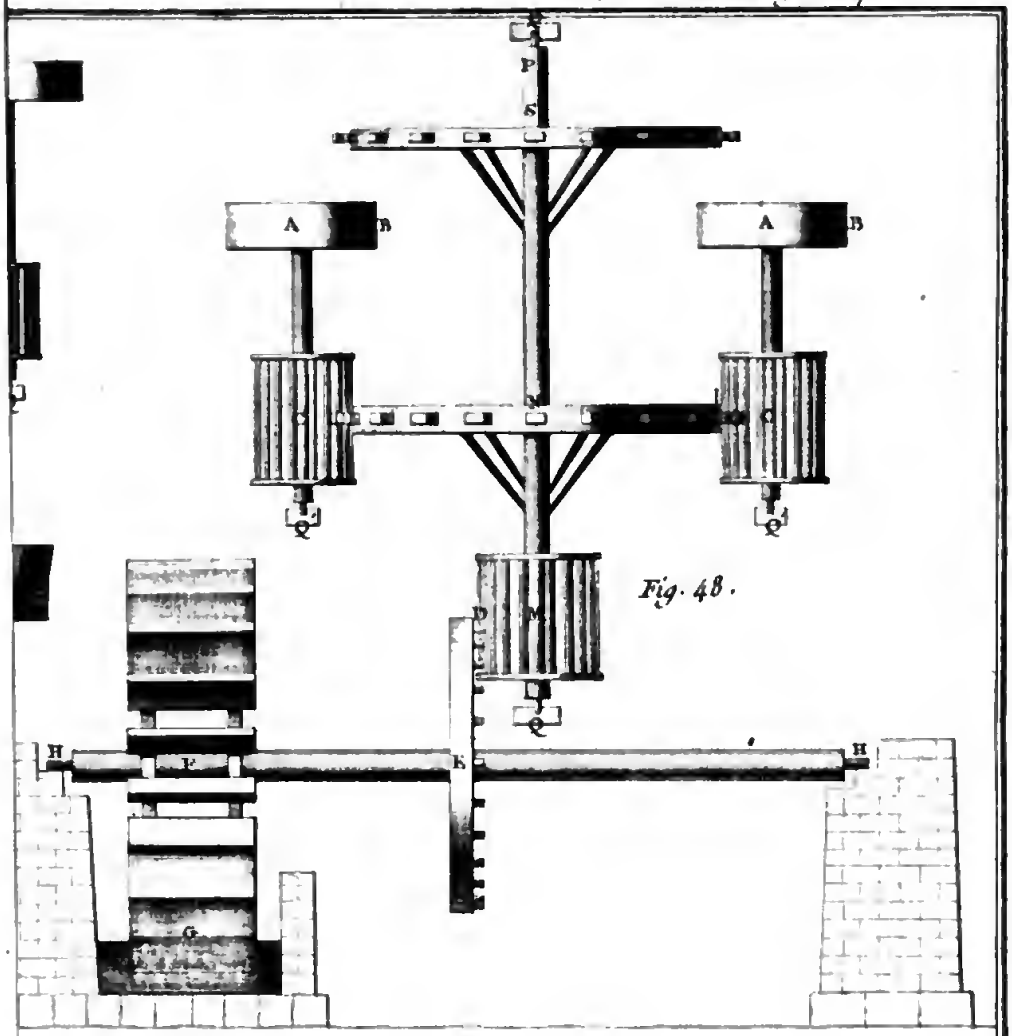


Fig. 48.

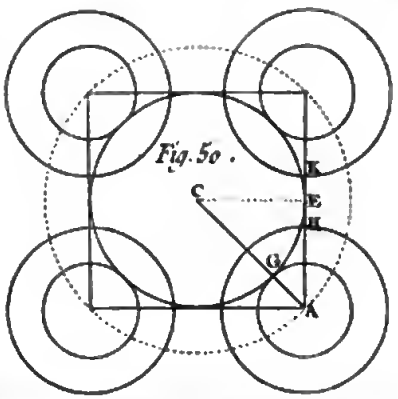
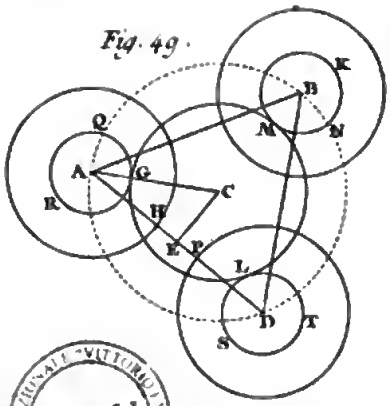


Fig. 50.

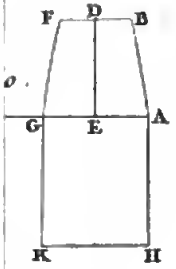
Fig. 49.



NAPOLI

N.° 5.

ig. 55.



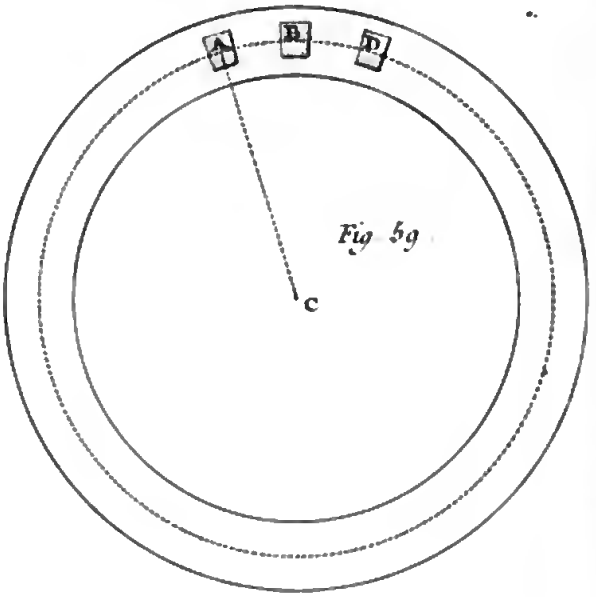


Fig. 59

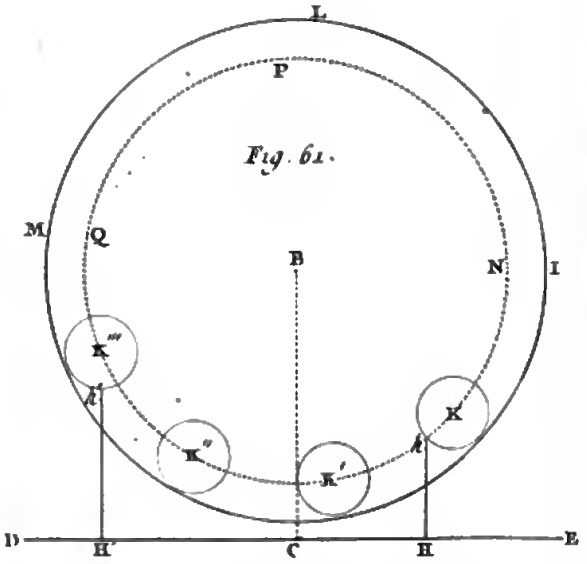


Fig. 61.

Fig. 62.

NAPOLI

N.° 6.

Digitized by Google